

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ООП

" " 20 г.

Математическое моделирование лесных экосистем

	ОФО	ЗФО	
Часов по учебному плану	108	108	Виды контроля в семестрах (ОФО):
в том числе:			экзамены 1
аудиторные занятия	34	8	Виды контроля на курсах (ЗФО):
самостоятельная работа	47	91	экзамены 1
часов на контроль	27	9	

Заочная форма

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>) / Курс (ЗФО)	1 (1.1)		Итого		1		Итого	
Неделя	17							
Вид занятий	УП	РПД	Вид	РПД	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	17	17	17	17	4	4	4	4
Практические	17	17	17	17	4	4	4	4
Итого ауд.	34	34	34	34	8	8	8	8
Контактная работа	34	34	34	34	8	8	8	8
Сам. работа	47	47	47	47	91	91	91	91
Контроль	27	27	27	27	9	9	9	9
Итого	108	108	108	108	108	108	108	108

Программу составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доц., Кожеко Л.Г. _____

Рабочая программа дисциплины

Математическое моделирование лесных экосистем

разработана в соответствии с ФГОС ВО:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 35.04.01 Лесное дело (уровень магистратуры) (приказ Минобрнауки России от 7/17/2017г. №667)

составлена на основании учебного плана:

35.04.01 Лесное дело

утвержденного учёным советом вуза от 6/26/2019 протокол № 10.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Компьютерной безопасности и математических методов управления

Протокол от г. №

Зав. кафедрой Андреева Е.А.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	• ознакомление студентов с основными математическими моделями в экологии;
1.2	• подготовка студентов в области исследования сложных систем и процессов на основе методов математического моделирования.

Задачи :

- формирование представления о видах моделирования и основных подходах к построению математических моделей экологических систем;
- подготовка студентов к практической деятельности с использованием компьютера, выработка умений и навыков по использованию компьютера при решении различных задач прикладного характера;
- умение разрабатывать теоретические модели, позволяющие прогнозировать процессы и явления в лесном и лесопарковом хозяйстве.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП:	Б1.В
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Знания по математике и информационным технологиям, полученные студентами при обучении в
2.2	Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Информационные технологии
2.2.2	Научно-исследовательская работа

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ПК-4.1: Разрабатывает программы и методики, позволяющие анализировать различные компоненты лесных экосистем и прогнозировать их динамику

ПК-4.2: Разрабатывает методики и выбирает методы экспериментальной работы в лесном и лесопарковом

ПК-3.2: Анализирует состояние и динамику лесных экосистем с использованием методов мониторинга и моделирования

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Очная форма		Заочная форма	
			Семестр	Часов	Курс	Часов
	Раздел 1. Введение					
1.1	Понятие модели. Определение, типы, свойства, классификация моделей.	Ср	1	8	1	14
1.2	Классификация моделей.	Ср	1	8	1	16
	Раздел 2. Понятие моделирования					
2.1	Виды, этапы моделирования.	Ср	1	8	1	16
2.2	Основы математического и компьютерного моделирования.	Ср	1	8	1	16
2.3	Примеры построения математических моделей биологических систем.	Лек	1	5	1	0
	Раздел 3. Биометрические методы.					
3.1	Биометрия – наука о статистическом анализе групповых свойств в биологии.	Пр	1	6	1	0
3.2	Вариационный ряд. Графическое изображение вариационных рядов. Гистограмма, вариационная кривая.	Пр	1	1	1	0
3.3	Репрезентативность выборочных показателей. Ошибки репрезентативности. Доверительные границы.	Ср	1	8	1	15
	Раздел 4. Первичная обработка результатов эксперимента					
4.1	Нахождение основных статистических характеристик.	Пр	1	6	1	2
4.2	Интервал наиболее вероятных значений .	Пр	1	1	1	1
4.3	Нахождение по интервальному ряду характеристик .	Ср	1	7	1	14

	Раздел 5. Построение эмпирических табличных зависимостей					
5.1	Способы выбора вида эмпирической формулы..	Лек	1	6	1	2
5.2	Методы уточнения коэффициентов эмпирической формулы.	Лек	1	6	1	2
5.3	Метод наименьших квадратов.	Пр	1	3	1	1
	Раздел 6. Экзамен				1	
6.1	Подготовка к экзамену	Экзамен	1	27	1	9

5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Предусмотрены аудиторские контрольные работы по разделам:

1. Первичная обработка результатов эксперимента в виде табличной зависимости.
2. Нахождение вида эмпирической формулы данной табличной зависимости в виде функции двух параметров $y = f(x)$, графическим или аналитическим способом, используя классический набор функций (линейная, показательная, дробно-рациональная, логарифмическая, степенная, гиперболическая, дробно-линейная).

Приложение 1.

5.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

1. Понятие модели.
2. Виды моделей:
 - Материальная (предметная) модель.
 - Информационная модель.
 - Образная информационная модель.
 - графическая информационная модель.
 - Табличная информационная модель.
 - Знаковая информационная модель.
 - Логическая модель.
 - Математическая модель.
 - Специальная модель.
 - Описательная информационная модель.
 - Иерархическая и сетевая информационная модель.
 - Дискретная математическая модель.
 - Непрерывная математическая модель.
 - Имитационная модель.
 - Эвристическая модель.
 - Статистическая или теоретико-вероятностная модель (стохастическая модель).
 - Компьютерная модель.
3. Свойства модели.
4. Классификация моделей.
 - Классификация моделей по времени.
 - Классификация моделей по области возможных приложений.
5. Виды моделирования.
6. Этапы моделирования.
7. Использование информационных моделей в процессе моделирования на компьютере.
8. Этапы компьютерного моделирования.
9. Компьютерная математическая модель.
10. Вычислительный (компьютерный) эксперимент.
11. Биометрия – наука о статистическом анализе групповых свойств в биологии.
12. Основные и сопряженные категории групповых свойств.
13. Категории признаков: количественные, качественные, порядковые.
14. Средняя арифметическая.
15. Среднее квадратическое отклонение (сигма).
16. Свойства выборочной дисперсии и среднеквадратического отклонения
17. Число степеней свободы.
18. Вариационный ряд.
19. Коэффициент вариации.
20. Графическое изображение вариационных рядов. Гистограмма, вариационная кривая.
21. Нормальное распределение.
22. Генеральная совокупность, выборка.
23. Репрезентативность выборочных показателей.

