

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 20.10.2023 14:33:40  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:  
Руководитель ООП  
С.М. Дудаков  
иерта 2021 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Математическое моделирование

Для студентов IV курса

Очная форма

Составитель: *к.ф.-м.н. Рябова О.А.*

Тверь, 2021

## I. Аннотация

### 1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является изучение подходов и методов решения задач, описывающих напряженно-деформированное состояние элементов технических конструкций.

Задачами освоения дисциплины являются:

- получение навыков численного решения задач теории упругости;
- умение анализировать напряженно-деформированное состояние с помощью САПР(САЕ) систем.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина части формируемой участниками образовательных отношений раздела «Дисциплины профиля подготовки»

Для изучения этой дисциплины необходимы базовые знания, полученные в результате изучения курсов: математический анализ, дифференциальные уравнения, физика, комплексный анализ, численные методы.

**3. Объем дисциплины:** 8 зачетных единиц, 288 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 50 часов, в т.ч. практическая подготовка 0 часов; практические занятия 50 часов, в т.ч. практическая подготовка 50 часа;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы \_\_\_--\_\_\_, в том числе курсовая работа \_\_\_--\_\_\_;

**самостоятельная работа:** 188 часов, в том числе контроль 60 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-2 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1 Знает и понимает основы математической теории упругости.  ПК-2.2 Применяет современный математический аппарат к решению научных задач
ПК-3 Способен разрабатывать и анализировать новые математические модели в областях естественных, технических и экономических наук с учетом возможностей современных информационных технологий и	ПК-3.1 Знает методы математического моделирования  ПК-3.2 Разрабатывает и анализирует математические модели в области естественных, технических или экономических наук

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения**

7 семестр – зачет, 8 семестр – экзамен.

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)					Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая)	
		всего	в т.ч.	всего	в т.ч. практические		
1. Введение	2	1	–	–	–	–	1
2. Основы тензорного анализа. Инвариантность. Алгебра тензоров.	10	3	–	2	2	–	5
3. Основные уравнения механики упругого тела. Напряженное состояние. Деформация.	40	12	–	8	8	–	20
4. Плоская теория упругости. Основные уравнения плоской теории упругости. Методы решения плоских задач теории упругости.	32	8	-	8	8	–	16
5. Конечные деформации. Краевые задачи теории упругости при конечных деформациях.	18	6	-	–	–	–	12
6. Уравнения теории упругости в цилиндрических и сферических координатах.	12	4	-	–	–	–	8

<p><b>7. Линеаризация краевых задач теории упругости при конечных деформациях.</b> Понятие о концентрации напряжений. Примеры решения задач теории упругости.</p>	24	8	-	-	-	-	16
<p><b>8. Системы инженерного анализа для расчета напряженно-деформированного состояния.</b></p>	5	1	-	-	-	-	4
<p><b>9. Создание геометрических моделей и конечноэлементных моделей.</b> Создание геометрических моделей. Импорт/экспорт геометрии. Преобразование САD-модели в САЕ-модель.</p>	15	1	-	4	4	-	10
<p><b>10. Управление качеством сетки.</b> Виды конечно-элементных сеток и процесс их построения. Схемы построения конечно-элементных сеток. Дополнение сеточной модели свойствами элементов, включая свойства материалов, граничными условиями и нагрузками.</p>	17	1	-	4	4	-	12
<p><b>11. Задание граничных условий. Материалы и блоки.</b> Виды и способы задания граничных условий, нагрузок и механических свойств материала. Задание параметров балок и оболочек.</p>	7	1	-	2	2	-	4

