

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 23.09.2022 15:38:04  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП



О.Н. Медведева



«28» июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Математический анализ**

Направление подготовки

27.03.05 Инноватика

профиль

Управление инновациями (по отраслям и сферам экономики)

Для студентов

1,2 курса, очной формы обучения

Составитель: к.ф.-м.н. Малышкин Ю.А.



Тверь, 2022

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» является изучение основных понятий и результатов указанной дисциплины необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины является формирование четкого понимания и освоение навыков вычисления по следующим разделам: пределы и непрерывность функции; производная функции; основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях; исследование поведения функций и построение их графиков; неопределенный и определенный интегралы; функции нескольких переменных; геометрические приложения дифференциального исчисления; кратные интегралы; криволинейные и поверхностные интегралы; ряды; несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; ряд и интеграл Фурье; элементы теории поля.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Математический анализ» изучается в модуле Математика Блока 1. Дисциплины обязательной части учебного плана ООП.

Математический анализ имеет логические и содержательно-методические взаимосвязи со всеми математическими, естественнонаучными и профессиональными дисциплинами Блока 1 учебного плана и необходим для изучения этих дисциплин.

Для освоения дисциплины необходимы знания и наличие устойчивых навыков работы с объектами этой дисциплины.

**3. Объем дисциплины: 13 зачетных единиц, 468 академических часов, в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лекции 104 часа, практические занятия 104 часа;

**самостоятельная работа:** 260 часов, в том числе контроль 81 час.

#### **4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ОПК-1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук.	ОПК-1.1. Проводит анализ поставленных задач, используя законы и методы математики.

#### **5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения**

Экзамен в 1,2,3 семестрах.

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.**

**1. Для студентов очной формы обучения**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятель ная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		
		всего	в т.ч. ПП	всего	в т.ч. ПП	
<b>1 семестр</b>						
<b>Введение в анализ</b>						
<b>Элементы теории множеств</b> Множества. Операции над множествами и их основные свойства.	2	1				1
<b>Действительные числа</b> Аксиоматическое построение множества действительных чисел. Натуральные числа. Принцип математической индукции. Грани числовых множеств. Теоремы о существовании и единственности граней.	2	1				1
<b>Числовые последовательности</b> Понятие последовательности. Свойства. Предел числовой последовательности. Необходимое условие сходимости последовательности (Теорема об ограниченности ...) Единственность предела. Арифметические операции над пределами. Критерий Коши. Достаточное условие сходимости (теорема Вейерштрасса). Число “ $\epsilon$ ”. Бесконечно малые последовательности. Предельный переход в неравенствах. (теорема Больцано – Вейерштрасса; верхний и нижний предел последовательности). Бесконечные пределы.	12	2		2		6
<b>Функция одной переменной</b> Понятие функции. Общие свойства функций. Числовые функции.	15	4		4		7

Ограниченные, монотонные, периодические, четные и нечетные функции. Неявное задание функции. Параметрическое задание функции. Элементарные функции. Обзор свойств базисных элементарных функций. Классификация элементарных функций.						
Непрерывность числовой функции. Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке. Локальная ограниченность функции, имеющей предел в точке. Бесконечно малые функции. Предел и арифметические операции. Предельный переход в неравенствах. Замена переменной под знаком предела. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. 1-й и 2-й замечательные пределы. Другие эталонные пределы. Понятие непрерывности функции в точке. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность композиции. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность функции, заданной параметрически. Понятие кривой. Непрерывность и ограниченность. Теорема Вейерштрасса. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность и монотонность. Непрерывность обратной функции. Терминология $o(x)$ и $O(x)$ . Сравнение бесконечно малых. Эквивалентность бесконечно малых. Выделение главной части. Классификация бесконечно больших.	22	8		6		8
Дифференцирование функций одной переменной. Производная. Геометрический смысл производной. Понятие дифференцируемости функции в точке. (теорема о необходимом и достаточном условии). Непрерывность дифференцируемой	42	12		16		14

