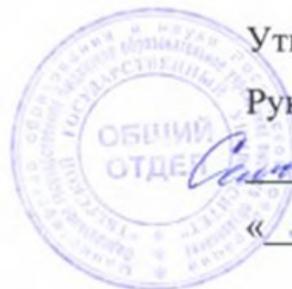


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 13.10.2023 15:36:09
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4f1cc2ad12b735f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП:

Смирнов Н.А. Семькина

« 9 » 06 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Математическая логика и теория алгоритмов

Специальность

10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация

Математические методы защиты информации

Для студентов 5 курса очной формы обучения

Составитель: доцент, к.ф.-м.н,

Рыбаков М.Н.

Тверь 2023

I. Аннотация

1. Наименование дисциплины

Математическая логика и теория алгоритмов.

2. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины являются освоение основ фундаментальных знаний, позволяющих разобраться в математическом описании проблем, связанных с математической логикой и теорией алгоритмов, решать стандартные задачи, давать интерпретацию полученным результатам.

3. Место дисциплины в структуре ООП подготовки специалиста

Дисциплина относится к базовой части блока 1 и является формирующей общепрофессиональные компетенции.

Предварительные знания, необходимые для освоения дисциплины, — это знания, полученные при изучении школьной программы по математическим дисциплинам.

4. Объём дисциплины:

4 зачётных единицы, 144 академических часа, в том числе

контактная работа: лекции 36 часов, практические занятия 18 часов,

самостоятельная работа: 90 часов.

5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики,	Владеть навыками использования языка математической логики. Уметь использовать математический аппарат дискретной математики, уметь находить представление и исследовать свойства булевых и многозначных функций формулами в различных базисах. Знать основные понятия математической логики и

теория информации, теоретико-числовых методов (ОПК-2)	теории алгоритмов.
---	--------------------

6. Формы промежуточной аттестации
Текущий контроль, экзамен.

7. Язык преподавания – русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

1. Структура дисциплины для студентов очной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа (час.)
		Лекции	Практические работы	
1. Алгебра и логика высказываний	21	4	2	15
2. Логика предикатов	24	6	3	15
3. Булевы функции	24	6	3	15
4. Нечёткая логика	21	4	2	15
5. Конечные автоматы	24	6	3	15
6. Формализация понятия алгоритма	30	10	5	15
ИТОГО	144	36	18	90

III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Учебная программа
2. Контрольные вопросы и задания по учебной дисциплине.
3. Методические указания.
4. Литература

1.

IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции 1: способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов (ОПК-2)

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<p>Базовый</p> <p>владеть</p>	<p><i>Решение задач</i></p> <p><i>Типовые задания:</i></p> <p>1) Построить таблицу истинности для формулы логики высказываний.</p> <p>2) Определить принадлежность булевой функции предполным классам булевых функций</p> <p>3) Найти ПНФ для данной формулы логики предикатов.</p> <p>4) Построить таблицу Поста для данного класса булевых функций</p>	<p><i>Имеется полное верное доказательство, включающее правильный ответ – 3 балла.</i></p> <p><i>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки</i> ИЛИ <i>решение недостаточно обосновано</i> ИЛИ <i>в решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 2 балла.</i></p> <p><i>Имеется верное решение части задачи из-за существенной ошибки – 1 балл.</i></p> <p><i>Решение не дано</i> ИЛИ <i>дано неверное решение – 0 баллов.</i></p>
<p>Базовый</p> <p>уметь</p>	<p><i>Решение задач</i></p> <p><i>Типовые задания:</i></p> <p>1) Проверить, является ли</p>	<p><i>Имеется полное верное доказательство, включающее правильный ответ – 3 балла.</i></p> <p><i>Дано верное решение,</i></p>