12. <b>Визуализация, обработка и анализ результатов расчета.</b> Визуализации скалярных и векторных полей; работа с форматом SEG-Y; построение графиков и диаграмм построения зависимостей от частоты; анализ временных зависимостей.	13	1	-	2	2	–	10
13. <b>Расчет реакции конечноэлементной модели.</b> Статические расчеты на прочность. Определение собственных частот и форм колебаний. Расчет на потерю устойчивости. Динамический временной анализ. Контактное взаимодействие. Гармонический анализ. Расчет эффективных свойств композитов. Задачи теплопроводности и термоупругости, задачи термоупругой устойчивости. Расчет с учетом конечных деформаций. Топологическая оптимизация моделей. Спектральный анализ. Расчет для Автомеханики	80	2	-	18	18	–	60
14. <b>Автоматизация и программирование в препроцессоре CAE</b>	13	1	-	2	2	–	10
<b>ИТОГО</b>	288	50	-	50	50	–	188

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
--	-------------	----------------------------

Введение	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерные)
Основы тензорного анализа.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерные)
Основные уравнения механики упругого тела.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерные)
Плоская теория упругости.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерные)
Конечные деформации.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерные)
Уравнения теории упругости в цилиндрических координатах.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерные)
Линеаризация краевых задач теории упругости при конечных деформациях.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерные)
Системы инженерного анализа для расчета напряженно-деформированного состояния.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерное программное обучение)
Создание геометрических моделей и конечноэлементных моделей.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерное программное обучение)

Управление качеством сетки.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерное программированное обучение)
Задание граничных условий. Материалы и блоки.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерное программированное обучение)
Постпроцессинг.	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерное программированное обучение)
Расчет реакции конечноэлементной модели.	Лабораторные	1. Лабораторные работы. 2. Информационно-коммуникационные технологии (компьютерное программированное обучение)
Автоматизация и программирование в препроцессоре CAE	Лабораторные	Информационно-коммуникационные технологии (компьютерное программированное обучение)

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лабораторные работы, проектная деятельность, информационно-коммуникационные технологии (подготовка рефератов, презентаций, выполнение заданий на ЭВМ).

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

Для проведения текущей и промежуточной аттестации:

ПК-2 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

ПК-2.1 Знает и понимает основы математической теории упругости.

1. Линейно-упругий изотропный материал. Вязкоупругий материал.
2. Основные упругие постоянные.
3. Понятие о плоской деформации и плоском напряженном состоянии.
4. Граничные задачи статики упругого тела.

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Дан правильный развернутый ответ – 2 балла;

Ответ содержит неточности – 1 балл.

ПК-2.2 Применяет современный математический аппарат к решению научных задач

1. Провести расчет эффективных свойств материала для двуслойного слоисто-волоконистого композита.
2. Определить напряжения и деформации в обухе под действием приложенной силы на отрезке.
3. Провести численный анализ напряжённо-деформированного состояния балки, закрепленной с одного конца и нагруженной точечной сосредоточенной силой с другого конца.
4. Решить с использованием САЕ системы задачу о нахождении собственных частот объемной квадратной пластинки.

Способ проведения – электронный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 6 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;

Решение содержит грубые ошибки - 2 балла.

ПК-3 Способен разрабатывать и анализировать новые математические модели в областях естественных, технических и экономических наук с учетом возможностей современных информационных технологий и вычислительной техники

ПК-3.1 Знает методы математического моделирования

1. Расчет напряженно-деформированного состояния вблизи горных выработок.
2. Решить задачу оценки прочности и жесткости плоской секции при подъеме. Секция подвешивается на гак крана на четырех стропях, стропы крепятся к секции стробцинами.
3. Задача об образовании и росте трещины в нагруженном теле.
4. Расчет НДС вращающегося ротора при воздействии на него гироскопического момента при повороте оси вращения.

Способ проведения – электронный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 6 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;

Решение содержит грубые ошибки - 2 балла.

ПК-3.2 Разрабатывает и анализирует математические модели в области естественных, технических или экономических наук

1. Решить задачу об изгибе трубы под действием силы тяжести (статическое нагружение, сила тяжести).

2. Решить динамическую задачу о распространении волны в длинном стержне.
3. Решить задачу об устойчивости цилиндрической оболочки при действии давления, равномерно распределенного по всей поверхности.
4. Решить задачу термоупругости о статическом температурном нагружении полого цилиндрического тела.