<p>функции. Дифференциал. Правила дифференцирования.  Дифференцируемость элементарных функций.  Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемость обратной функции. Экстремум функции одной переменной. Необходимое условия экстремума. (Теорема Ферма). Теорема Ролля. Теорема о среднем значении (Лагранжа). Высшие производные и дифференциалы. Обобщение правил дифференцирования на производные высших порядков. Условия монотонности одномерной функции. Достаточные условия экстремума. Выпуклые функции. Условия выпуклости в терминах производных. Точки перегиба. Асимптоты. Раскрытие неопределенностей <math>0/0</math>. Правила Лопиталя. Раскрытие неопределенностей <math>\infty/\infty</math>. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Представление формулой Тейлора базисных элементарных функций.</p>					
<p>Дифференцирование функций многих переменных <math>n</math>-мерное пространство. Функции нескольких переменных. График. Предел функций нескольких переменных. Повторные пределы. Пределы по направлению. Непрерывность функции нескольких переменных, непрерывность по фиксированной переменной. Производные функции нескольких переменных. Частные производные.  Дифференцируемость функции нескольких переменных. Непрерывность дифференцируемой функции. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Производная сложной функции нескольких переменных. Арифметические операции дифференцирования функции</p>	16	4		4	8

нескольких переменных. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.						
Неявные функции Понятие неявной функции одной переменной. Существование и непрерывность неявной функции. Производная неявных функций.	8	2		2		4
<b>экзамен</b>	27					27
<b>итого</b>	144	34		34		76
2 семестр						
Интегральное исчисление Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Интегрирование по частям и замена переменной. Техника неопределенного интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций. Разбиения отрезка. Определение интеграла Римана. Верхние и нижние интегральные суммы (суммы Дарбу). Верхний и нижний интеграл. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций. Интегрируемость модуля и произведения функций. Основные свойства интеграла Римана: линейность, монотонность, аддитивность. Оценка модуля интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной. Геометрические и физические приложения интеграла. Площадь криволинейной трапеции. Спрямолинейные кривые. Длина кривой.	32	12		10		10
Несобственные интегралы Несобственные интегралы по	9	4		4		5

бесконечному промежутку и от неограниченной функции. Основные свойства. Вычисление. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признаки сравнения. Признаки Абеля и Дирихле. Интегралы с несколькими особенностями. Сходимость в смысле главного значения.						
Интегралы с параметрами Собственные интегралы с параметрами. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру. Несобственные интегралы с параметрами. Равномерная сходимость. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость по параметру. Непрерывность и дифференцируемость.	18	4		4		10
Кратные интегралы Внешняя и внутренняя мера множества на плоскости. Измеримые по Жордану множества. Мера Жордана. Критерии измеримости. Монотонность и конечная аддитивность меры. Множества меры нуль. Мера Жордана в пространствах $R^3$ и $R^n$ . Двойные интегралы. Линейность, монотонность и конечная аддитивность двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Тройные интегралы и интегралы высшей кратности. Приложения кратных интегралов.	24	8		6		10
Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности Естественная параметризация кривой. Ориентация кривой. Понятие криволинейного интеграла 1-го рода. Вычисление сведением к определенному интегралу. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода и	30	8		12		10



определенным интегралом. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Приложения криволинейных интегралов. Понятие поверхности. Параметрическое задание поверхности. Ориентация поверхности. Кривые на поверхности. Площадь поверхности. Интегралы по поверхности 1-го и 2-го рода. Сведение к двойному интегралу. Теоремы Стокса и Остроградского – Гаусса.						
<b>экзамен</b>	27					27
<b>итого</b>	144	36		36		72
3 семестр						
Теория поля Скалярное и векторное поле. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Работа силового поля. Поток поля через поверхность. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля. Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности.	10	4		4		15
Числовые ряды. Понятие числового ряда. Общий член. Частные суммы. Сходимость числового ряда. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Остаток ряда. Критерий Коши. Абсолютная сходимость. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости: признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши. Признаки, Раабе, Гаусса. Интегральный признак. Ряды с произвольными членами. Признаки сходимости Абеля и Дирихле. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакопередающегося ряда. Умножение рядов. Группировка и перестановка членов ряда. Теорема Римана.	12	8		8		20
Функциональные и степенные ряды Функциональные	18	8		8		10

