Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Лельчицкий Игорь Давыдович
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности
Дата подписания: 05.11.2026 07:59:18
Уникальный программный ключ:
aa5b5ee17d97a2e4d94e98e995320af94f043ee2

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**
**«Тверской государственный университет»**

Рассмотрено и рекомендовано
на заседании Ученого совета
факультета прикладной математики
и кибернетики протокол №_5_ от _29.10.2026_

«УТВЕРЖДАЮ»:
Руководитель ООП
_____ /С.М.Дудаков /
«_29_» октября 2026 года

# Программа государственной итоговой аттестации

Аттестационное испытание

**«Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена»**

Направление подготовки

01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Направленность (профиль)
Искусственный интеллект и анализ данных

Тверь 2026 г.

## II. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Экзамен является междисциплинарным, проводится в соответствии с графиком учебного процесса. Цель экзамена – проверка овладения выпускником основных компетенций, требуемых в профессиональной деятельности.

Экзамен включает задания по следующим дисциплинам:

1. Алгебра и геометрия.
2. Математический анализ.
3. Теория вероятностей и математическая статистика
4. Методы программирования.
5. Математическая логика и теория алгоритмов.
6. Методы машинного обучения

Экзамен проводится в письменной форме.

При необходимости допускается проведение государственного экзамена с применением ЭО и ДОТ в соответствии с «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по основным образовательным программам бакалавриата, магистратуры, специалитета в ТвГУ».

Экзаменационные задания составлены в соответствии с перечнем необходимых компетенций. На экзамен выносятся по 2 задания по каждой дисциплине, включенной в итоговый экзамен. Время проведения экзамена – 4 часа.

Оценка результатов итогового государственного экзамена проводится на основе Положения, утвержденного деканом факультета.

Для объективной оценки уровня освоения компетенций выпускника тематика экзаменационных вопросов и заданий является комплексной и соответствует разделам учебных циклов.

**Компетенции, уровень сформированности которых будет оцениваться на экзамене**:

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенции в соответствии с учебным планом |
|---|---|
| **ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в** | ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук<br><br>ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности. |

| | |
|---|---|
| **профессиональной деятельности** | ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности. |
| **ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач** | ОПК-2.1 Знает существующие математические методы и системы программирования<br><br>ОПК-2.2 Использует существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач<br><br>ОПК-2.3 Разрабатывает и реализует алгоритмы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний |
| **ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.** | ОПК-5.1 Демонстрирует знания основных положений и концепций в области программирования.<br><br>ОПК-5.2 Знает архитектуру языков программирования.<br><br>ОПК-5.3 Составляет программы.<br><br>ОПК-5.4 Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем. |
| **ПК-1 Способен классифицировать и идентифицировать задачи искусственного интеллекта, выбирать адекватные методы и инструментальные средства решения задач искусственного интеллекта** | ПК-1.2 Выбирает методы и инструментальные средства искусственного интеллекта для решения задач в зависимости от особенностей проблемной и предметной областей. |
| **ПК-2 Способен разрабатывать и тестировать программные компоненты решения задач в** | ПК-2.1 Настраивает программное обеспечение и участвует в разработке программных компонентов систем искусственного интеллекта. |

| | |
|---|---|
| **системах искусственного интеллекта** | |
| **ПК-3 Способен осуществлять концептуальное моделирование проблемной области и проводить формализацию представления знаний в системах искусственного интеллекта** | ПК-3.1 Разрабатывает концептуальную модель проблемной области системы искусственного интеллекта. |
| **ПК-4 Способен разрабатывать и применять методы машинного обучения для решения задач** | ПК-4.1 Проводит анализ требований и определяет необходимые классы задач машинного обучения.<br><br>ПК-4.2 Определяет метрики оценки результатов моделирования и критерии качества построенных моделей.<br><br>ПК-4.3 Принимает участие в оценке, выборе и при необходимости разработке методов машинного обучения. |
| **ПК-5 Способен использовать инструментальные средства для решения задач машинного обучения** | ПК-5.1 Осуществляет оценку и выбор инструментальных средств для решения поставленной задачи.<br><br>ПК-5.2 Разрабатывает модели машинного обучения для решения задач.<br><br>ПК-5.3 Создает, поддерживает и использует системы искусственного интеллекта, включающие разработанные модели и методы, с применением выбранных инструментов машинного обучения. |
| **ПК-7 Способен осуществлять сбор и подготовку данных для систем искусственного интеллекта** | ПК-7.1 Осуществляет поиск данных в открытых источниках, специализированных библиотеках и репозиториях.<br><br>ПК-7.2 Выполняет подготовку и разметку структурированных и неструктурированных данных для машинного обучения. |

**Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания**

В качестве решённых задач по желанию обучающегося могут быть зачтены результаты участия в Федеральном интернет-экзамене в сфере профессионального образования (ФЭПО) или Федеральном интернет-экзамене выпускников бакалавриата (ФИЭБ) согласно следующим критериям:

- золотой сертификат — четыре полностью решённые задачи;
- серебряный сертификат — три полностью решённые задачи;
- бронзовый сертификат — две полностью решённые задачи;
- сертификат участника — одна полностью решённая задача.