Способ проведения – электронный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 6 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;

Решение содержит грубые ошибки - 2 балла.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература

1. Левин В.А. Зингерман К.М. Точные и приближенные аналитические решения при конечных деформациях и их наложении. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 393 с.
2. Морозов Е.М., Левин В.А., Вершинин А.В. Прочностной анализ ФИДЕСИС в руках инженера. М.: Ленанд, 2015. 408 с.
3. Моделирование конечных плоских деформаций бесконечно протяженных упругих тел с жесткими включениями / Рябова О.А. // Тверской государственной университет. Вестник Тверского государственного университета. Сер. Прикладная математика. - Тверь: Тверской государственной университет, 2011. - N 8, вып. 1 (20). - С. 65-72. <http://eprints.tversu.ru/1602/>

#### б) Дополнительная литература

1. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
2. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: ЁЁ Медиа, 2012. 709 с.
3. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. М.: Мир, 1977. 302 с.
4. Сокольников И.С. Тензорный анализ. Теория и применения в геометрии и в механике сплошных сред. – М.: КомКнига, 2010. - 376 с.
5. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.

### 2) Программное обеспечение

**Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 249**

**(170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)**

Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
FidesysBundle 1.4.43 x64	Акт приема передачи по договору №02/12-13 от 16.12.2013
Google Chrome	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
MiKTeX 2.9	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64 bit)	бесплатно
R for Windows 3.3.2	бесплатно
STATGRAPHICS Centurion XVI.И	Акт приема-передачи № Tr024185 от 08.07.2010
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
1. 3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.
2. 4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

Интернет – университет [http:// www. Intuit.ru](http://www.Intuit.ru).

1. <http://www.abaqus.com>
2. <http://www.adina.com/index.shtml>
3. <http://www.ansys.com/>
4. <http://www.mscsoftware.com/>
5. <http://www.nastran.com/website/files/analysis/analysis2.htm>
6. [http://www.plm.automation.siemens.com/en\\_us/products/velocity/femap/index.shtml](http://www.plm.automation.siemens.com/en_us/products/velocity/femap/index.shtml)
7. [www.python.org](http://www.python.org)
8. <http://www.cae-fidesys.com>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов - 1-й модуль и 50 баллов - 2-й модуль).

Студенту, набравшему 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

### **Вопросы к зачету**

1. Понятие тензора произвольного ранга. Операции над тензорами.
2. Понятие тензора второго ранга. Операции над тензорами второго ранга. Инварианты тензора второго ранга.
3. Описание движения сплошной среды. Малые деформации.
4. Уравнения движения и равновесия сплошной среды.
5. Линейно-упругий изотропный материал. Анизотропный материал.

Физический смысл модулей упругости.

6. Тензор напряжений. Главные напряжения.
7. Вектор перемещений. Градиент деформаций. Тензор деформаций.
8. Понятие о плоской деформации и плоском напряженном состоянии.
9. Плоские задачи теории упругости.
10. Комплексные потенциалы. Комплексное представление перемещений и напряжений.
11. Запись уравнений плоских задач теории упругости в комплексной форме.
12. Решение второй основной задачи теории упругости для бесконечной области с круговым включением. Общий подход.
13. Постановка краевых задач теории упругости при конечных деформациях.
14. Аффинор деформации, тензор деформаций Грина.
15. Тензорные меры деформаций. Тензор меры деформаций Грина, его инварианты, тензор меры деформаций Фингера.
16. Определяющие соотношения упругости. Понятие упругого потенциала. Потенциал Мурнагана.
17. Линеаризация краевых задач теории упругости при конечных деформациях.
18. Уравнения теории упругости в цилиндрических координатах.
19. Решение задачи Кирша об одноосном растяжении плоскости с круговым отверстием. Понятие о концентрации напряжений.
20. Постановка и решение задачи Ламе для полого цилиндра.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