<p>последовательности. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши. Непрерывность предельной функции. Предельный переход под знаком интеграла. Сходимость последовательности производных. Функциональные ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Коши - Адамара. Радиус, интервал и область сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Теорема Абеля. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Условия сходимости. Разложение в степенной ряд базисных элементарных функций.</p>						
<p>Ряды Фурье. Преобразование Фурье Тригонометрический многочлен и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы функций. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда. Ряд Фурье. Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Теорема о квадратичном уклонении. Неравенство Бесселя. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Интегральное представление частных сумм ряда Фурье. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.</p>	18	8		8		20
<p>Элементы функционального анализа Понятие Меры. Счетное множество. Интеграл Лебега. Функция Дирихле. Гильбертово пространство <math>L^2</math>. Ортонормированная система функций пространства <math>L^2</math>. Её</p>	16	6		6		20

свойства. Понятие общего ряда Фурье. Понятие обобщенных функций. Свойства Обобщенных функций Дельта функция. Свертка. Дискретное преобразование Фурье.						
<b>экзамен</b>	27					27
<b>итого</b>	180	34		34		112
<b>Итого (всего часов)</b>	468	104		104		260

### III. Образовательные технологии

Учебная программах-наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Элементы теории множеств	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Действительные числа	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Числовые последовательности	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Функция одной переменной	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Непрерывность числовой функции	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Дифференцирование функций одной переменной	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Дифференцирование функций многих переменных	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Неявные функции	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Интегральное исчисление	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Несобственные интегралы	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Интегралы с параметрами	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Кратные интегралы	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Теория поля	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Числовые ряды.	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Функциональные и степенные ряды	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Ряды Фурье. Преобразование Фурье	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач
Элементы функционального анализа	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала. Решение задач

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

**Форма проведения промежуточной аттестации:** студенты, освоившие программу курса «Математический анализ» могут получить оценку по итогам семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положению о рейтинговой системе обучения ТвГУ» (протокол №8 от 30 апреля 2020 г.).

Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то экзамен сдается согласно «Положению о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) обучающихся по программам высшего образования ТвГУ» (протокол №11 от 28 апреля 2021 г.).

#### **Для проведения текущей и промежуточной аттестации:**

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;

УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;

УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

**Для всех индикаторов один способ аттестации.**

#### **Задание 1:**

1. Найти множество, на которое функция  $f(x)$  отображает множество  $E$  (найти  $f(E)$ ) если

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3} + 5, \quad E = (0, 2).$$

2. Найти значение производной функции в точке  $x=1$ :

$$f(x) = \frac{2x + 5}{x^2 - 3x + 4}.$$

3. Найти  $f''(x)$ , если

$$f(x) = (x^2 + 3x - 5)e^{-2x}.$$

4. Вычислить  $f'''_{xy}$ , если

$$f(x, y) = (2x + 1)e^{x+2y}.$$

**Задание 2:**

Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = 4x^2 + 4x + 1 \text{ и } y = 8x + 1$$

Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = e^{2x+3y}, z = 0, x + 2y = 0, x = 4, y = 1.$$

**Задание 3:**

1. Найти модуль и направление градиента поля  $u$  в точке  $A(1,1,2)$ , если

$$u = z\sqrt{xy} + x^2y - 3xz^2.$$

2. Разложить в ряд Фурье в интервале  $(-2, 2)$  следующую функцию

$$f(x) = |x^2 - 1|.$$

**Способ аттестации:** письменный

**Критерии оценки:**

Работа выполнена самостоятельно – 4 балл

Отсутствуют арифметические ошибки и опiski – 1 балл.