Чтобы зачесть результаты участия, до начала процедуры сдачи государственного экзамена обучающийся должен подать заявление в письменной форме на имя руководителя основной образовательной программы с приложением копии сертификата.

Результат решения каждой задачи оценивается баллами в диапазоне от 0 до 1 с дискретизацией в 0.1 балла. Максимально возможная оценка в 1 балла выставляется, если при решении задачи получен правильный ответ, решение изложено полно и правильно, в необходимой логической последовательности, точно используется профессиональная терминология. За каждую неточность оценка снижается на 0.1 балла. Если решение отсутствует или материал излагается непоследовательно, изложение решения демонстрирует непонимание сущности задачи, то выставляется 0 баллов.

Баллы за решение задач суммируются, и итоговая оценка выставляется в зависимости от суммы набранных баллов:

менее 3 баллов – неудовлетворительно;
от 3.0 до 5.0 баллов – удовлетворительно;
от 5.1 до 8.0 баллов – хорошо;
от 8.1 до 12.0 баллов – отлично.

При оценке уровня сформированности компетенций:

Пороговый – соответствует оценке «удовлетворительно»
Достаточный – соответствует оценке «хорошо»
Продвинутый – соответствует оценке «отлично».

**Перечень вопросов и образцы заданий.**

**Перечень рекомендуемой литературы для подготовки к государственному экзамену**

## АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

1. Определение абсолютного линейного n-мерного пространства, подпространства, их базисы.

Арифметическое вещественное *n*-мерное линейное пространство, подпространство их базисы. Линейные оболочки, их базисы (размерность). Изоморфизм *n*-мерных линейных пространств.

Связь между координатами одного и того же вектора в различных базисах линейного пространства (подпространства).

**Задачи: 1277 -1281.**

2. Линейные преобразования. Ядро и образ линейного преобразования. Сопряженные, самосопряженные, ортогональные преобразования, операторы. Матрица линейного преобразования при переходе от одного базиса к другому.

**Задачи 1452 а), б), 1454 - 1446.**

3. Сумма, пересечение линейных подпространств (оболочек) их базисы (размерности).

**Задачи 1320 - 1322.**

4. Пространство решений линейной однородной системы уравнений.

**Задачи 1312, 1313.**

5. Совместность (несовместность) линейной неоднородной системы уравнений, ее решение в аффинном арифметическом вещественном пространстве.

**Задачи 689 - 703.**

6. Евклидово и метрическое вещественное пространства. Ортогональное дополнение линейных подпространств. Ортогональная составляющая и проекция вектора на подпространство.

**Задачи: 1366, 1367, 1370 - 1374, 1377.**

7. Квадратичные формы, их матрицы. Приведение кв. форм к каноническому виду.

**Задачи: 1175 -1178.**

8. Приведение квадратичных форм к каноническому виду, ортогональным преобразованиям.

**Задачи: 1248 -1262.**

Номера задач см. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/529.

**Литература:**

1. Огнева Э. Н. Математика: Раздел 1. Алгебра и геометрия: учебное пособие / Э. Н. Огнева. - Кемерово: КемГУКИ, 2011. - 227 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=227759

2. Шуман, Г. И. Алгебра и геометрия: учебное пособие / Г. И. Шуман, О. А. Волгина, Н. Ю. Голодная. - Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2019. - 160 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-369-01708-1. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1002027

3. Кирсанов, М. Н. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple: учебное пособие / М. Н. Кирсанов, О. С. Кузнецова. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 272 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/20873. - ISBN 978-5-16-012325-7. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1907684

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Предел функции, 0-символика.
[4] №650, №651, №1318-1370, №1398-1406.

2. Дифференцирование.
[4] №1039-1046, №1111-1120, №3371-3381, №3383-3388, №3400-3419.

3. Формула Тейлора.
[4] №1377-1387, №3593-3600.

4. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.
[4] №3717-3720.

5. Интегрирование.
[4] №1628-1680, №2239-2250, №4107-4110, №4258-4274, №4298-4301, №4367, №4368, №4376-4380.