24. Ошибки репрезентативности.
25. Доверительные границы.
26. Общий порядок оценки генеральных параметров.
27. Оценка средней арифметической, оценка средней разности.
28. Среднее арифметическое ($\bar{x}$), дисперсия (D) и среднее квадратическое отклонение (σ).
29. Интервал наиболее вероятных значений ($\bar{x} \pm \sigma$).
30. Частота больших значений величины X (больших $\bar{x} + \sigma$).
31. Частота малых значений величины X (меньших $\bar{x} - \sigma$).
32. Интервальный ряд, гистограмма.
33. Нахождение по интервальному ряду числовых характеристик ($\bar{x}$, D , σ).
34. Доля значений переменной величины, попадающих в заданный промежуток.
35. Эмпирическая таблица.
36. Эмпирическая формула.
37. Графический способ выбора вида эмпирической формулы.
38. Аналитический способ выбора вида эмпирической формулы.
39. Метод выбранных точек уточнения коэффициентов эмпирической формулы.
40. Метод средних уточнения коэффициентов эмпирической формулы.
41. Метод наименьших квадратов.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

Шифр	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год, ссылка
Л.1.1	Тимченко С. В., Сметанин С. В. и др.	Информатика	Томск: Эль Контент, 2011 http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=208700
Л.1.2	Гусева Е. Н., Ефимова И.Ю. и др.	Информатика	М.: Флинта, 2011 http://www.biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83542
Л.2.1	Лебедев В. И., Серветник О. Л., Плетухина А. А. и др.	Современные информационные технологии	Ставрополь: СКФУ, 2014 http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457747

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Электронная библиотека
Э2	Словари и энциклопедии на Академике
Э3	Свободная энциклопедия
Э4	Национальный Открытый Университете «ИНТУИТ»

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Microsoft Windows 10 Enterprise
6.3.1.2	Microsoft Office профессиональный плюс 2013
6.3.1.3	Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows
6.3.1.4	Adobe Reader XI (11.0.13) - Russian
6.3.1.5	OpenOffice
6.3.1.6	Foxit Reader

6.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.2.1	ЭБС «ZNANIUM.COM»
6.3.2.2	ЭБС «ЮРАИТ»
6.3.2.3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
6.3.2.4	ЭБС IPRbooks
6.3.2.5	ЭБС «Лань»
6.3.2.6	ЭБС BOOK.ru
6.3.2.7	ЭБС ТвГУ

6.4 Образовательные технологии

6.4.1	Информационные (цифровые) технологии
6.4.2	Технологии развития дизайн-мышления
6.4.3	Технологии развития критического мышления

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
Аудитория	Оборудование
5-212	переносной мультимедийный комплекс, переносной ноутбук, учебная мебель, компьютеры
8. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	
Приложение 2.	

9. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины (или модуля)			
№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.			
2.			
3.			

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ (ПРИМЕРЫ)

Типовые задания и способ проведения аттестации	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания *										
<u>Задание по теме "Первичная обработка результатов эксперимента"</u> Управление сельского хозяйства предоставило сводку по ряду хозяйств. Согласно этой сводке, урожайность ржи в них составила (в центнерах с гектара): 17.5, 17.8, 18.6, 18.3, 19.1, 19.9, 20.6, 20.1, 22, 21.4, 17.5, 18.5, 19, 20, 22, 20.6, 19.1, 18.6, 17.9, 19.1, 22, 19, 17.5, 23, 22, 21, 19, 17.8, 18.3, 19.9, 20.1, 21.4, 18.5, 20, 21, 23, 17.5, 17.8, 18.6, 18.3, 19.1, 19.9, 20.6, 20.1, 22, 21.4, 17.5, 18.5, 19, 20, 22, 20.6, 19.1, 18.6, 17.9, 19.1, 22, 19, 17.5, 23, 22, 21, 19, 17.8, 18.3, 19.9, 20.1, 21.4, 18.5, 20, 21, 23, 17.5, 17.8, 18.6, 18.3, 19.1, 19.9, 20.6, 20.1, 22, 21.4, 17.5, 18.5, 19, 20, 22, 20.6, 19.1, 18.6, 17.9, 19.1, 22, 19, 17.5, 23, 22, 21, 19, 17.8. 1) Определите переменную величину; 2) найдите среднее арифметическое ($\bar{X}$), дисперсию (D) и среднее квадратическое отклонение (σ); 3) определите интервал наиболее вероятных значений ($\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma$); 4) найдите частоту больших значений величины X (больших $\bar{X} + \sigma$); 5) найдите частоту малых значений величины X (меньших $\bar{X} - \sigma$); 6) постройте интервальный ряд, гистограмму; 7) найдите по интервальному ряду все числовые характеристики ($\bar{X}$, D, σ); 8) определите долю значений переменной величины, попадающих в промежуток [18; 21]. При выполнении задания - из таблицы брать (N+10) значений (N - номер студента по списку); - использовать средства электронных таблиц MS EXCEL.	- Имеется полное верное решение, включающее правильный ответ – 3 балла - Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 2 балла - Имеется верное решение части задания из-за логической ошибки – 1 балл - Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов 1 балл – «3» 2 балла – «4» 3 балла – «5»										
<u>Задание по теме «Построение эмпирических табличных зависимостей»</u> Пусть в процессе опыта получена таблица (*) некоторой зависимости f: <table><tr><td>x</td><td>X₁</td><td>X₂</td><td>...</td><td>X_n</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>Y₁</td><td>Y₂</td><td>...</td><td>Y_n</td></tr></table> а) Найти вид эмпирической формулы данной табличной зависимости в виде функции двух параметров $y=f(x, a_1, a_2)$ графическим или аналитическим способом, используя классический набор функций (линейная, показательная, дробно-рациональная, логарифмическая, степенная, гиперболическая, дробно-линейная). Далее выбрать и исследовать не менее двух функций.	x	X ₁	X ₂	...	X _n	f(x)	Y ₁	Y ₂	...	Y _n	- Имеется полное верное решение, включающее правильный ответ – 3 балла - Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ решение недостаточно обосновано ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 2 балла - Имеется верное решение части задания, из-за логической ошибки – 1 балл - Решение не дано
x	X ₁	X ₂	...	X _n							
f(x)	Y ₁	Y ₂	...	Y _n							

- б) уточнить коэффициенты полученных эмпирических функций методом
- выбранных точек,
 - средних,
 - наименьших квадратов.
- в) Из полученных в п. б) функций найти наилучшую приближающую.
- г) В одной системе координат построить графики исходной зависимости и полученной в п. в) функции.

