

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 13.09.2022 15:53:16  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:  
Руководитель ООП: \_\_\_\_\_ Г.М. Соломаха  
\_\_\_\_\_ 20/17г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)  
Методы решения нелинейных задач математической физики  
Направление подготовки 09.06.01 – Информатика и вычислительная  
техника  
Специализация 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ  
Для аспирантов 2 курса очной формы обучения  
Составитель: Кудинов А.Н., д.ф.-м.н., профессор  
Тверь, 2017

## I. Аннотация

### 1. Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом:

“Методы решения нелинейных задач математической физики”

### 2. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины – углубленное изучение математических методов исследования нелинейной динамики систем и процессов.

Задачи дисциплины – освоение основных приближенно-аналитических методов решения нелинейных задач динамики систем, умение построения алгоритмов решения конкретных задач для реальных динамических систем и проведение вычислительного эксперимента.

### 3. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к вариативной части образовательной программы и является дисциплиной по выбору. Изучение дисциплины необходимо для подготовки к кандидатскому экзамену по специальности 05.13.18.

### 4. Объем дисциплины (или модуля):

4 зачетные единицы, 144 академических часов, в том числе

**контактная работа:** лекции – 6 часа, практические занятия – 6 часа,  
**самостоятельная работа:** 132 часа.

### 5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);	<b>Владеть:</b> математическими методами решения нелинейных задач динамики сложных систем и процессов
Способность к	<b>Уметь:</b> проводить критический анализ используемых

критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1).	математических методов решения нелинейных задач динамики систем, давать оценку современного состояния этой проблемы, генерировать новые идеи построения алгоритмов решения конкретных исследовательских и практических задач динамики систем, в том числе в междисциплинарных областях.
Обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности (ПК-2)	<b>Знать:</b> математические методы решения нелинейных задач математической физики

**6. Форма промежуточной аттестации – зачет.**

**7. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**1. Для аспирантов очной формы обучения**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоят. работа (час.)
		Лекции	Практиче- ские (лаборато- рные) занятия	

<p><u>Тема 1.</u> Математические методы исследования нелинейных динамических систем.</p> <p>1.1. Особенности поведения динамических систем. Понятие устойчивости систем: общенаучное, математическое. Критерии оценки устойчивости систем.</p> <p>Бифуркация динамических систем.</p> <p>1.2. Методы построения периодических решений нелинейных задач.</p>	13	1	0	12
<p><u>Тема 2.</u> Асимптотические методы нелинейной динамики систем.</p> <p>2.1. Краткий исторический очерк развития теории этих методов.</p> <p>2.2. Метод Ляпунова. Алгоритм метода. Расчет приближенного решения. Примеры.</p> <p>2.3. Метод Пуанкаре. Алгоритм построения приближенного решения. Примеры.</p> <p>2.4. Асимптотические методы разделения движений. Метод Ван-дер-Поля, метод В. М. Волосова. Алгоритмы построения приближенных решений. Примеры.</p> <p>2.5. Методы А. Н. Крылова и Н. Н. Боголюбова. Метод гармонического баланса.</p>	87	3	4	80
<p><u>Тема 3.</u> Вариационные методы.</p> <p>3.1. Метод Бубнова-Галеркина. Алгоритм построения решений. Примеры.</p> <p>3.2. Методы Ритца Брауна, Рэлея. Алгоритм построения решений. Примеры.</p>	44	2	2	40
ИТОГО	144	6	6	132

### Ш. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Задачи для самостоятельной работы.
2. Задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.
3. Темы индивидуальных заданий.

### IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### 4.1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции 1 - владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);

<b>Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина</b>	<b>Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)</b>	<b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b>
Промежуточный <b>владеть</b> математическими методами решения нелинейных задач динамики сложных систем и процессов	1. Выбрать метод, построить алгоритм определения периодического движения конкретной автономной динамической системы. Провести численный эксперимент. 2. Выбрать метод, построить алгоритм и провести приближенное вычисление параметров периодического движения конкретной неавтономной динамической системы.	1. Имеется полное и обоснованное решение задачи, составлен алгоритм и проведен численный эксперимент – 3 балла. 2. Имеется полное и обоснованное решение задачи, но допущены ошибки при составлении алгоритма и не проведен численный эксперимент. - 2 балла. 3. Решение не дано – 0 баллов.

#### 2. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции 2 (УК-1) -- Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях<sup>1</sup>

<b>Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина</b>	<b>Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)</b>	<b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b>
<p>Промежуточный <b>уметь</b> проводить критический анализ используемых математических методов для решения нелинейных задач, генерировать новые идеи в построении алгоритмов численного эксперимента задач динамики систем, в том числе в междисциплинарных областях</p>	<p>1.Для конкретной автономной динамической системы, движение которой описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений несколькими асимптотическими методами определить движение системы. Дать критический анализ эффективности используемых методов и предложить новые идеи к построению алгоритмов решения.</p> <p>2.Для конкретной распределенной динамической системы, движение которой описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, на основе критического анализа существующих методов выбрать метод решения задачи и генерировать новые идеи в построении алгоритма решения.</p>	<p>1.Имеется полное обоснованное решение, дан критический анализ используемых методов и предложены новые идеи в построении алгоритма решения – 3 балл.</p> <p>2.Критический анализ методов слабо разработан, но имеется полное обоснованное решение – 2 балла.</p> <p>3.Критический анализ используемых методов не представлен, но решения частично обоснованы – 1 балл.</p> <p>4. Решение не дано - 0 баллов.</p>

**3. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции 3 (ПК-2) --** Обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<p>Промежуточный</p> <p><b>Знать:</b> математические методы решения нелинейных задач математической физики</p>	<p>1. Для конкретной автономной динамической системы, движение которой описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений несколькими асимптотическими методами определить движение системы. Провести сравнительный анализ возможных методов решения задачи.</p> <p>2. Для конкретной распределенной динамической системы, движение которой описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений выбрать метод решения задачи</p>	<p>1. Имеется полное обоснованное решение, дан критический анализ используемых методов и предложены новые идеи в построении алгоритма решения – 3 балл.</p> <p>2. Критический анализ методов слабо разработан, но имеется полное обоснованное решение – 2 балла.</p> <p>3. Критический анализ используемых методов не представлен, но решения частично обоснованы – 1 балл.</p> <p>4. Решение не дано - 0 баллов.</p>

#### **V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

##### а) Основная литература:

1. В. С. Анищенко, Т. Е. Вадивасова. Лекции по нелинейной динамике. Уч. Пособие. Москва-Ижевск, Изд-во НИЦ “ Регулярная и хаотическая динамика“, 2011. – 516 с.
2. Кудинов А.Н. Математическое и численное моделирование процесса потери устойчивости неоднородных оболочек. Учебное пособие./ Тверь: Тверской государственный университет, 2016. 44 с. Тираж 100, 2,75 п.л.
3. Кудинов А.Н., Цветков В.П., Цветков И.В. Мультифрактальная динамика и математическое моделирование социально-экономических и природных процессов. Тверь: Тверской государственный университет, 2015. 188 с.

##### б) Дополнительная литература:

1. Н. Н. Моисеев. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, изд.1-е, 1969, изд-е 2-е, 1981.