	<p>данная формула логики предикатов тождественно истинной.</p> <p>2) Построить конечный автомат для данного автоматного языка.</p> <p>3) Построить контрольную для формулы логики предикатов или доказать, что её не существует.</p> <p>4) Построить машину Тьюринга, вычисляющую данную функцию.</p>	<p>но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ решение недостаточно обосновано ИЛИ в решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 2 балла. Имеется верное решение части задачи из-за существенной ошибки – 1 балл. Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов.</p>
<p>Базовый знать</p>	<p>Решение задач</p> <p>Типовые задания:</p> <p>1) Доказать законы логики предикатов</p> <p>2) Доказать, что данный язык не является автоматным.</p> <p>3) Доказать, что данная функция является частично рекурсивной.</p> <p>4) Найти базисы в данном классе булевых функций.</p>	<p>Имеется полное верное доказательство, включающее правильный ответ – 3 балла. Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ решение недостаточно обосновано ИЛИ в решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 2 балла. Имеется верное решение части задачи из-за существенной ошибки – 1 балл. Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов.</p>

V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература

1. Неклюдова, В. Л. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / В. Л. Неклюдова, В. П. Вербная. — Новосибирск : СГУГиТ, 2022. — 70 с. — ISBN 978-5-907513-37-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/317462>
2. Михальченко, Г. Е. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Г. Е. Михальченко. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 74 с. — ISBN 978-5-7638-3932-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/100047.html>
3. Гамова, А. Н. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / А. Н. Гамова. — 4-е изд., доп. — Саратов : СГУ, 2020. — 92 с. — ISBN 978-5-292-04649-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/170590>

б) Дополнительная литература

1. Ганичева, А. В. Дискретная математика / А. В. Ганичева, А. В. Ганичев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 160 с. — ISBN 978-5-507-46189-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/327335>
2. Гашков, С. Б. Дискретная математика / С. Б. Гашков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 456 с. — ISBN 978-5-507-45940-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/292028>

VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС Лань <https://e.lanbook.com/> Договор № 4-е/23 от 02.08.2023 г.

2. ЭБС Znanium.com <https://znanium.com/> Договор № 1106 эбс от 02.08.2023 г.
3. ЭБС Университетская библиотека online <https://biblioclub.ru> Договор № 02-06/2023 от 02.08.2023 г.
4. ЭБС ЮРАЙТ <https://urait.ru/> Договор № 5-е/23 от 02.08.2023 г.
5. ЭБС IPR SMART <https://www.iprbookshop.ru/> Договор № 3-е/23К от 02.08.2023 г.
6. <https://cyberleninka.ru/> научная электронная библиотека «Киберленинка».
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp;
8. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для полноценного усвоения курса студенту необходимо овладеть основными понятиями дисциплины, знать определения, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этим определениям, а также примеры объектов, не удовлетворяющих им. Кроме того, необходимо знать факты, связанные с изучаемыми понятиями. Требуется знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями. Студент должен освоить доказательства основных утверждений и фактов, изучаемых в рамках дисциплины. Часть из этих доказательств целесообразно обсуждать на практических занятиях, например, в форме опроса или докладов.

Практическая и самостоятельная работа включает в себя следующие составляющие.

1. Изучение теоретического материала.
2. Самостоятельное изучение методов решения задач по данному разделу с использованием рекомендованной литературы.
3. Решение задач на лабораторных и практических занятиях.
4. Выполнение контрольных работ.

Учебная программа

1. Введение. Задачи и программа курса. Место математической логики и теории алгоритмов в математике и прикладных науках, активно использующих математику. О задачах, которые предопределили развитие математической логики и возникновение в ее недрах теории алгоритмов; современные направления исследований и приложений математической логики и теории алгоритмов. Формы самостоятельной работы слушателей по изучению курса. Рекомендации по использованию литературы и компьютерных средств.

2. Алгебра и логика высказываний. Понятие высказывания, высказывания простые и составные, логические (пропозициональные) связки. Тождественно истинные, выполнимые и тождественно ложные формулы логики высказываний. Связь равносильности формул с тождественной истинностью их эквивалентности. Основные свойства логических связок (основные равносильности), алгебра логики. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Логика высказываний как множество тождественно истинных пропозициональных формул.

3. Логика предикатов и теории первого порядка. Предикаты и кванторы (первого порядка). Модели (интерпретации) для формул первого порядка. Свойства кванторов. Префиксная нормальная форма.

