

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 06.06.2022 16:44:45
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08



И.о ректора

УТВЕРЖДАЮ

Л.Н. Скаковская

«25» сентября 2017 г.

Программа

вступительного экзамена в магистратуру

по направлению 02.04.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ
НАУКИ

программа специализированной подготовки магистров:

«Математическое и компьютерное моделирование»

Алгебра

1. Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней n – ой степени из 1.
2. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Критерий взаимной простоты двух многочленов.
3. Понятие линейного пространства и его базиса. Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований.
4. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений. Ядро линейного оператора и его образ.
5. Положительные определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Математический анализ

6. Предел числовой последовательности. Основные свойства: единственность предела; ограниченность сходящейся последовательности; сходимост подпоследовательности сходящейся последовательности. Предел и арифметические операции. Принцип Больцано – Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Предел монотонной последовательности.
7. Предел и непрерывность функции. Эквивалентные определения (по Коши и по Гейне). Основные свойства. Связь с арифметическими операциями. Непрерывность композиции. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность.
8. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижении экстремальных значений функции непрерывной на отрезке. Теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность обратной функции.
9. Дифференцируемость числовой функции. Производная и дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной. Дифференцируемость и арифметические операции. Дифференцируемость композиции и обратной функции.
10. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа о дифференцируемых функциях. Необходимые и достаточные условия экстремума функции в терминах производной.

11. Интеграл Римана. Основные свойства интеграла: линейность, монотонность, аддитивность. Классы функций интегрируемых по Риману. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в интеграле Римана и интегрирование по частям в интеграле Римана.
12. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределённом интеграле.
13. Числовые ряды. Понятие сходимости числового ряда Необходимое условие сходимости. Признаки сравнения, Коши и Даламбера сходимости положительных рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда.
14. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Непрерывность предельной функции равномерно сходящейся функциональной последовательности непрерывных функций и суммы равномерно сходящегося функционального ряда, образованного непрерывными функциями. Предельный переход под знаком интеграла.
15. Степенные ряды. Теорема Коши – Адамара о структуре области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Теорема Абеля о равномерной сходимости степенного ряда на отрезке, содержащемся в интервале сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда.
16. Ряды Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля для тригонометрических рядов.

Аналитическая геометрия

17. Различные виды уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
18. Определение кривых второго порядка, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы кривых второго порядка, теорема об эксцентриситете.

Дифференциальная геометрия и топология

19. Способы задания кривой на плоскости. Параметрические уравнения кривых второго порядка. Уравнение касательной и нормали к кривой, заданной уравнением $F(x, y) = 0$.
20. Способы задания поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением $F(x, y, z) = 0$.
21. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Первая квадратичная форма плоскости, сферы, цилиндра.
22. Нормальная кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна нормального сечения.

Дифференциальные уравнения

- 23. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Задача Коши. Теорема о существовании решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
- 24. Линейное уравнение n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Методы нахождения общего решения.

Функциональный анализ

- 25. Измеримые множества на прямой. Основные свойства меры Лебега.
- 26. Интеграл Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
- 27. Определения и примеры банаховых и гильбертовых пространств.
- 28. Линейные непрерывные операторы в нормированных пространствах. Эквивалентность ограниченности и непрерывности линейных операторов. Норма линейного оператора.

Комплексный анализ

- 29. Моногенные и голоморфные функции. Критерии моногенности и голоморфности. Изолированные особые точки и вычеты.
- 30. Экспонента, её аналитические и геометрические свойства. Глобальное обращение экспоненты.

Математическая логика и теория алгоритмов

- 31. Логико-математические языки: язык логики высказываний и язык логики предикатов. Выполнимость и тождественная истинность. Основные законы логики.
- 32. Алгоритмические проблемы в математике. Некоторые формализации понятия алгоритма: машины Тьюринга и конечные автоматы. Разрешимые и неразрешимые проблемы.
- 33. Булевы функции, алгебра логики. Выразимость, функциональная полнота и функциональная замкнутость. Критерий Поста функциональной полноты системы булевых функций.

Стохастический анализ

- 35. Схема независимых испытаний, формулы Бернулли. Биномиальное распределение.
- 36. Статистические модели, характеристика стандартных параметрических моделей, методы оценки параметров.

Методы вычислений

Методы вычислений

39. Постановка задачи интерполирования функции многочленами. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности интерполирования.

Руководитель программы
зав. кафедрой общей математики и
математической физики
профессор, д.ф.-м.н.

 В.П. Цветков