

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 13.10.2023 13:55:47  
Уникальный программный идентификатор:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП:

 Н.А. Семкина

« 9 » 06 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**ГЕОМЕТРИЯ**

Специальность  
10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация  
**Математические методы защиты информации**

Для студентов I курса

Форма обучения  
Очная

Уровень высшего образования

СПЕЦИАЛИТЕТ

Составитель:

к.ф.м.н., доцент



Е.М. Фрилова

Тверь 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом**

Геометрия

### **2. Цели и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Геометрия» являются:

- 1) фундаментальная подготовка по аналитической геометрии и векторной алгебре;
- 2) овладение методами аналитической геометрии и векторной алгебры;
- 3) помощь студенту овладеть современными математическими методами, полезными для решения прикладных задач.

### **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Геометрия» входит в базовую часть ООП подготовки специалиста и формирует общепрофессиональную компетенцию. Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения в школе и в ходе освоения смежных дисциплин – «Алгебра» и «Математический анализ». От успешности освоения дисциплины в значительной степени зависит эффективность дальнейшего обучения студента, в том числе и при последующем изучении дисциплин «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование», «Математический анализ» и других курсов.

### **4. Объём дисциплины:**

8 зачетных единиц, 288 академических часов, в том числе контактная работа: лекции – 72 часа, практические занятия – 72 часов, самостоятельная работа – 144 часа.

### **5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (или модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

<b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
--	--

<p><b>ОПК-2</b>          способностью          корректно приме-          нять при решении          профессиональных          задач аппарат ма-          тематического ана-          лиза, геометрии,          алгебры, дискрет-          ной математики,          математической          логики, теории ал-          горитмов, теории          вероятностей, ма-          тематической ста-          тистики, теория          информации, тео-          ретико-числовых          методов  <i>Базовый</i></p>	<p><b>Владеть</b> навыками использования методов аналитической геометрии для решения задач.  <b>Уметь:</b> решать задачи векторной алгебры и аналитической геометрии.  <b>Знать:</b> основные понятия векторной алгебры и аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.</p>
<p><i>Продвинутый</i></p>	<p><b>Владеть:</b> навыками использования методов аналитической геометрии и векторной алгебры в смежных дисциплинах и физике.  <b>Уметь:</b> решать задачи векторной алгебры и аналитической геометрии.  <b>Знать:</b> основные понятия и задачи векторной алгебры и аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: декартовы координаты, векторы, операции над ними, скалярное и векторное произведение, различные виды уравнений прямой на плоскости, в пространстве, уравнений плоскости в пространстве, кривых и поверхностей второго порядка.</p>

**6. Форма промежуточного контроля.** Контрольные и тестовые работы, проверка индивидуальных заданий для самостоятельной работы, по окончании 1-го семестра – зачет; 2-го – экзамен.

**7. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины (или модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**1. Для студентов очной формы обучения**

Наименование разделов и тем		Всего часов	Аудиторные занятия		Самост. работа
Разделы	Темы		Лекции	практика	
1. Основные понятия и основные задачи аналитической геометрии.	1. Декартова система координат на плоскости и в пространстве. 2. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении, площадь треугольника на плоскости. Нахождение центра тяжести фигуры.	20	4	6	10
	3. Две основные задачи. Общее уравнение прямой, вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы. Алгебраические кривые, порядок кривой. 4. Полярные координаты. Спирали.	17	4	6	7
2. Векторы, скалярное произведение, прямая.	5. Векторы, их сложение, умножение на число. Проекция вектора на ось, координаты вектора. Линейная зависимость векторов. Базисные векторы. Разложение вектора по базису. 6. Скалярное произведение векторов, вычисление длины вектора, угла между векторами. Направляющие косинусы.	18	4	4	10
	7. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. 8. Пучок прямых.	20	4	6	10
3. Преобразования координат и движения.	9. Преобразование декартовой системы координат на плоскости. 10. Движения на плоскости, их классификация, аналитическая запись.	17	4	4	9
4. Кривые второго порядка	11. Кривые второго порядка, изучение их свойств по каноническим уравнениям. Теорема об эксцентриситете. Сопряженные направления, уравнение касательной. Уравнение кривой второго порядка в полярных координатах. Параметрические уравнения кривых второго порядка.	22	6	6	10
	12. Приведение уравнения кривой второго порядка к канонической форме. Классификация кривых второго порядка на плоскости. Кривые второго порядка как конические сечения.	19	6	4	9
	13. Общая теории кривых второго порядка. Инварианты кривой второго порядка.	16	4	4	8
5. Векторное и смешанное	14. Векторное и смешанное произведение векторов. Вычисление площадей и объ-	17	4	4	9