4. Булевы функции. Булевы функции, суперпозиция и выразимость булевых функций, полные системы булевых функций, основные примеры. Проблемы полноты систем булевых функций и выразимости булевых функций. Функционально полные классы булевых функций. Классы функций, сохраняющих 0 и сохраняющих 1. Арифметическое представление булевых функций и класс линейных функций. Функции, двойственные друг другу, принцип двойственности, класс самодвойственных функций. Класс монотонных функций. Критерий полноты систем булевых функций: теорема Поста и следствие о разрешимости проблемы полноты.

5. Нечёткая логика. Понятие нечёткого множества. Операции над нечёткими множествами и их свойства. Нечёткая логика. Приложения нечётких множеств и нечёткой логики.

6. Конечные автоматы. Понятие конечного автомата. Автоматные языки. Замкнутость класса автоматных языков относительно различных операций (пересечение, объединение, разность, конкатенация и др.). Лемма о разрастании, необходимые условия автоматности языка.

7. Формализация понятия алгоритма и приложения. Проблема формализации понятия алгоритма, основные подходы к ее решению. Маши-

ны Тьюринга как одна из возможных формализаций, тезис Чёрча-Тьюринга.
Частично рекурсивные функции.

Список экзаменационных вопросов

1. Высказывания. Пропозициональные связки $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow$, истинностные таблицы. Основные равносильности логики высказываний. Построение кнф, днф, скнф, сднф.
2. Предикаты и кванторы. Интерпретация логики предикатов. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты. Примеры.
3. Формулы логики предикатов. Запись на языке логики предикатов. Свободные и связанные вхождения переменной в формулу. Ограниченные кванторы.
4. Равносильные формулы логики предикатов. Основные равносильности логики предикатов. Префиксная нормальная форма.
5. Булевы функции. Одноместные булевы функции. Двуместные булевы функции. Число n -местных булевых функций.
6. Суперпозиция булевых функций. Полные системы булевых функций. Теорема о полноте системы $\{\wedge, \vee, \neg, \}$.
7. Операция замыкания по суперпозиции. Свойства операции замыкания. Примеры полных систем. Лемма: если F_1 — полный класс и все функции F_1 являются суперпозициями функций F_2 , то F_2 — полный класс.
8. Замкнутые классы булевых функций. Общий критерий полноты.
9. Классы P_0, P_1 . Примеры. Замкнутость этих классов. Лемма о функции, не сохраняющей 0 (не сохраняющей 1).
10. Монотонные функции. Отношение порядка. Примеры. Отношение предшествования на множестве булевых векторов. Определение монотонной функции. Примеры. Замкнутость класса M .
11. Лемма о немонотонной функции.
12. Функция $x + y$. Свойства этой функции. Полнота системы функции $\{+, \cdot, 1\}$. Пример. Полиномы Жегалкина. Представимость булевых функций полиномами Жегалкина. Функция голосования.
13. Линейные функции. Лемма о линейном разложении по последнему аргументу. Определение линейной функции. Примеры. Лемма о нелинейной функции.
14. Двойственность. Класс самодвойственных функций. Примеры. Замкнутость класса S .
15. Принцип двойственности. Лемма о суперпозиции двойственных функций.
16. Лемма о несамодвойственной функции.
17. Теорема Поста о полноте. Примеры. Определение базиса, примеры базисов из 1-ой, 2-х, 3-х и 4-х функций.
18. Нечёткие множества. Операции над нечёткими множествами.
19. Нечёткая логика. Законы нечёткой логики.

20. Конечные автоматы. Определение, примеры. Диаграммы Мура. Автоматные языки, примеры. Автоматность однословных языков.
21. Лемма о детерминированной работе конечного автомата. Теорема о параллельной работе автоматов. Замкнутость семейства автоматных языков относительно пересечения, объединения и дополнения. Примеры. Автоматность конечного языка.
22. Теорема о вставке.
23. Автоматные языки. Необходимые условия автоматности языка.
24. Пример неавтоматного языка
25. Неформальное понятие алгоритма.
26. Машины Тьюринга. Тезис Чёрча–Тьюринга. Примеры.
27. Лемма об упорядочении машин Тьюринга.
28. Теорема о композиции машин Тьюринга.
29. Лемма о левой полуленте. Теорема о соединении машин Тьюринга.
30. Теорема о разветвлении машин Тьюринга.