ОПК-1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук:

ОПК-1.1. Проводит анализ поставленных задач, используя законы и методы математики;

**Задание 1:**

1. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 3x - 2}.$$

2. Найти производную функции:

$$f(x) = e^{2x} \sin x + 2e^{2x} \cos x.$$

3. Найти экстремумы функции

$$f(x) = e^{2x} \cos x$$

4. Найти частные производные первого порядка функции:  $f(x, y) = (\cos x)^y$ .

**Задание 2:** 1. Исследовать сходимость ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((2n)!)^2}{(4n)!}$$

2. Найти преобразование Фурье для функции

$$f(x) = e^{-2|x+3|}$$

**Задание 3:**

Вычислить интеграл:

1.  $\int \operatorname{tg}(3x+5) dx$

2.  $\int_{-1}^1 e^{2x+3} dx$

**Способ аттестации:** письменный

**Критерии оценки:**

Работа выполнена самостоятельно – 4 балл

Отсутствуют арифметические ошибки и опiski – 1 балл.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

1) Рекомендуемая литература

а) основная

1. **Фихтенгольц Г. М.** Основы математического анализа. Ч. 1 : 13-е, стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 444 с. - ISBN 978-5-8114-7583-4.

<https://e.lanbook.com/book/162390>

2. **Фихтенгольц Г. М.** Основы математического анализа. Ч. 2 : - 12-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 464 с. ISBN 978-5-8114-8375-4

<https://e.lanbook.com/book/175511>

3. **Демидович Б. П.** Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / 23-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 624 с. - ISBN 978-5-8114-6940-6  
<https://e.lanbook.com/book/153688>

б) дополнительная литература:

1. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов. Т. 1 : 14-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 608 с. - ISBN 978-5-8114-5841-7.  
<https://e.lanbook.com/book/147144>
2. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов. Т. 2 : 15-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 800 с. - ISBN 978-5-8114-7377-9.  
<https://e.lanbook.com/book/159505>
3. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник для вузов. Т. 3 : - 11-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 656 с. - ISBN 978-5-8114-6652-8.  
<https://e.lanbook.com/book/149365>
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т.1 Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. Функции нескольких переменных. М., Физматлит, 2003.
7. Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001.
8. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. т. 1, 2. Альфа, 1998 (Физматлит, 2005).

9. Высшая математика. Специальные главы (Методы линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики с примерами из радиотехники) под редакцией Розановой С.А., М., Физматлит, 2008.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Наука, Ч. 1, 1980, Ч. 2, 1982 (Физматлит, 2008).
11. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. М., Наука, 1998.
12. Никольский С.М. Курс математического анализа, М., Т. 1, 2, Физматлит, 2001.
13. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. 1,2. Изд-во БХВ-Петербург, 2007.
14. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Физматлит, 2007.

## 2) Программное обеспечение

### а) Лицензионное программное обеспечение

Mathcad 15 M010 - Акт предоставления прав IC00000027 от 16.09.2011;

MATLAB R2012b - Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012;

### б) Свободно распространяемое программное обеспечение

## 3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);

2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;

3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>

## 4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Сайт [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru)

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**



*1) Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине*

**Методические рекомендации по подготовке к занятиям**

Самостоятельная работа начинается до прихода студента на лекцию. Целесообразно использование «системы опережающего чтения», т.е. предварительного прочитывания лекционного материала, содержащегося в учебниках и учебных пособиях, закладывающего базу для более глубокого восприятия лекции. Работа над лекционным материалом включает два основных этапа: конспектирование лекций и последующую работу над лекционным материалом. Под конспектированием подразумевают составление конспекта, т.е. краткого письменного изложения содержания чего-либо (устного выступления – речи, лекции, доклада и т.п. или письменного источника – документа, статьи, книги и т.п.).