(*) Каждому студенту выдается индивидуальное задание в виде таблицы с конкретными данными.

Задание по теме "Элементы теории корреляции"

Приведены данные по группе хозяйств о дозах внесения удобрений на 1 га посева зерновых в ц (X) и об урожайности зерновых культур в центнерах с 1 га (Y) в виде таблицы(*):

X	X ₁	X ₂	...	X _n
Y	Y ₁	Y ₂	...	Y _n

Методом корреляционного анализа исследовать зависимость между этими признаками. Построить график корреляционной зависимости. Сформулировать выводы по результатам приведенного анализа. (*)
Каждому студенту выдается индивидуальное задание в виде таблицы с конкретными данными.

ИЛИ

дано неверное решение – 0 баллов

1 балл – «3»

2 балла – «4»

3 балла – «5»

Тест по теме «Модели, моделирование, статистические методы обработки данных»

1. Лабораторные модели – это модели:
 - 1) реальные;
 - 2) идеальные;
 - 3) концептуальные;
 - 4) математические.
2. Метод преобразования табличных значений модели к аналитическому виду путем замены одних математических объектов близкими к исходным:
 - 1) интерполяция;
 - 2) экстраполяция;
 - 3) аппроксимация.
3. Необходимое условие правильности модели:
 - 1) устойчивость её стационарных состояний;
 - 2) устойчивость её не стационарных состояний;
 - 3) устойчивость дополнительных параметров;
 - 4) информации.
4. Построение математической модели начинается с:
 - 1) формализации объекта, математической постановки задачи;
 - 2) поиска метода математической задачи и её решения;
 - 3) выбора математического аппарата и вычислительной техники;
 - 4) реализации программных средств и получения выходной количественной информации.
5. Схемы, графики – модель:

Правильно выбран вариант ответа – 1 балл

Тест из 18 заданий:

9-12 баллов – «3»

13-15 баллов – «4»

16-18 баллов – «5»

- 1) физическая; 2) логическая,
3) математическая 4) стохастическая
6. Объект измененный в масштабе это физическая модель:
1) полная; 2) частичная; 3) аналоговая.
7. Чему равна вероятность достоверного события
1) Может быть любым числом; 2) 1 3)
1/2 4) 0
8. Случайная величина X принимает значения
7, -2, 1, -5, 3 с равными вероятностями.
Найдите $M(x)$:
1) 0,7 2) 0,9
3) 0,8 4) 0.
9. $M(x) = 5$, $M(y) = 2$. Используя свойства математического ожидания, найдите $M(2x-3y)$:
1) 5 2) 3
3) 4 4) 2
10. Производится n независимых испытаний, в которых вероятность наступления события A равна P (n велико). Вероятность того, что событие A наступит m раз вычисляется по формуле:
1) Бернулли 2) $P(1-P)$
3) Бейеса 4) Муавра-Лапласа.
11. Вероятность появления события A в испытании равна P . Чему равно математическое ожидание числа появления события A в одном испытании:
1) P 2) $P(P-1)$
3) $1/P$ 4) $1-P$
12. При обследовании группы спортсменов в составе 25 человек в отношении размеров окружности груди было установлено, что у троих этот размер 88 см, у 4-х - 92 см, 5-х - 96 см, 6-х - 98 см, 7-х - 100 см. Определить среднее значение размера окружности груди.
1) 96 см 2) 100 см
3) 86 см 4) 94 см
13. Доля зараженности зерна вредителями составляет 0,002. Определить вероятность того, что в выборке из 500 зерен окажется равно 3 зараженных зерна:
1) 1 2) 0,06
3) 0,05 4) 0
14. Для того, чтобы выборка достаточно полно представляла генеральную совокупность она должна быть:
1) хорошей 2) репрезентативной
3) большой 4) маленькой
15. Последовательность однородных событий, следующих одно за другим через случайные интервалы времени – это:
1) генеральная совокупность
2) поток событий
3) математическое ожидание
4) дисперсия

16. В основе моделирования систем массового обслуживания лежит метод: 1) наименьших квадратов 2) метод укрупнения интервалов 3) метод потенциалов 4) метод Монте-Карло 17. Совокупность правил, описывающих сущность конфликтной ситуации: 1) теорема 2) гипотеза 3) игра 4) аксиома 18. Критерием изменений является: 1) Т- критерий Вилкоксона; 2) Н – критерий Крускала-Уоллиса; 3) G – критерий знаков; 4) S – критерий тенденций Джонкира.	
---	--

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Содержание дисциплины.
2. Методические материалы для изучения отдельных разделов дисциплины.
3. Методические материалы для работы на практических занятиях.
4. Методические материалы для подготовки к экзамену.

1. Содержание дисциплины

ТЕМА 1. *Введение*. Понятие модели. Определение, типы, свойства, классификация моделей

ТЕМА 2. *Понятие моделирования*. Виды, этапы моделирования. Основы математического и компьютерного моделирования. Примеры построения математических моделей биологических систем.

ТЕМА 3. *Биометрические методы*. Вариационный ряд. Графическое изображение вариационных рядов.

Гистограмма, вариационная кривая. Репрезентативность выборочных показателей. Ошибки репрезентативности. Доверительные границы.

ТЕМА 4. *Первичная обработка результатов эксперимента*. Нахождение основных статистических характеристик.

$\bar{X}$, D и σ .

ТЕМА 5. *Построение эмпирических табличных зависимостей*. Способы выбора вида эмпирической формулы. Методы уточнения коэффициентов эмпирической формулы.

2. Методические материалы для изучения отдельных разделов дисциплины.

3. Методические материалы для работы на практических занятиях.

ТЕМА 1. *Введение*. Определение, типы, свойства, классификация моделей.