Наименование разделов и тем		Всего часов	Аудиторные занятия		Самост. работа
Разделы	Темы		Лекции	практика	
произведе-ние векто-ров. Вычис-ление пло-щадей и объ-емов. Плос-кость и пря-мая в про-странстве.	емов. Ориентированный объем.				
	15. Уравнения плоскости и прямой в про-странстве, взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	18	4	4	10
6. Поверхно-сти второго порядка в трехмерном евклидовом простран-стве.	16. Изучение свойств поверхностей второ-го порядка в трехмерном евклидовом пространстве по их каноническим уравнениям.	22	6	6	10
	17. Параметрические уравнения поверхно-стей второго порядка. Географические координаты на сфере.				
	18. Общая теория поверхностей второго порядка, их классификация по типу ин-вариантов.	14	4	2	8
7. Аф-финная гео-метрия на плоскости и в простран-стве.	19. Аффинная система координат на плос-кости. Аффинные преобразования. Аф-финные свойства кривых второго по-рядка, их аффинная классификация. Сопряженные направления кривых вто-рого порядка. 20. Аффинные координаты в простран-стве. Аффинная классификация по-верхностей второго порядка.	20	6	4	10
8. Ана-литическая геометрия в многомер-ном евкли-довом про-странстве.	21. Многомерное евклидово пространство $E^n$ . Ортонормированные базисы. Орто-гональные матрицы, их свойства. Про-стейшие метрические задачи в $E^n$ .	22	6	6	10
	22. Гиперплоскости и $k$ -плоскости в $E^n$ , их уравнения. 23. Поверхности второго порядка в $E^n$ , их канонические уравнения и классифика-ция. 24. Свойства симметрического оператора. Приведение уравнения второго порядка в $E^n$ к каноническому виду.	26	6	6	14
Итого		288	72	72	144

### III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

## Вопросы для экзамена

1. Числовая ось. Направленные отрезки. Величина направленного отрезка. Теорема о сложении направленных отрезков (теорема Шаля). Система координат на прямой. Выражение величины и длины отрезка через координаты его концов.
2. Декартова система координат в пространстве и на плоскости. Вычисление длины отрезка через координаты его концов.
3. Деление отрезка в данном отношении. Вычисление центра тяжести системы точек.
4. Проекция направленного отрезка на ось. Выражение проекции через длину отрезка и угол, образованный им с осью. Координаты направленного отрезка, их вычисление через координаты концов отрезка. Вычисление площади треугольника на плоскости через координаты его вершин.
5. Вывод уравнения линии, заданной ее геометрическим свойством. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Вывод уравнений окружности (эллипса, гиперболы, параболы).
6. Геометрический смысл уравнения с двумя переменными. Теорема: уравнение  $Ax+By+C=0$  определяет прямую. Исследование общего уравнения прямой.
7. Векторы. Сложение векторов. Умножение вектора на числа. Свойства этих операций. Коллинеарные векторы. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Координаты вектора как координаты соответствующих геометрических векторов. Теоремы о проекциях.
8. Базисные векторы. Разложение вектора по базису. Действия над векторами в координатной форме. Условие коллинеарности двух векторов.
9. Скалярное произведение векторов, его свойства.
10. Выражение скалярного произведения векторов через их координаты. Вычисление длины вектора и угла между векторами.
11. Различные формы записи уравнения прямой. Общее уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении; уравнение прямой в отрезках.
12. Нормальное уравнение прямой. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду. Вычисление расстояния от точки до прямой.
13. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Вычисления угла между прямыми. Вычисление расстояния от точки до прямой.
14. Определение эллипса. Исследование формы и свойств эллипса по его каноническому уравнению. Эксцентриситет эллипса. Зависимость формы эллипса от его эксцентриситета. Эксцентриситет окружности.
15. Определение гиперболы. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению.
16. Асимптоты гиперболы, их уравнения. Сопряженные гиперболы.
17. Эксцентриситет гиперболы. Зависимость формы гиперболы от ее эксцентриситета. Равнобочные гиперболы.
18. Парабола. Уравнение касательной к параболе. Оптическое свойство параболы.
19. Теорема об эксцентриситете для эллипса и гиперболы. Определение кривой второго порядка через эксцентриситет.