Методика работы при конспектировании устных выступлений значительно отличается от методики работы при конспектировании письменных источников. Конспектируя письменные источники, студент имеет возможность неоднократно прочитать нужный отрывок текста, поразмыслить над ним, выделить основные мысли автора, кратко сформулировать их, а затем записать. При необходимости он может отметить и свое отношение к этой точке зрения. Слушая же лекцию, студент большую часть комплекса указанных выше работ должен откладывать на другое время, стремясь использовать каждую минуту на запись лекции, а не на ее осмысление – для этого уже не остается времени. Поэтому при конспектировании лекции рекомендуется на каждой странице отделять поля для последующих записей в дополнение к конспекту.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к зачету. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить логические связи между его элементами, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы. Беседа студента и преподавателя может дать многое - это простой прием получения знаний. Самостоятельная работа носит сугубо индивидуальный характер, однако вполне возможно и коллективное осмысление проблем.

### *Планы семинарских занятий*

#### *1 семестр*

1. Исследование одномерных функций методами дифференциального исчисления и построение их графиков.
2. Верхние и нижние грани числовых множеств.
3. Общее понятие функции.
4. Предел числовой последовательности
5. Предел числовой функции.
6. Непрерывность числовой функции
7. Дифференцирование одномерных функций.
8. Экстремум одномерной функции
9. Дифференцирование функций многих переменных.
10. Частные производные.

#### *2 семестр*

11. Неопределенный интеграл.
12. Определенный интеграл.
13. Несобственный интеграл.
14. Приложения интеграла.
15. Двойные и тройные интегралы.
16. Приложения кратных интегралов.
17. Криволинейные интегралы.
18. Интегралы по поверхности.
19. Интегралы с параметрами.

### *3 семестр*

20. Дифференцирование скалярного поля

21. Дифференцирование векторного поля

22. Числовые ряды.

23. Функциональные ряды.

24. Степенные ряды.

25. Ряды Фурье.

26. Интегральное преобразование Фурье.

### **Методические рекомендации по подготовке к экзамену**

Экзамен - важные этапы в учебном процессе, имеющие целью проверку знаний, выявление умений применять полученные знания к решению практических задач. Как подготовка к экзамену, так и сам экзамен - форма активизации и систематизации полученных знаний, их углубления и закрепления.

Для экзамена необходимо следующее: экзаменационные вопросы; материалы курса; ваши КР; ваши записи; ваш преподаватель; ваша учебная группа; учебные занятия.

Рекомендуем воспользоваться общими советами.

1. Используйте экзаменационные вопросы. Это даст Вам верное представление о том, что нужно ожидать на экзамене. Попрактикуйтесь в написании ответов на вопросы, стараясь уложиться в отведённое время, но при этом имейте под руками материалы курса, чтобы проверить Вашу память на относящиеся к делу идеи и концепции.

2. Используйте материалы курса. У Вас будут хорошие шансы сдать экзамен успешно, если Вы используете материалы курса в Ваших ответах на экзаменационные вопросы. Постарайтесь бегло просмотреть основные идеи курса, когда у Вас появится некоторое время для обдумывания.

3. Прибегните к помощи Вашего преподавателя и других студентов Вашей группы.

4. Используйте лекции и учебные занятия для подготовки к зачету и экзамену.