ВОПРОСЫ:

1. Понятие модели.
2. Виды моделей:
 - Материальная (предметная) модель.
 - Информационная модель.
 - Образная информационная модель.
 - графическая информационная модель.
 - Табличная информационная модель.
 - Знаковая информационная модель.
 - Логическая модель.
 - Математическая модель.
 - Специальная модель.
 - Описательная информационная модель.
 - Иерархическая и сетевая информационная модель.
 - Дискретная математическая модель.
 - Непрерывная математическая модель.
 - Имитационная модель.
 - Эвристическая модель.
 - Статистическая или теоретико-вероятностная модель (стохастическая модель).
 - Компьютерная модель.
3. Свойства модели.
4. Классификация моделей.
 - Классификация моделей по времени.
 - Классификация моделей по области возможных приложений.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ:

Модель - объект-заместитель, который в определенных условиях может заменять объект-оригинал, воспроизводя интересующие свойства и характеристики оригинала, отражает *существенные* стороны реального процесса или явления.

Когда модель сформирована, ее параметры можно использовать для изучения реального объекта, прогнозирования его поведения в различных условиях, проведения расчетов.

Информационная модель – связанная совокупностью информационных объектов, описывающих

информационные процессы в исследуемой предметной области. Представляет объекты или процессы в образной или знаковой форме в виде таблиц, блок – схем, графов и т.п.

Одной из характеристик информационной модели является форма ее представления, которая тесно связана с целью создания образа.

Графическая информационная модель - одни и те же данные, например, график изменения какого-либо параметра в течение месяца, можно представить в различных формах, например, в табличной или текстовой.

- *Табличная информационная модель* – модель, объекты или свойства которой представляются в виде списка, а их значения располагаются в ячейках прямоугольной таблицы. Это один из самых часто встречающихся типов передачи информации. При помощи таблиц есть возможность сформировать статические и динамические информационные модели в различных прикладных областях.

- *Знаковая информационная модель* – воспроизводит моделируемый объект с помощью специальных знаков; характеристики объекта отображены средствами формального языка; соотношения между величинами, характеризующими моделируемый объект, описываются при этом посредством уравнений, связывающих символы (графики, схемы, тексты).

- *Знаковые информационные модели можно разделить на геометрические, словесные, математические, структурные, логические, специальные.*

- *Логическая модель.* Используется при моделировании рассуждений, описании логических схем автоматики, создании трансляторов. Затем разрабатываются алгоритмы обработки информации в этих моделях, конкретные виды символических представлений информации в созданной модели.

- *Специальная модель.* Представлена на специальном языке (ноты, химические формулы и т. п.);

- *Математическая модель.* Ее особенность в том, что характеристики, параметры или процессы представлены математическими формулами. Также этот вид описывает соотношения между количественными характеристиками объектов. При этом информационные объекты обычно представлены в форме математических.

- *Математические модели можно разделить на множество типов: статические, динамические, дискретные, непрерывные, имитационные, вероятностные, множественные, алгоритмические, игровые и т.д.*

Иерархическая и сетевая информационная модель. Иерархические системы обычно представлены в графическом виде, в форме графов — связей между объектами, распределенными по уровням. Все элементы верхних уровней состоят из элементов нижних, а элементы нижнего уровня принадлежат только одному элементу более высокого уровня. Частный пример модели такого типа — классификация представителей животного мира, генеалогическое дерево семьи.

- *Сетевые модели* более компактны, так как отражают наиболее важные связи между объектами.

- *Табличные модели* удобны для небольших систем объектов. При создании сложной системы модель может стать слишком большой и неудобной для использования именно из-за того, что она представлена в виде прямоугольной таблицы. Например, если создать в табличном виде схему линий метрополитена с объектами-станциями и указанием, есть ли между ними переход или пересечение, то такая таблица будет иметь огромную избыточность — более десяти тысяч значений, и пользоваться ей окажется очень сложно.

- *Дискретная математическая модель*, которая описывает поведение объекта в отдельные моменты времени.

Непрерывная математическая модель, описывающая поведение объекта в каждый момент времени (непрерывно).

- *Имитационная модель* — логико-математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки и функционирования объекта.

Эвристическая модель - применяются при изучении сложных систем, для которых затруднительно построение математической модели. В этих случаях на помощь исследователю приходит интуиция, накопленный опыт, умение формулировать те или иные ступени алгоритма решения задач. В вычислительно плане сложные алгоритмы заменяются упрощенными без всяких доказательств, на основании подсознательных решений. Эвристические модели требуют многоэтапного подхода: сбора недостающей информации, многократного корректирования результатов.

Стохастическая модель — в которой обеспечивается учет влияния случайных факторов в процессе функционирования системы, основанная на применении статистической или теоретико-вероятностной методологии по отношению к повторяющимся феноменам.

Компьютерная модель - проще и удобнее исследовать в силу её возможности проводить вычислительные эксперименты, которые по сравнению с реальным экспериментом затруднены из-за финансовых и физических препятствий или могут дать непредсказуемый результат. Логичность и формализованность компьютерных моделей позволяет выявить основные факторы, определяющие свойства изучаемого объекта-оригинала (или целого класса объектов), в частности, исследовать отклик моделируемой системы на изменения ее параметров и начальных условий.

Построение компьютерной модели базируется на абстрагировании от конкретной природы явлений или изучаемого объекта-оригинала и состоит из двух этапов - сначала создание качественной, а затем и количественной модели.

- Для удобства работы с информационными моделями их условно делят на несколько больших блоков:

- по области использования,
- по фактору времени,
- по отрасли знаний,
- по форме представления.
- Также их еще можно разделить:
 - по типу построения (табличные, иерархические и сетевые),
 - по форме представления данных (знаковые и образно-знаковые),
 - по объекту (описание свойств объекта или процесса).

Классификация моделей по времени:

- ✓ статические,
- ✓ динамические.
- Характеристики объекта в определенный срез времени описывают статические информационные модели. Примеры их использования можно встретить при постройке дома, когда рассматриваются его прочность и устойчивость к статической нагрузке. Или в стоматологии, где описывается состояние полости рта пациента во время текущего приема: количество пломб, наличие дефектов и т. д.
- Если рассматривать динамику изменения состояния пациента за несколько приемов или в течение нескольких лет, то при описании тех же характеристик будет использоваться динамическая модель.
- Примеры динамических информационных моделей встречаются при работе с факторами или характеристиками, которые изменяются во времени. Среди них изменения температур, сейсмические колебания и пр.

Классификация моделей по области возможных приложений:

- универсальные,
- специализированные.