2. Б. Р. Вайнберг. Асимптотические методы в уравнениях математической физики. М.: МГУ, 1982.
3. А. А. Шестаков. Обобщенный прямой метод Ляпунова. М.: Ком Книга, 2007.
4. А.В.Крысько, М.В.Жигалов. Математические модели и методы исследования сложных колебательных неклассических распределенных механических систем. Уч. пособие. Саратов: СГТУ, 2008

## **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

программное обеспечение, информационные справочные системы и Интернет-ресурсы:

- пакет символьной математики Maple;
- пакет Matlab
- компьютерный класс, оснащенный высокопроизводительными компьютерами с необходимым программным обеспечением и возможностью выхода в Интернет;
- лицензионное программное обеспечение – - пакет символьной математики Maple; пакет Matlab
- основные Интернет-ресурсы

<http://www.maplesoft.com> - сайт компании Waterloo Maple (Maple):

<http://www.mathworks.com> - сайт компании MathWorks (Matlab):

<http://www.exponenta.ru/>

## **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Темы индивидуальных заданий**

1. Для автономной динамической системы с одной степенью свободы, движение которой описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, методами: Ляпунова, Пуанкаре и Ван-дер-Поля отыскать периодическое движение системы. Составить алгоритм решения и провести вычислительный эксперимент.
2. Для распределения динамической системы, движение которой описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, на основе методов Бубнова-Галеркина и асимптотических отыскать периодическое движение системы. Составить алгоритм решения и провести вычислительный эксперимент.

### **Задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

#### Задача 1

Для автономной динамической системы, движение которой описывается уравнением  $\ddot{x} = ax + \mu x^3 = 0$  (1)

где  $\mu$  - малая величина, при начальных условиях:  $t = 0$ ;  $x(0) = c$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ , методами Ляпунова и Пуанкаре найти периодическое решение уравнения (1). Составить алгоритм решения и провести вычислительный эксперимент.



### Задача 2

Найти периодическое решение методом осреднения (методом Ван-дер-Поля) для квазилинейной неавтономной системы, движение которой описывается уравнением:

$$\ddot{x} + p^2 x = \mu (h \sin t + x^2)$$

Рассмотреть установившийся колебательный режим.

### Задача 3

Для автономной динамической системы, движение которой описывается следующим нелинейным уравнением ( $\mu$  - малый периметр):

$$\ddot{x} + p^2 x + \mu \beta x^2 = 0$$

Методом Бубнова – Галеркина отыскать периодическое решение в первом приближении.

начальные условия:  $t = 0 : x(0) = A, \dot{x}(0) = 0.$

## **Задачи для самостоятельной работы**

### Задача 1

Методом возмущения (метод Крылова) найти периодическое решение уравнения ( $\mu$  - малая величина):

$$\ddot{x} + p^2 x + \mu \beta x^2 = 0$$

при начальных условиях:  $t = 0 : x(0) = A, \dot{x}(0) = 0.$

### Задача 2

Методом Ляпунова найти периодическое решение нелинейного дифференциального уравнения:

$$\ddot{\varphi} + \mu \sin \varphi = 0,$$

Где  $\mu$  - малая величина,  $\sin \varphi \sim \varphi - \varphi^3/3! + \dots$

начальные условия:  $t = 0 : \varphi(0) = \varphi, \dot{\varphi}(0) = 0$

### Задача 3

С использованием метода Ван-дер-Поля найти периодическое решение квазилинейного уравнения:

$$\ddot{x} + x = \mu (1 - x^2) \cdot \dot{x}$$

и выяснить устойчивость предельных циклов.

#### Задача 4

Методом Пуанкаре определить стационарные режимы для динамического процесса, описываемого квазилинейным уравнением:

$$\ddot{x} + x = \mu x^2 + \dot{x},$$

где  $\mu$  - малая величина.

#### **VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: лекции, практические и лабораторные занятия, индивидуальные задания и контрольные работы. Используется программное обеспечение – системы Maple и MatLab.

#### **IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Компьютерный класс, оснащенный персональными ЭВМ с операционной системой Windows XP/Vista/7 и лицензионным программным обеспечением – системы Maple и MatLab.

#### **X. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п. п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.	V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	Уточнен список литературы по дисциплине	26.10.2017 г., протокол № 3
2.	IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	Актуализированы типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций	