20. Полярные координаты на плоскости, их связь с декартовыми. Полярные уравнения кривых второго порядка. Спираль Архимеда, ее уравнение.
21. Преобразование координат точки плоскости при переходе от одной декартовой системы координат к другой.
22. Преобразование уравнения кривой второго порядка при переносе начала координат. Центр кривой. Центральные и нецентральные кривые второго порядка. Упрощение уравнения центральной кривой второго порядка путем надлежащего выбора нового начала координат.
23. Упрощение уравнения кривой второго порядка путем поворота системы координат.
24. Приведение к каноническому виду уравнения центральной кривой второго порядка. Классификация центральных кривых второго порядка.
25. Приведение к каноническому виду уравнения нецентральной кривой второго порядка. Классификация нецентральных кривых второго порядка.
26. Векторное произведение, его свойства.
27. Выражение векторного произведения через координаты сомножителей. Вычисление площади параллелограмма через координаты его вершин.
28. Смешанное произведение трех векторов, его геометрический смысл. Выражение смешанного произведения векторов через их координаты.
29. Свойства смешанного произведения. Условия компланарности трех векторов. Вычисление объемов параллелепипеда, тетраэдра.
30. Нормальное уравнение плоскости. Приведения общего уравнения плоскости к нормальному виду. Вычисление расстояния от точки до плоскости.
31. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
32. Общие уравнения прямой в пространстве. Вычисление направляющего вектора прямой, заданной общими уравнениями. Пучок плоскостей. Уравнения пучка плоскостей.
33. Векторное уравнение прямой в пространстве, его физический смысл. Параметрические и канонические уравнения прямой. Переход от общих уравнений прямой к ее каноническим уравнениям.
34. Взаимное расположение прямой и плоскости. Вычисление угла между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
35. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Вычисление угла и кратчайшего расстояния между прямыми в пространстве. Условие пересечения прямых в пространстве.
36. Определение цилиндрической поверхности. Геометрический смысл уравнения  $F(x,y)=0$  в пространстве. Нахождение проекции линии пересечения двух поверхностей на координатные плоскости. Проектирующий цилиндр. Цилиндры второго порядка.

#### **IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

## 1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции

ОПК-2, способностью корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<b>владеть</b>	1) Найти центр тяжести четырехугольной однородной доски, зная, что углы доски помещаются в точках: A(4,4), B(5,7), C(10,10), D(12,4). 2) Даны точки A(2,1,-1), B(0,1,0), C(1,0,1). Определить внутренний угол при вершине A. 3) Даны вершины пирамиды A(5;-4;2), B(-3;12;1), C(5;8;4), D(3;-4;0). Найти ее объем.	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 8 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 7 баллов. Большое количество ошибок – 0 баллов.
<b>уметь</b>	1) Даны вершины треугольника A(1,-1), B(-2,1), C(3,5). Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B. 2) Найти длины полуосей, координаты фокусов, уравнение директрис эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$ . 3) Привести к каноническому виду уравнение гиперболы $5x^2 - 6y^2 + 10x - 12y - 31 = 0$ . 4) Даны вершины пирамиды A(6;-2;1), B(4;-2;1), C(6;10;4), D(-2; 14;1). Найти: а) площадь основания ABC; б) угол BSA; в) объем пирамиды.	Правильное выполнение задания – 10 баллов. Наличие отдельных ошибок – 4 – 7 баллов. Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов.
<b>знать</b>	Используются результаты устных опросов и письменного тестирования по темам:	Глубокие знания – 4 балла. Неуверенные знания

	1) Простейшие задачи аналитической геометрии и оси и на плоскости. 2) Полярные координаты. 3) Уравнение линии. 4) Различные уравнения прямой на плоскости. 5) Кривые второго порядка. 6) Приведение кривых второго порядка к каноническому виду. 7) Векторы и операции над ними. 8) Плоскость и прямая в пространстве. 9) Поверхности второго порядка.	– 2 – 3 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов
--	--	--