## Вопросы к экзамену

1. Основные этапы конечно-элементного анализа. Типы элементов, выбор порядка элемента. Типы анализа.
2. Инструменты работы с геометрией. Создание геометрии: построение на основе твердотельных примитивов, геометрические преобразования и булевы операции, восходящее построение геометрии. Импорт/экспорт геометрии. Примеры импорта сборок.
3. Построение расчетной модели: CAE-модель VS CAD-модель. Построение балочно-оболочечной модели на основе импортированной твердотельной. Срединные поверхности для оболочек.
4. Виды сеток. Процесс построения сеток. Методы генерации неструктурированных конформных сеток. Построение гибридных сеток с помощью декомпозиции. Криволинейные сетки, якобиан отображения. Работа со сборками, построение сеток на сборках.
5. Оценка качества и сглаживание сетки. Ручное редактирование сетки. Локальное и глобальное измельчение/улучшение сетки. Импорт/экспорт сетки, обзор поддерживаемых форматов. Генерация геометрии по сетке. Преобразование неконформной сетки на сборке в конформную.
6. Подготовка геометрии для построения сетки. Анализ геометрии, декомпозиция геометрии перед построением сетки.
7. Задание граничных условий. Работа с материалами и блоками. Проведение расчетов.
8. Постпроцессинг: поля и компоненты, настройки отображения, получение значения в точке, сечения и срезы, порог, извлечение выделенного и фильтр «Изобразить данные», изолинии и изоповерхности, согласованные результаты, графики по координатам и по времени, анимация статике, собственных частот и динамики, инварианты, системы координат, запасы прочности по различным теориям, экспорт результатов.
9. Автоматизация и программирование в препроцессоре с использованием консольных команд и APREPRO.
10. Автоматизация и программирование на Python: API препроцессора, работа с препроцессингом выгрузка данных расчета проведение расчета работа с результатами.

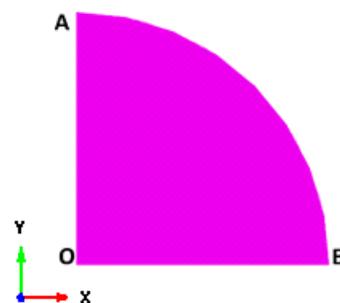
## Примерные задачи к экзамену

### Вариант 1

Решить задачу об изгибе круглой пластинки под действием равномерно распределенной по всей поверхности пластинки нагрузки.

Рассмотреть четверть пластины; радиус  $R=1\text{м}$ ; толщина  $h=0,01\text{м}$ ; использовать сферические координаты.

Нулевые перемещения вдоль оси  $X$  на прямой  $OA$  ( $U_x=R_y=R_z=0$ ); нулевые перемещения вдоль оси  $Y$  на прямой  $OB$  ( $U_y=R_x=R_z=0$ ); закрепление по всем перемещениям и поворотам на кривой  $AB$ .



Равномерно распределенная нагрузка по всей поверхности OAB  $q=10\text{кПа}$ .

Материал изотропный; модуль упругости  $E=200\text{ Гпа}$ ; коэффициент Пуассона  $\nu=0,3$ .

Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость. Сравнить с аналитическим решением.

### Вариант 2

Решить задачу об изгибе круглой пластинки под действием нагрузки, равномерно распределенной по внутренней части пластинки, ограниченной радиусом  $R_i$ .

Рассмотреть четверть пластины; радиус  $R_0=1\text{ м}$ ; радиус  $R_i=0.5\text{ м}$ ; толщина  $h=0.01\text{ м}$ ; использовать сферические координаты.

Нулевые перемещения вдоль оси X на прямой OA ( $U_x=R_y=R_z=0$ ); нулевые перемещения вдоль оси Y на прямой OB ( $U_y=R_x=R_z=0$ ); закрепление по всем перемещениям на кривой AB; равномерно распределенная нагрузка по поверхности OA'B'  $q = 10\text{ кПа}$ .