Свойства модели

1. *Адекватность* – достаточно точное отображение свойств модели, модель успешно описывает моделируемую систему.
2. *Упрощенность* - модель отображает только существенные стороны объекта; действительность отображается моделью грубо или приблизительно.
3. *Информативность* - модель должна содержать достаточную информацию о системе - в рамках гипотез, принятых при построении модели.
4. *Конечность* - модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и, кроме того, ресурсы моделирования конечны.
5. *Полнота* – предоставление получателю всей необходимой информации.
6. *Гибкость* – возможность воспроизведения различных ситуаций во всем диапазоне изменений и параметров.

ТЕМА 2. *Виды, этапы моделирования. Основы математического и компьютерного моделирования.*

ВОПРОСЫ:

1. Виды моделирования.
2. Этапы моделирования.
3. Использование информационных моделей в процессе моделирования на компьютере.
4. Этапы компьютерного моделирования.
5. Компьютерная математическая модель.
6. Вычислительный (компьютерный) эксперимент.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ:

Моделирование — исследование объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих предметов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя.

При моделировании исследователя, прежде всего, интересует, насколько хорошо модель представляет моделируемую систему (объект моделирования). Модель, поведение которой слишком отличается от поведения моделируемой системы, практически бесполезна.

Виды моделирования

- *Натурное* – проведение исследования на реальном объекте и обработка на основе теории подобия. Модель

имеет визуальную схожесть с объектом-оригиналом.

- *Физическое* – метод экспериментального изучения различных физических явлений, основанный на их физическом подобии (физических моделях).
- *Эвристическое* – основано на общих представлениях и соображениях о реальных явлениях без использования строго фиксированных математических или иных знаковых систем. Такой анализ присущ любому исследованию на начальной его стадии.
- *Знаковое* – в основе лежит исследование явлений с помощью знаковых образований различной природы: схем, графиков, чертежей, формул, графов, математических уравнений, логических соотношений, записанных символами естественного или искусственного языков.
Важнейшей формой знакового моделирования является *математическое*, под которым обычно понимают систему уравнений, описывающих протекание изучаемого процесса.
- *Математическое* – метод исследования сложных процессов на основе широкой физической аналогии, когда модель и ее оригинал описываются тождественными уравнениями. Характерная особенность и достоинство данного метода – возможность применять его к отдельным участкам сложной системы, а также количественно исследовать явления, трудно поддающиеся изучению на физических моделях. Реальный процесс заменяется математической моделью.
- *Геоинформационное* – визуальное, удобное в управлении представление пространственных данных. Базируется на создании многослойных электронных карт.
- *Сетевое* – для отражения систем со сложной структурой, когда связи между элементами имеют произвольный характер (например, граф-структура экономических связей между странами).
- *Имитационное (ситуационное)* — метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности. Это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью, с достаточной точностью описывающей реальную систему, с которой проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе. Экспериментирование с моделью называют имитацией (имитация — это постижение сути явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте).
- *Аналитическое* - изучаются математические (абстрактные) модели реального объекта в виде алгебраических, дифференциальных и других уравнений, а также предусматривающих осуществление однозначной вычислительной процедуры, приводящей к их точному решению.
- *Компьютерное моделирование* - один из эффективных методов изучения сложных систем. Компьютерное моделирование заключается в проведении серии вычислительных экспериментов на компьютере, целью которых является анализ, интерпретация и сопоставление результатов моделирования с реальным поведением изучаемого объекта и, при необходимости, последующее уточнение модели и т. д.

Этапы моделирования

1. Анализ моделируемой системы, сбор необходимой информации, выделение проблемной области исследования и постановка задачи.
2. Синтез математической модели области, выбор критериев оценки эффективности и точности моделирования.
3. Разработка имитационной модели, алгоритма ее реализации.
4. Анализ результатов моделирования.
5. Оценка адекватности имитационной модели.

Имитационную модель можно рассматривать как преобразователь входных переменных в выходные.

Очевидный подход в оценке адекватности состоит в *сравнении выходов модели и реальной системы при одинаковых (если возможно) значениях входов*. И те, и другие данные (данные, полученные на выходе имитационной модели и данные, полученные в результате эксперимента с реальной системой) — статистические. Поэтому *применяют методы статистической теории оценивания и проверки гипотез*.

Если не существует реальной системы (что характерно для задач проектирования, прогнозирования) проверку адекватности выполнить в этом случае не удастся, поскольку нет реального объекта. Для целей исследования модели иногда проводят специальные испытания (например, так поступают при военных исследованиях). Это позволяет убедиться в точности модели, полезности ее на практике, несмотря на сложность и дороговизну проводимых испытаний.

Использование информационных моделей в процессе моделирования на компьютере.

- Производить моделирование удобно с использованием вычислительной техники. Сам процесс

можно условно разбить на несколько этапов.

1. Производится построение информационной модели: определение проводимого исследования, выделение важных параметров объекта, соответствующих этой цели, удаление несущественных параметров.
2. Создается формализованная модель: производится выражение описательной информационной модели средствами формального языка, фиксируются отношения между величинами и ставятся необходимые ограничения на их изменение.
3. Осуществляется преобразование формализованной модели в компьютерную, то есть производится составление алгоритма, проведение расчетов, написание программ или использование специализированного ПО.
4. Проверяется правильность создания модели и ее соответствие назначенной цели.
5. Модель непосредственно используется. При возникновении необходимости проводится коррекция.

Этапы компьютерного моделирования

1. Концептуальная модель. Основные элементы системы и их взаимосвязи.
2. Постановка задачи. Определение объекта моделирования.
3. Формализация, переход к модели.
4. Создание алгоритма.
5. Планирование компьютерного эксперимента.
6. Анализ результатов.

Компьютерная математическая модель – это программа, реализующая расчеты состояния моделируемой системы по её математической модели.

Высокое быстродействие компьютеров позволяет быстро решать достаточно сложные математические задачи в процессе моделирования.

Вычислительный (компьютерный) эксперимент – использование компьютерной математической модели для исследования поведения моделируемой системы.

ТЕМА 3. Биометрические методы.