## *Вопросы к экзамену*

### 1 семестр

1. Понятие множества, их основные свойства.
2. Множество действительных чисел. Аксиоматика множества действительных чисел.
3. Подмножества действительных чисел.. Принцип математической индукции.
4. Грани числовых множеств. Теоремы о существовании и единственности границ.
5. Понятие последовательности. Свойства.
6. Предел числовой последовательности.
7. Необходимое условие сходимости последовательности (Теорема об ограниченности ...)
8. Единственность предела.
9. Арифметические операции над пределами.
10. Критерий Коши.
11. Достаточное условие сходимости (теорема Вейерштрасса).
12. Число “ $e$ ”.
13. Бесконечно малые последовательности.
14. Предельный переход в неравенствах. (теорема Больцано – Вейерштрасса; верхний и нижний предел последовательности).
15. Бесконечные пределы.
16. Понятие функции. Способы задания.
17. Общие свойства функций. (Ограниченные, монотонные, периодические, четные и нечетные функции).
18. Обратная функция. Свойства. Примеры (из базисных функций)
19. Неявное задание функции. Параметрическое задание функции.
20. Элементарные функции.
21. Предельные точки множества.
22. Понятие предела функции в точке.
23. Локальная ограниченность функции, имеющей предел в точке.

24. Единственность предела функции в точке.
25. Предельный переход в неравенствах. Предел сложной функции.
26. 1-й и 2-й замечательные пределы.
27. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности.
28. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентность бесконечно малых. Выделение главной части.
29. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших.
30. Понятие непрерывности функции в точке. Непрерывность элементарных функций.
31. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции.
32. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва.
33. Непрерывность на промежутке. Ограниченность.
34. Теорема Вейерштрасса (о наибольших и наименьших значениях функции).
35. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность обратной функции.
36. Производная. Геометрический смысл производной.
37. Понятие дифференцируемости функции в точке. (теорема о необходимом и достаточном условии).
38. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал.
39. Правила дифференцирования.
40. Дифференцируемость элементарных функций.
41. Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемость обратной функции.
42. Экстремум функции одной переменной.
43. Необходимые условия экстремума. (Теорема Ферма).
44. Теорема Ролля.
45. Теорема о среднем значении (Лагранжа)
46. Высшие производные и дифференциалы.
47. Обобщение правил дифференцирования на производные высших порядков.

48. Условия монотонности одномерной функции.
49. Достаточные условия экстремума.
50. Выпуклые функции. Условия выпуклости в терминах производных.
51. Точки перегиба. Асимптоты.
52. Раскрытие неопределенностей  $0/0$ . Правила Лопитала.
53. Раскрытие неопределенностей  $\infty/\infty$ . Правило Лопитала
54. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
55. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши.
56. Представление формулой Тейлора базисных элементарных функций.
57.  $n$ -мерное пространство.
58. Функции нескольких переменных. График.
59. Предел функций нескольких переменных.
60. Повторные пределы.
61. Пределы по направлению.
62. Непрерывность функции нескольких переменных, непрерывность по фиксированной переменной.
63. Производные функции нескольких переменных. Частные производные.
64. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Непрерывность дифференцируемой функции.
65. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
66. Производная сложной функции нескольких переменных.
67. Арифметические операции дифференцирования функции нескольких переменных.
68. Производные высших порядков функции нескольких переменных.
69. Производная по направлению. Градиент.
70. Понятие неявной функции одной переменной.
71. Существование и непрерывность неявной функции..
72. Производная неявных функций.

## *2 семестр*

1. Первообразная.

2. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование путем замены переменной.
5. Обобщенная формула интегрирования по частям.
6. Интегрирование рациональных выражений.
7. Определение определенного интеграла (интеграла Римана). Теорема об условиях существования интеграла
8. Основные свойства интеграла Римана.
9. Свойства интегрируемых функций.
10. Свойства определенных интегралов. Оценка модуля интеграла. Теорема о среднем значении.
11. Интеграл с переменным верхним пределом.
12. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Формулы вычисления определенного интеграла. Интегрирование по частям и замена переменной.
14. Геометрические приложения интеграла.
15. Несобственные интегралы с бесконечным пределом.
16. Признак сходимости Коши несобственных интегралов. Абсолютная сходимость. Признаки сравнения.
17. Признак Дирихле.
18. Признак Абеля.
19. Несобственные интегралы от неограниченной функции. Теорема об интегрируемости неограниченных функций.
20. Равномерная сходимость.
21. Собственные интегралы с параметрами. Предельный переход под знаком интеграла.
22. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру.
23. Несобственные интегралы с параметрами. Предельный переход под знаком интеграла.

24. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственного интеграла
25. Определение двойного интеграла.
26. Свойства двойного интеграла.
27. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным.
28. Функциональный определитель (Якобиан). Преобразование плоских областей.
29. Замена переменных в двойном интеграле.
30. Несобственные двойные интегралы.
31. Тройные интегралы.
32. Интегралы высшей кратности.
33. Замена переменных в кратных интегралах.
34. Переход к сферическим и цилиндрическим координатам.
35. Длина кривой. Спряжляемые кривые. Направление на кривой.
36. Понятие криволинейного интеграла 1-го типа.
37. Вычисление криволинейного интеграла 1-го типа сведением к определенному интегралу.
38. Криволинейные интегралы 2-го типа.
39. Криволинейные интегралы 2-го типа общего вида.
40. Вычисление криволинейного интеграла 2-го типа.
41. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го типа и определенным интегралом.
42. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру ориентация поверхности
43. Формула Грина.
44. Следствия формулы Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
45. Понятие поверхности. Сторона поверхности.
46. Параметрическое задание поверхности. Площадь поверхности.
47. Интегралы по поверхности 1-го типа.
48. Интегралы по поверхности 2-го типа.
49. Сведение к двойному интегралу.



50. Формула Стокса.

51. Формула Остроградского – Гаусса.

3 семестр

Элементы векторного анализа.

Скалярное и векторное поле.

Дифференцируемость скалярного поля. Градиент.

Дифференцируемость векторного поля. Производная по направлению.

Поток поля через поверхность.

Дивергенция векторного поля.

Циркуляция (ротор) векторного поля вдоль кривой.

Дифференцируемость векторного поля. Оператор Лапласа.

Понятие числового ряда и сходимости ряда.

Простейшие свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд.

Необходимый признак сходимости числового ряда.

Достаточный признак сходимости числового ряда (Критерий Коши).

Признаки сравнения сходимости положительного числового ряда.

Признак Даламбера сходимости положительного ряда. Примеры.

Признак Коши и интегральный признак Коши-Макларена сходимости положительного ряда.

Абсолютная и условная сходимость ряда. Примеры.

Перестановка членов ряда. Примеры.

Группировка членов ряда. Теорема Римана.

Переместительное свойство абсолютно сходящегося ряда. (Теорема Коши).

Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда. Признак Дирихле–Абеля сходимости ряда с произвольными членами.

Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости бесконечного произведения.

Связь сходимости бесконечных произведений и рядов.

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда.

Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

Признак Дирихле–Абеля равномерной сходимости функционального ряда.

Пример.

Непрерывность суммы равномерно сходящегося функционального ряда.

Теорема о почленном переходе к пределу (равномерная сходимость функционального ряда).

Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функционального ряда.

Понятие степенного ряда. Условие абсолютной сходимости степенного ряда.

Радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда.

Отыскание радиуса сходимости степенного ряда.

Непрерывность суммы степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора базисных элементарных функций.

Понятие Меры. Счетное множество.

Интеграл Лебега. Функция Дирихле.

Гильбертово пространство  $L^2$ .

Ортонормированная система функций пространства  $L^2$ . Её свойства.

Понятие общего ряда Фурье.

Свойства  $n$ -ой частичной суммы ряда Фурье. Тожество и неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

Единственность разложения функции в ряд Фурье.

Понятие тригонометрического ряда. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда.

Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье.

Понятие гармонического анализа. Примеры разложения в ряд Фурье.

Сходимость к нулю коэффициентов Фурье.