Материал изотропный; модуль упругости  $E = 200\text{ Гпа}$ ; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ .

Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость. Сравнить с аналитическим решением.

### Вариант 3

Решить задачу о нахождении эффективных свойств материала для однослойного волокнистого композита. Модель представляет собой прямоугольный параллелепипед со сторонами  $25 \times 16 \times 16\text{ мм}$ . По центру вдоль оси X проходит нить длиной  $25\text{ мм}$  и радиусом  $2,85459861019\text{ мм}$ .

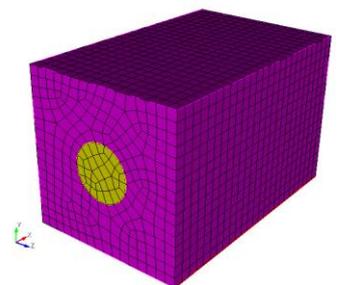
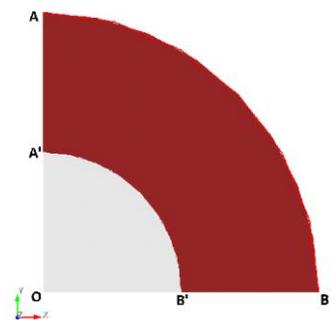
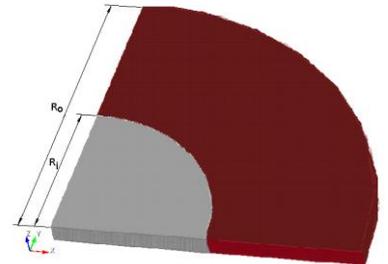
Граничные условия: периодические.

Свойства материала нити: модуль упругости  $E=2000\text{ Мпа}$ ; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,2$ . Свойства материала матрицы: модуль упругости  $E = 2\text{ Мпа}$ ; коэффициент Пуассона  $\nu=0,3$ .

Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость.

### Вариант 4

Решить задачу о вдавливании цилиндра в алюминиевый блок для плоско-деформированного состояния с коэффициентом трения  $0,1$ . Цилиндр нагружается силой  $35\text{ кН}$  в вертикальном направлении.

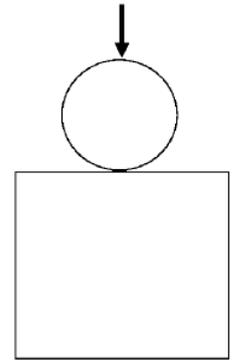


Высота блока  $H = 200$  мм; ширина блока  $t = 200$  мм; диаметр цилиндра  $D = 100$  мм. Рассмотреть половину модели.

Левые боковые поверхности цилиндра и блока закреплены по нормали к ним (условие симметрии); нижняя грань блока жестко закреплена  $U_x=U_y=0$ ; к верхней точке цилиндра приложена сила  $F=35$ кН (для симметричного случая  $F = 17,5$  кН).

Материал изотропный; модуль упругости цилиндра  $E = 210$  кН/мм<sup>2</sup> модуль упругости блока  $E = 70$  кН/мм<sup>2</sup>; коэффициент Пуассона  $\nu=0,3$ .

Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость.



### Вариант 5

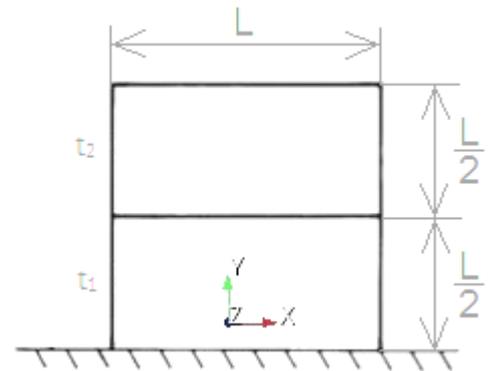
Решить задачу о нахождении собственных частот пластины с разными толщинами, закреплённой в основании.