ВОПРОСЫ:

1. Биометрия – наука о статистическом анализе групповых свойств в биологии.
2. Основные и сопряженные категории групповых свойств.
3. Категории признаков: количественные, качественные, порядковые.
4. Средняя арифметическая.
5. Среднее квадратическое отклонение (сигма).
6. Свойства выборочной дисперсии и среднеквадратического отклонения
7. Число степеней свободы.
8. Вариационный ряд.
9. Коэффициент вариации.
10. Графическое изображение вариационных рядов. Гистограмма, вариационная кривая.
11. Нормальное распределение.
12. Генеральная совокупность, выборка.
13. Репрезентативность выборочных показателей.
14. Ошибки репрезентативности.
15. Доверительные границы.
16. Общий порядок оценки генеральных параметров.
17. Оценка средней арифметической, оценка средней разности.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ:

Современная биология не может развиваться без математики, которая необходима для исчерпывающего извлечения информации о типичных объектах, разнообразии их, структуре этого разнообразия, о системах биологических взаимоотношений и взаимодействиях, о влиянии разных факторов на биологические объекты, развивающиеся в различных условиях.

Современные вопросы биологической теории – теория популяций, математическое моделирование биологических процессов – не могли бы даже возникнуть без разработки специальных математических методов.

Биометрия – наука о статистическом анализе групповых свойств в биологии. Под статистическим анализом в данном случае подразумевается определенная совокупность постулатов и методов теории вероятностей и математической статистики, модифицированных в соответствии со спецификой биологических объектов, применительно к особенностям биологических исследований.

ЗАДАЧИ

- 1) Имеется таблица урожайности зерна по годам (ц/га)

К ультура	928	929	930	931	932	933	934	С редний урожай
Я чень	.7	.0	.4	.4	.4	0.9	.0	8. 54
О вес	.26	.22	.43	.57	.35	.0	.13	7. 57

Найти средний урожай.

- 2) На одновозрастной группе одного и того же пола в составе 30 человек определялось количество гемоглобина в крови. Средняя арифметическая оказалась равной 69.8%. В это же время на другой аналогичной группе, насчитывающей 20 человек, тот же показатель оказался равным 64.9%. Найти среднее содержание гемоглобина в крови для всех 50 человек.

- 3) Пусть дано распределение по уровню кальция (мг%) в сыворотке крови павианов- гамадрилов. Вычислить $\bar{X}$, $D[X]$ и σ .

Выборочные первоначальные варианты X_i	.9	.6	0.3	1.0	1.7	2.4	3.1	3.8	4.5	=
Частоты вариант n_i				7	5	3	0			=

- 4) При обследовании группы спортсменов в составе 25 человек в отношении размеров окружности груди было установлено, что у троих этот размер 88см; у 4-х - 92 см; у 5-х - 96 см; у 6-х - 98 см; у 7-х - 100 см. Определить среднее значение окружности груди и среднее квадратическое отклонение.
- 5) В 100 пробах, в каждой из которых находилось по 1200 зерен риса, проверяем двойных зародышей. Оказалось, что в некоторых пробах от 1 до 6 таких зародышей. Распределение найденных зерен с 2-мя зародышами по пробам было следующее:

Количество зерен с 2-мя зародышами	0	1	2	3	4	5	6
Число проб	6	24	32	18	9	6	5

Общее число проб $n=100$.

Вычислить среднее арифметическое количества зерен с двумя зародышами на пробу, дисперсию этого ряда.

- 6) В питомнике кафедрой лесоводства получен следующий вариационный ряд для сеянцев дуба:

Сеянцев (в мм) (x_i, x_{i+1})	5.25-7.25	7.25-9.25	9.25- 11.25	11.25- 13.25	13.25- 15.25	15.25- 17.25	17.25- 19.25	19.25- 21.25
Частоты	10	34	45	50	34	18	6	3

x_i								
-------	--	--	--	--	--	--	--	--

Вычислить выборочные числовые характеристики: выборочную среднюю $\bar{x}$, выборочную дисперсию D_x выб., среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$.

- 7) Пример распределения островков Лангерганса по отдельным квадратам ткани поджелудочной железы макаки резус.

Гистологические срезы проецировались на экран, учитывалось количество квадратов и нахождение на них островков Лангерганса. Всего было просмотрено 900 квадратов. Вероятность нахождения островка одинакова и в общем невелика. Но распределение островков по отдельным квадратам неравномерно:

Количество островков в квадратах x_i	0	1	2	3	4	5	6
Количество квадратов n_i	327	340	160	53	16	3	1

$$n = \sum n_i = 900.$$

Можно предположить, что данное распределение соответствует распределению Пуассона. Доказать это.

- 8) Мальчик 14 лет имеет рост 159 см, вес – 40 кг.

Сравнить индивидуальные показатели со средними характеристиками мальчиков этого возраста по среднему уровню каждого признака и его разнообразию в форме нормированного отклонения.

Мальчик 14 лет (X)	Рост	Охват груди	Емкость легких	Обхват головы	Вес
	159	64	2070	52	40

ТЕМА 4. Первичная обработка результатов эксперимента.

ВОПРОСЫ:

- Среднее арифметическое ($\bar{x}$), дисперсия (D) и среднее квадратическое отклонение (σ).
 - Интервал наиболее вероятных значений ($\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma$).
 - Частота больших значений величины X (больших $\bar{x} + \sigma$).
 - Частота малых значений величины X (меньших $\bar{x} - \sigma$).
 - Интервальный ряд, гистограмма.
 - Нахождение по интервальному ряду числовых характеристик ($\bar{x}$, D , σ).
- Доля значений переменной величины, попадающих в заданный промежуток.