Примеры заданий для текущей и промежуточной аттестации

1. Проверьте правильность рассуждения.

Если подозреваемый совершил эту кражу, то либо она была тщательно подготовлена, либо он имел соучастника. Если бы кража была подготовлена тщательно, то, если бы был соучастник, украдено было бы гораздо больше. Значит, подозреваемый невиновен.

2. Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow \neg(C \wedge B), \quad (C \rightarrow B) \wedge \neg(A \wedge \neg B), \quad (\neg C \vee B) \wedge (A \rightarrow B)$$

3. Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$(A \vee \neg B \rightarrow A \wedge C) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg A) \vee (B \wedge \neg C)$$

4. Докажите справедливость следующей равносильности:

$$\neg(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \equiv \neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n.$$

5. Проверьте правильность рассуждения.

Заработная плата возрастет, только если будет инфляция. Если стоимость жизни не увеличится, то инфляции не будет. Заработная плата возрастает. Следовательно, увеличится стоимость жизни.

6. Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(\neg A \leftrightarrow B) \rightarrow \neg(C \rightarrow \neg B), \quad (\neg A \vee \neg B) \wedge (C \rightarrow \neg B), \quad (A \rightarrow \neg B) \wedge \neg(C \wedge B)$$

7. Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$(\neg A \vee C) \wedge (B \rightarrow (B \rightarrow (B \rightarrow A)))$$

8. Докажите справедливость следующей равносильности:

$$\neg(A_1 \vee \dots \vee A_n) \equiv \neg A_1 \wedge \dots \wedge \neg A_n.$$

9. Проверьте правильность рассуждения.

Если он принадлежит к нашей компании, то он храбр и на него можно положиться. Он не принадлежит к нашей компании. Значит, он не храбр или же на него нельзя положиться.

10. Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(\neg A \rightarrow B) \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg B \wedge \neg A), \quad (\neg A \vee \neg B) \vee (C \rightarrow \neg B), \quad \neg(\neg(A \rightarrow \neg B) \wedge (C \wedge B))$$

11. Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$\neg((A \rightarrow \neg(B \rightarrow \neg C \vee A)) \wedge (B \rightarrow A \wedge C))$$

12. Докажите справедливость следующей равносильности:

$$A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow (A_3 \rightarrow \dots \rightarrow (A_n \rightarrow B) \dots)) \equiv A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B.$$

13. Выясните, являются ли следующие формулы тождественно истинными:

$$(\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x)), \quad \forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)).$$

14. Дан класс булевых функций. Выяснить, является ли он функционально полным.

15. В данном функционально полном классе булевых функций выделить все базисы.

16. Дан язык. Выяснить, является ли он автоматным.

17. Доказать, что следующие функции являются примитивно рекурсивными:

(а) $f(x,y,z) = \max \{x,y,z\};$

(б) $g(x_1, \dots, x_n) = x_1 + \dots + x_n;$

(в) $h(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=0}^y s(x_1, \dots, x_n, i),$

где $s(x_1, \dots, x_n, i)$ – некоторая примитивно рекурсивная функция.

18. Доказать, что следующие функции являются частично рекурсивными, но не являются примитивно рекурсивными:

(а) $f(x,y) = x : y,$ где деление понимается в обычном смысле;

(б) $g(x)$ – нигде не определённая функция.

VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)

Традиционная лекция и практические занятия, проблемная лекция, проведение письменных аналитических работ, творческие задания. При этом происходит интерактивное взаимодействие студентов и преподавателя, а также студентов между собой. Лекционные занятия включают элементы мастер-класса специалиста, имеющего в данной области учёную степень и являющегося экспертом в ней.

Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория с мультимедийной установкой (Ноутбук, проектор, колонки), наличие классной доски.

X. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины (модуля)	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.			
2.			
3.			
4.			