Размеры пластинки:  $L = 0,4572$  м; толщины:  $t_1 = 6,185$  мм,  $t_2 = 3,028$  мм.

$U_x = U_y = U_z = R_x = R_y = R_z = 0$  в основании.

Материал изотропный; модуль упругости  $E=206,84$  Гпа; коэффициент Пуассона  $\nu=0,3$ ; плотность  $\rho = 7853$  кг/м<sup>3</sup>.

Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость. Сравнить с аналитическим решением.



### Вариант 6

Решить задачу о нахождении собственных частот сферической оболочки, закреплённой с одной стороны.

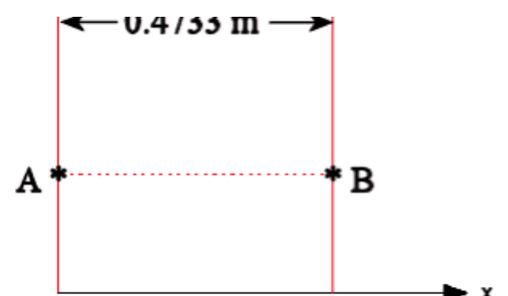
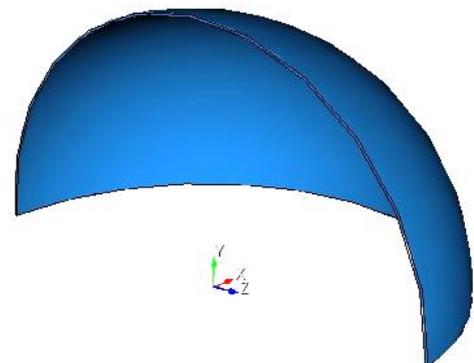
Размеры сферы: радиус  $R = 0,3$  м, толщина  $t = 0,003$  м.

Рассмотреть половину полусферы.

$U_x = U_y = U_z = R_x = R_y = R_z = 0$  на поверхности  $Y = 0$ ;  $U_x = 0$  на поверхности  $X=0$ .

Материал изотропный; модуль упругости  $E=210$ Гпа; коэффициент Пуассона  $\nu=0,28$ ; плотность  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>.

Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость. Сравнить с аналитическим решением.



### Вариант 7

Решить задачу об одномерной стене, на обеих поверхностях которой происходит процесс конвективного теплообмена.

Ширина стены  $L = 0,4733$  м.

Конвекция на внутренней поверхности:

$$h_i = 20 \text{ Вт/м}^2/\text{°С};$$

$$T_i = -20 \text{ °С};$$

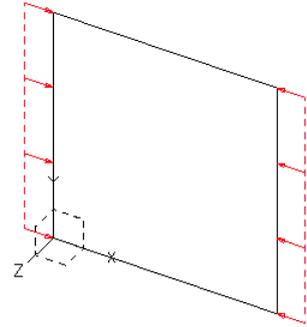
Конвекция на внешней поверхности:

$$h_e = 10 \text{ Вт/м}^2/\text{°С};$$

$$T_e = 500 \text{ °С}.$$

Материал изотропный; коэффициент теплопроводности  $V=1 \text{ Вт/(м °С)}$ .

Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость.



### Вариант 8

Решить задачу о цилиндрическом стержне, на оба торца которого воздействует температура, а на внешнюю поверхность воздействует тепловой поток.

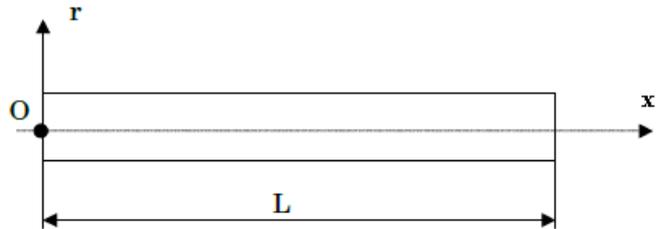
$$L = 1 \text{ м}, r = 0.01 \text{ м}.$$

$$\text{Температура } T_1 = 0 \text{ °С};$$

$$\text{Температура } T_2 = 500 \text{ °С};$$

$$\text{Тепловой поток } \varphi = -200 \text{ Вт/м}^2.$$

Материал изотропный; коэффициент теплопроводности  $V=33,33 \text{ Вт/(м °С)}$ .