Типовое индивидуальное задание

Управление сельского хозяйства предоставило сводку по ряду хозяйств. Согласно этой сводке, урожайность ржи в них составила (в центнерах с гектара):

17.5, 17.8, 18.6, 18.3, 19.1, 19.9, 20.6, 20.1, 22, 21.4, 17.5, 18.5, 19, 20, 22, 20.6, 19.1, 18.6, 17.9, 19.1, 22, 19, 17.5, 23, 22, 21, 19, 17.8, 18.3, 19.9, 20.1, 21.4, 18.5, 20, 21, 23, 17.5, 17.8, 18.6, 18.3, 19.1, 19.9, 20.6, 20.1, 22, 21.4, 17.5, 18.5, 19, 20, 22, 20.6, 19.1, 18.6, 17.9, 19.1, 22, 19, 17.5, 23, 22, 21, 19, 17.8, 18.3, 19.9, 20.1, 21.4, 18.5, 20, 21, 23, 17.5, 17.8, 18.6, 18.3, 19.1, 19.9, 20.6, 20.1, 22, 21.4, 17.5, 18.5, 19, 20, 22, 20.6, 19.1, 18.6, 17.9, 19.1, 22, 19, 17.5, 23, 22, 21, 19, 17.8, 18.3, 19.9, 20.1, 21.4, 18.5, 20, 21, 23, 17.5, 17.8, 18.6, 18.3, 19.1, 19.9, 20.6, 20.1, 22, 21.4, 17.5, 18.5, 19, 20, 22, 20.6, 19.1, 18.6, 17.9, 19.1, 22, 19, 17.5, 23, 22, 21, 19, 17.8, 18.3, 19.9, 20.1, 21.4, 18.5, 20, 21, 23,

- 1) Определите переменную величину;
- 2) найдите среднее арифметическое ($\bar{X}$), дисперсию (D) и среднее квадратическое отклонение (σ);
- 3) определите интервал наиболее вероятных значений ($\bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma$);
- 4) найдите частоту больших значений величины X (больших $\bar{X} + \sigma$);
- 5) найдите частоту малых значений величины X (меньших $\bar{X} - \sigma$);
- 6) постройте интервальный ряд, гистограмму; найдите по интервальному ряду все числовые характеристики ($\bar{X}$, D, σ).
- 7) Определите долю значений переменной величины, попадающих в промежуток [18; 21].

При выполнении задания

- из таблицы брать (N+10) значений (N - номер студента по списку);
- использовать средства электронных таблиц MS EXCEL.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ:

Имеем частичную выборку, состоящую из n элементов (n - количество отобранных для исследования хозяйств).

Вычислим среднее арифметическое значений, дисперсию и среднее квадратическое отклонения признака по известным формулам.

Расположим значения

$X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, \dots, X_n\}$ в порядке их возрастания (без повторений). Найдем частоты n_i (число вхождений X_i в X) и относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$.

w_i — относительная частота появления значения X_i ;

Получаем статистический ряд (статистическое распределение выборки):

$X^{(i)}$	$X^{(1)}$	$X^{(2)}$	...
n_i	n_1	n_2	...
w_i	w_1	w_2	...

Совокупность полученных результатов (выборочные значения, их частоты, среднее арифметическое, среднее квадратическое отклонение) представляют собой математическую модель, которая описывает урожайность ржи в регионе

Замечание 1. Переменная величина X считается известной, если указано правило, по которому можно находить частоту ее попадания в любой заданный интервал (частота данного интервала). Эта частота равна сумме частот отдельных значений, попавших в данный интервал.

Замечание 2. Интервал ($\bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma$) не всегда является интервалом наиболее вероятных значений. Если его частота оказывается меньше $\frac{1}{2}$, то его расширяют; если частота больше $\frac{1}{2}$, то интервал можно и сузить.

При обработке большого числа экспериментальных данных их предварительно группируют и оформляют в виде так называемого интервального ряда.

Разобьем диапазон наблюдений на отрезки (разряды) так, чтобы каждый разряд содержал несколько

экспериментальных данных. Найдем длину каждого разряда, разделив длину диапазона на количество частей. Получаем разряды.

Подсчитаем число значений, попавших в каждый разряд.

Сделаем важное предположение, которое, собственно говоря, и выражает идею интервального ряда: Будем считать, что все числа, попавшие в один разряд, приблизительно равны друг другу, и на этом основании заменим их одним числом – серединой этого разряда. Если число находится на границе между разрядами, оно включается в оба разряда с половинной кратностью. Сложив кратности, найдем *абсолютную частоту разряда*.

Разделив абсолютную частоту m_i на число n всех наблюдений, найдем *относительную частоту p_i разряда*.

Проделав аналогичные вычисления для всех разрядов, мы получим таблицу, которая называется *интервальным рядом*.

Интервальный ряд изображают графически в виде гистограммы.

Процесс построения гистограмм можно автоматизировать с помощью компьютера.

Высоты прямоугольников выбраны так, что их площади равны соответствующим относительным частотам. Поэтому, *доля значений величины X , попадающих в некоторый числовой промежуток, равна площади той части гистограммы, основанием которой является этот промежуток*.

Вычисление средних значений по интервальному ряду

Интервальный ряд составляют при обработке больших массивов информации. В таких случаях, как правило, отдельные значения величины X не фиксируют, а подсчитывают абсолютные частоты разрядов, то есть количество значений величины X , попавших в каждый разряд. Исследователь, не зная отдельных значений наблюдаемой величины X , не может по приведенным выше формулам вычислить точные значения среднего арифметического, дисперсии и среднего квадратического отклонения. Но приближенное значение этих числовых характеристик можно найти с помощью интервального ряда.

Идея интервального ряда заключается в том, что все числа, попавшие в один разряд, считаются приблизительно равными друг другу, и на этом основании заменяются одним числом - серединой разряда. Пусть всего имеется k разрядов, серединами которых являются величины $\widetilde{x}_1, \widetilde{x}_2, \dots, \widetilde{x}_k$.

Число $\widetilde{x}_1$ заменяет собой m_1 чисел, попавших в первый разряд, поэтому будем считать, что число $\widetilde{x}_1$ встречается m_1 раз. Иными словами, m_1 – это абсолютная частота значения $\widetilde{x}_1$. Точно так же, абсолютную частоту m_2 второго разряда будем считать абсолютной частотой середины $\widetilde{x}_2$ второго разряда и т. д. Далее, поделив каждую абсолютную частоту на сумму всех абсолютных частот, можно найти относительные частоты $\widetilde{p}_1, \widetilde{p}_2, \dots, \widetilde{p}_k$, а затем по известным формулам вычислить среднее арифметическое, дисперсию и среднее квадратическое отклонение:

$$\bar{X} = \widetilde{x}_1 \cdot \widetilde{p}_1 + \widetilde{x}_2 \cdot \widetilde{p}_2 + \dots + \widetilde{x}_k \cdot \widetilde{p}_k;$$

$$D = (\widetilde{x}_1 - \bar{X})^2 \widetilde{p}_1 + (\widetilde{x}_2 - \bar{X})^2 \widetilde{p}_2 + \dots + (\widetilde{x}_k - \bar{X})^2 \widetilde{p}_k;$$

$$\sigma = \sqrt{D}.$$

Тема 5. Построение эмпирических табличных зависимостей.