## V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### а) Основная литература

1. Привалов И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — Электронный ресурс. – Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/451192>
2. Жукова Г. С. Аналитическая геометрия. Векторная и линейная алгебра: учебное пособие / Г.С. Жукова, М.Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 415 с. — (Высшее образование). – Электронный ресурс. – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/document?id=352246>
3. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д. В. Клетеник ; под редакцией Н. В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 224 с. — (Профессиональное образование). — Электронный ресурс. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/130489>

### б) Дополнительная литература:

1. Потапов А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 310 с. — (Профессиональное образование). — Электронный ресурс. – Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/452649>
2. Бортаковский, А. С. Аналитическая геометрия в примерах и задачах : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 2-е изд., стер. —

Москва : ИНФРА-М, 2020. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат).  
— Электронный ресурс. — Режим доступа:  
<https://znanium.com/catalog/document?id=355390>

## **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. ЭБС Лань <https://e.lanbook.com/> Договор № 4-е/23 от 02.08.2023 г.
2. ЭБС Znanium.com <https://znanium.com/> Договор № 1106 эбс от 02.08.2023 г.
3. ЭБС Университетская библиотека online <https://biblioclub.ru> Договор № 02-06/2023 от 02.08.2023 г.
4. ЭБС ЮРАЙТ <https://urait.ru/> Договор № 5-е/23 от 02.08.2023 г.
5. ЭБС IPR SMART <https://www.iprbookshop.ru/> Договор № 3-е/23К от 02.08.2023 г.
6. <https://cyberleninka.ru/> научная электронная библиотека «Киберленинка».
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) [https://elibrary.ru/projects/subscription/rus\\_titles\\_open.asp](https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp);
8. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

## **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине (модулю) перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приво-

дить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к зачету / экзамену. При подготовке к зачету / экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций. Для получения зачета по дисциплине необходимо решить минимум 51% тестовых заданий (минимальная оценка – удовлетворительно), при решении меньшего количества заданий зачет считается не сданным. Экзамен студенты могут сдавать в виде теста, контрольной работы или устного ответа по вопросам, представленным в данной программе. Для получения положительной оценки на экзамене необходимо продемонстрировать знания, не ниже базового (минимального) уровня.

Процедура оценивания знаний, умений, владений (умений применять) и (или)

опыта деятельности обучающихся по дисциплине (модулю) производится в рамках балльно-рейтинговой системы, включая рубежную и текущую аттестации.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины (модуля) установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.
- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 9-10 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 32-33 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

Максимальное количество баллов, которое может быть получено в результате освоения дисциплины составляет 100 баллов, из них 60 баллов отводится на текущий контроль (например, по 30 баллов на каждый модуль) и 40 баллов на зачет/экзамен. При этом начисление баллов производится следующим образом:

- 1) Теоретические вопросы раскрыты полностью, с приведением примеров. Все задания практической части выполнены безукоризненно. Решение характеризуются краткостью, обоснованностью, логичностью – 40 баллов;
- 2) Теоретические вопросы раскрыты полностью, но не приведены примеры. При решении задачи допущены незначительные вычислительные ошибки или студентом использованы правильные, но не всегда рациональные методы и алгоритмы – 30 баллов;

3) Теоретические вопросы раскрыты не полностью. Задача решена с недочётами и менее, чем наполовину. При этом должны быть правильно определены типы задач и указаны применяемые формулы без грубых ошибок. Это показывает, что экзаменуемый понимает связь теоретического материала с решением конкретных примеров – 20 баллов;

4) Допущены грубые ошибки в ответе на теоретический вопрос. Была попытка решить экзаменационные задачи. Студент допустил грубые ошибки в применении формул. Это показывает, что студент не имеет навыков решения практических задач, им усвоены лишь отдельные факты программного материала, все имеющиеся знания отрывочны и бессистемны – 0 баллов.

#### **VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (или модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

1. Традиционные лекция и практическое занятие,
2. Использование средств мультимедиа.

Программное обеспечение:

- операционная система семейств Windows или Unix;
- пакет Microsoft Office.

#### **IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория с мультимедийной установкой (Ноутбук, проектор, колонки), наличие классной доски.

##### **Программное обеспечение**

Google Chrome	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

### **Х. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п. п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины (модуля)	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1			
2			
3			