Сравнить результаты, полученные на разных типах сетки, проверить сеточную сходимость.

### Задачи для самостоятельной работы

1. Численное нахождение напряжённо-деформированного состояния в бесконечно протяжённом толстостенном полом цилиндра под действием внутреннего давления.

Рассматривается круглая цилиндрическая бесконечная толстостенная труба из упругого материала, подчиняющегося закону Гука. Требуется найти напряжения и деформации в стенках трубы при условии, что она находится под действием внутреннего  $p_a$  и внешнего  $p_b$  давлений, где  $a$  – это внутренний радиус трубы,  $b$  – внешний. В начальном состоянии ( $p_a = p_b = 0$ ) деформации и напряжения в стенках трубы отсутствуют. Внутренний диаметр трубы равен 1, внешний 2. Длина равна 10. На нескольких гранях запрещены перемещения в нормальном к ним направлении. Это торцы (имитация бесконечной трубы) и срезы. Модуль величины внутреннего давления равен 0.1. Материал: сталь с модулем  $200 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$  и нагрузкой 200 МПа.

2. Задача о прогибе балки.

Решить задачу о нахождении напряжённо-деформированного состояния балки с выступами. Сечение балки квадратное. Нижние выступы жёстко закрепляются, а к верхнему выступу прикладывается давление величиной по модулю равной 0.15. Параметры материала:  $E = 100$ ,  $\nu = 0.25$ .

### 3. Одноосное растяжение стержня со сферической полостью.

Стержень с малой сферической полостью радиуса  $a$  подвергается равномерному растяжению величиной  $S$ . Система координат выбирается цилиндрическая, ось  $z$  направлена вдоль стержня (и вдоль направления растяжения), начало координат расположено в центре полости. Величина нагрузки по модулю  $S$  равна 0.15. Параметры материала:  $E = 100$ ,  $\nu = 0.25$ . Радиус сферической полости  $a$  равен 1, в сечении стержня, перпендикулярном оси  $z$ , круг с радиусом 5, длина стержня равна 60.

4. Нахождение напряжённо-деформированного состояния куба со сферическим отверстием.

Решить задачу о нахождении напряжённо-деформированного состояния куба со сферическим отверстием, внутри отверстия задано ненулевое давление. В качестве нагрузки задать давление изнутри сферы равное по модулю 0.15. Параметры материала:  $E = 100$ ,  $\nu = 0.25$ .

### 5. Автоматизация и программирование препроцессора.

Напишите файл журнала в CAE-Fidesys, который создаст 100 одинаковых кубиков, выстроенных в ряд, при помощи языка Python.

#### **Требования к рейтинг-контролю**

1. Выполнение лабораторных работ – 20 баллов.
2. Выполнение заданий – 10 баллов.
3. Создание презентаций – 20 баллов.
4. Написание рефератов – 10 баллов.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

Для аудиторной работы.

Для аудиторной работы.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс №2 факультета ПМИК № 249	Набор учебной мебели, компьютер, проектор.
---	--

Для самостоятельной работы.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс №2 факультета ПМИК № 249 170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35	Набор учебной мебели, компьютер, проектор.
---	--

## **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	I. 3. Объем дисциплины	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
2.	II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Выделение часов на практическую подготовку по темам	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
3.	3. Объем дисциплины	Перераспределение часов	От 30.12.2021 выписка из протокола №7 ученого совета факультета
4.	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в программное обеспечение	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
5.	13. Материально-техническое обеспечение	Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
6.	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в список ПО	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
7.	V. 1) Рекомендуемая литература	Обновление ссылок на литературу	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета

			факультета
--	--	--	------------