Условия Дирихле разложимости функции в ряд Фурье.  
Признаки Липшица и Дирихле сходимости ряда Фурье в точке.  
Разложение на произвольном промежутке. Комплексная форма ряда Фурье.  
Интеграл Фурье.  
Требования к функции (Основная лемма).  
Достаточные признаки сходимости интеграла Фурье.  
Различные формы интегралов Фурье.  
Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.  
Свойства преобразований Фурье.  
Преобразование Фурье функции двух переменных.  
Понятие обобщенных функций.  
Свойства Обобщенных функций  
Дельта функция.  
Свертка.

### **Критерии оценки знаний при сдаче экзамена**

Экзамен по дисциплине сдается по экзаменационным билетам, куда входят три вопроса по дисциплине.

Положительная оценка выставляется в том случае, если студентами выполняются все приоритетные и дополнительные виды работ, как в устной, так и письменной форме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в том случае, если студенты систематически пропускают занятия и не восполняют пропуск проделанных работ.

#### *2) Требования к рейтинг-контролю*

Оценка знаний студентов осуществляется по результатам успеваемости и оценивается по 100 – бальной системе. Семестр делится на два модуля.

В каждом модуле студент может набрать максимально по 30 баллов.

Интегральная (рейтинговая) оценка знаний студентов осуществляется в баллах в комплексной форме с учетом:

- оценки по итогам текущего контроля (до 60 баллов);
- оценки итоговых знаний в ходе экзамена (до 40 баллов).

*Критерии оценки качества знаний для итогового контроля*

<b>5-ти балльная оценка/ балльно-рейтинговая оценка</b>	<b>Пояснение к оценке</b>
«отлично», 85-100 баллов	теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены.
«хорошо», 70-84 баллов	теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, предусмотренные программой обучения учебные задания частично выполнены.
«удовлетворительно», 40 -69 баллов	теоретическое содержание курса освоено не полностью, с пробелами, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы частично, предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены с ошибками.
«Неудовлетворительно», Менее 40 баллов	теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

<b>Наименование специальных помещений</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</b>
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	1 Микшерный пульт Yamaha MG-124C 2 Аудиокомплект (мик. пульт, акуст. усилитель, акуст. система, радиосистема) 3 Интерактивная система SMART Board 660i4 4 Мультимедийный проектор Epson EB-4850WU с	Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №1842 30.11.2020. MS Office 365 pro plus - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт на

<p>Лекционная аудитория № 226 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p>	<p>потолочным креплением 5 Телекоммуникационный шкаф ШТК-М-18.6.6-3AAA с полками 6 Телекоммуникационный шкаф ШТК-М-18.6.6-3AAA с полками 7 Экран настенный Lumien 8 Компьютер iRU Corp 510 15- 2400/4096/500/G210-512/DVD- RW/W7S/монитор E-Machines E220HQVB 21,5'' 9 Комплект учебной мебели на 110 посадочных мест 10 Меловая доска</p>	<p>передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. Microsoft Visual Studio 2019 - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. Mozilla Firefox -бесплатно</p>
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Учебная аудитория № 218 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p>	<p>1. Комплект учебной мебели на 25 посадочных мест. 2. Экран настенный ScreenMedia 153x203 3. Переносной комплект мультимедийной техники (ноутбук, проектор). 4. Меловая доска</p>	<p>Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. MS Office 365 pro plus - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. Acrobat Reader DC - бесплатно Google Chrome – бесплатно</p>
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Лекционная аудитория № 227 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p>	<p>1. Проектор Panasonic PT- VW340ZE 2 экран ScreenMedia 3. Ноутбук (переносной) 4. Комплект учебной мебели на 60 посадочных мест 5. Меловая доска</p>	<p>Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. MS Office 365 pro plus - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г. Acrobat Reader DC - бесплатно Google Chrome – бесплатно</p>

### VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	Титульный лист	Смена руководителя ООП	Протокол совета ФТФ № 4 от 9.11.2021 г.
2.			