ВОПРОСЫ:

1. Эмпирическая таблица.
2. Эмпирическая формула.
3. Способы выбора вида эмпирической формулы:

- Графический способ.
- Аналитические методы.

4. Уточнение коэффициентов эмпирической формулы:

- метод выбранных точек;
- метод средних;
- метод наименьших квадратов.

Задание по теме

Пусть в процессе опыта получена таблица некоторой зависимости f :

x	x_1	x_2	x_3	...	x_n
$f(x)$	y_1	y_2	y_3	...	y_n

а) Найти вид эмпирической формулы данной табличной зависимости в виде функции

двух параметров $y = f(x, a_1, a_2)$ графическим или аналитическим способом, используя классический набор функций (линейная, показательная, дробно-рациональная, логарифмическая, степенная, гиперболическая, дробно-линейная).

Далее выбрать и исследовать не менее двух функций.

б) уточнить коэффициенты полученных эмпирических функций методом

- выбранных точек,
- средних,
- наименьших квадратов.

в) Из полученных в п. б) функций найти наилучшую приближающую.

г) В одной системе координат построить графики исходной зависимости и полученной в п. в) функции.

(*) Каждому студенту выдается индивидуальное задание в виде таблицы с конкретными данными.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ:

Имеется ввиду следующая задача. В результате исследования некоторой величины x значениям $x_1, x_2, \dots, x_n$ поставлены в соответствие значения $y_1, y_2, \dots, y_n$ некоторой величины y , то есть в процессе опыта получена таблица некоторой зависимости f :

x	x_1	x_2	...	x_n
$f(x)$	y_1	y_2	...	y_n

Требуется найти функцию заданного вида

$$y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m), \quad (1)$$

зависящую от m параметров $a_1, a_2, \dots, a_m$, которая в точках $x_1, x_2, \dots, x_n$ принимает значения как можно более близкие к табличным значениям $y_1, y_2, \dots, y_n$. Аналитические зависимости, полученные в результате наблюдений, называются *эмпирическими*.

Процесс получения приближающей функции проводится в два этапа – сначала определяется число параметров и устанавливается вид приближающей функции, а затем уточняются коэффициенты выбранной формулы.

Значения найденной приближающей функции $f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$ в точках $x_1, x_2, \dots, x_n$ будут отличаться от табличных значений $y_1, y_2, \dots, y_n$. Значения разностей

$$y_i - f(x, a_1, a_2, \dots, a_m) = \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$$

называются отклонениями измеренных значений y от вычисленных по формуле (1). Для найденной эмпирической формулы в соответствии с исходной таблицей можно найти сумму квадратов отклонений

$$\sigma = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2.$$

Рекомендуется использовать следующий критерий оптимальности: из двух различных приближений одной и той же табличной функции лучшим можно считать то, для которого σ имеет наименьшее значение.

4. Методические материалы для подготовки к экзамену

ТЕМА 1. Введение. Определение, типы, свойства, классификация моделей.

ВОПРОСЫ:

1. Понятие модели.

5. Виды моделей:

- Материальная (предметная) модель.
- Информационная модель.
- Образная информационная модель.
- графическая информационная модель.
- Табличная информационная модель.
- Знаковая информационная модель.
- Логическая модель.
- Математическая модель.
- Специальная модель.
- Описательная информационная модель.
- Иерархическая и сетевая информационная модель.
- Дискретная математическая модель.
- Непрерывная математическая модель.
- Имитационная модель.
- Эвристическая модель.
- Статистическая или теоретико-вероятностная модель (стохастическая модель).
- Компьютерная модель.

6. Свойства модели.

7. Классификация моделей.

- Классификация моделей по времени.
- Классификация моделей по области возможных приложений.

ТЕМА 2. *Виды, этапы моделирования.* Основы математического и компьютерного моделирования. Примеры построения математических моделей биологических систем.

ВОПРОСЫ:

8. Виды моделирования.

9. Этапы моделирования.

10. Использование информационных моделей в процессе моделирования на компьютере.

11. Этапы компьютерного моделирования.

12. Компьютерная математическая модель.

13. Вычислительный (компьютерный) эксперимент.

ТЕМА 3. *Биометрические методы.* Вариационный ряд. Графическое изображение вариационных рядов.

Гистограмма, вариационная кривая. Репрезентативность выборочных показателей. Ошибки репрезентативности.

Доверительные границы.

ВОПРОСЫ:

14. Биометрия – наука о статистическом анализе групповых свойств в биологии.
15. Основные и сопряженные категории групповых свойств.
16. Категории признаков: количественные, качественные, порядковые.
17. Средняя арифметическая.
18. Среднее квадратическое отклонение (сигма).
19. Свойства выборочной дисперсии и среднеквадратического отклонения
20. Число степеней свободы.
21. Вариационный ряд.
22. Коэффициент вариации.
23. Графическое изображение вариационных рядов. Гистограмма, вариационная кривая.
24. Нормальное распределение.
25. Генеральная совокупность, выборка.
26. Репрезентативность выборочных показателей.
27. Ошибки репрезентативности.
28. Доверительные границы.
29. Общий порядок оценки генеральных параметров.
30. Оценка средней арифметической, оценка средней разности.

ТЕМА 4. Первичная обработка результатов эксперимента.

ВОПРОСЫ:

31. Среднее арифметическое ($\bar{X}$), дисперсия (D) и среднее квадратическое отклонение (σ).
 32. Интервал наиболее вероятных значений ($\bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma$).
 33. Частота больших значений величины X (больших $\bar{X} + \sigma$).
 34. Частота малых значений величины X (меньших $\bar{X} - \sigma$).
 35. Интервальный ряд, гистограмма.
 36. Нахождение по интервальному ряду числовых характеристик ($\bar{X}$, D, σ).
- Доля значений переменной величины, попадающих в заданный промежуток.

Тема 5. Построение эмпирических табличных зависимостей.

ВОПРОСЫ:

37. Эмпирическая таблица.
38. Эмпирическая формула.
39. Способы выбора вида эмпирической формулы:
 - Графический способ.
 - Аналитические методы.
40. Уточнение коэффициентов эмпирической формулы:
 - метод выбранных точек;
 - метод средних;
 - метод наименьших квадратов.