6. Сходимость числовых рядов.
[4] №2555-2565, №2573-2583.

7. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
[4] №2646-2648, №2716-2723, №2774.

8. Степенные ряды.
[4] №2812-2830, №2906-2915.

**Литература:**

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82814

2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818

3. Шершнев, В. Г. Математический анализ: учебное пособие / В. Г. Шершнев. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 288 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005488-9. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1911157

4.Пантелеев, А. В. Математический анализ: учебное пособие / А.В. Пантелеев, Н.И. Савостьянова, Н.М. Федорова. — Москва: ИНФРА-М, 2021. — 502 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1077332. - ISBN 978-5-16-016008-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1219350

5.Гурьянова, К. Н. Математический анализ: учебное пособие / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 332 с. — ISBN 978-5-7996-1340-2. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/66542.html

6. Шипачев, В. С. Математический анализ. Теория и практика: учебное пособие / В. С. Шипачев. — 3-е изд. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 351 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/989800

**Замечание.** Можно воспользоваться любым стереотипным изданием учебников, указанных авторов, независимо от года издания.

## ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Дискретное вероятностное пространство. Вероятность события. Свойства вероятности. Теорема сложения.
2. Классическое определение вероятности.

3. Условная вероятность. Теорема умножения. Независимость событий.
4. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
5. Последовательность испытаний Бернулли. Полиномиальное распределение.
6. Теорема Пуассона. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Дискретная случайная величина. Примеры дискретных распределений. Независимость случайных величин.
8. Функция распределения и плотность распределения случайной величины. Примеры непрерывных распределений
9. Функциональные преобразования случайных величин.
10. Случайные вектора.
11. Функциональные преобразования случайных векторов. Свертка распределений
12. Числовые характеристики случайных величин и векторов.
13. Коэффициент корреляции и его свойства.
14. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Интегральная теорема Муавра -Лапласа.
15. Цепи Маркова.
16. Предмет и задачи математической статистики. Простой случайный выбор.
17. Точечное оценивание. Несмещенность, состоятельность, эффективность.
18. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
19. Эмпирическая функция распределения.
20. Достаточные условия состоятельности оценок.
21. Метод моментов и метод максимального правдоподобия.
22. Интервальное оценивание. Доверительный интервал для математического ожидания случайной величины с известной дисперсией. Доверительный интервал для вероятности события. Доверительные оценки параметров нормального распределения.
23. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.
24. Хи-квадрат критерии независимости и однородности.
25. Выбор из двух простых гипотез. Критерий Неймана-Пирсона.

**Литература:**


1. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. – 4-е изд., стер. – Москва: Дашков и К°, 2021. – 472 с.: ил., табл., схем., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684276
2. Калинина, В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Н. Калинина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 472 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02471-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/468770
3. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина; под ред. В. А. Колемаева. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юнити-Дана, 2017. – 352 с.: табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=692063
4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/468331
5. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. - 2-е изд. доп. - Ставрополь: Агрус, 2013. - 257 с.: схем., табл.; То же [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492


**Сборники задач:**


1. Андрухаев Х.М. Сборник задач по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям 010100 "Математика" и 010200 "Прикл. математика и информатика" - Москва : Высшая школа, 2005. - 173, с.
2. Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - Москва : Высшая школа, 2006. – 446 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для студентов вузов - Москва : Юрайт : ИД Юрайт, 2010. - 403 с.

4. Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. - 317 с.

## Примеры задач к квалификационному экзамену
## Формула полной вероятности и формула Байеса

Есть два типа сигналов, которые передаются с помощью светового передатчика. Оба типа сигналов передаются одинаково часто. Сигнал первого типа фиксируется с вероятностью 0.9, второго типа – с вероятностью 0.8. Зафиксирована передача некоторого сигнала. Какова вероятность того, что это сигнал первого типа?

## Функциональные преобразования

1) Известно, что возраст дедушки равен квадрату возраста внука, делённому на 8. Найти распределение возраста дедушки, если возраст внука равномерно распределен на отрезке $[25, 30]$.
2) Некоторый человек тестируется на время реакции $\tau_1$ и $\tau_2$ на два разных воздействия. В качестве обобщенного показателя берется величина $\eta = \tau_1/\tau_2$. Найти плотность распределения с.в. $\eta$, если $\tau_1$ и $\tau_2$ независимы и имеют равномерные распределения на отрезках $[0, 0.5]$ и $[0,1]$ соответственно.

## Коэффициент корреляции

Закон распределения дискретного случайного вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ задан в таблице ниже:

| $\xi_2$ / $\xi_1$ | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.1 | 0.3 | 0.3 |
| 2 | 0.2 | 0.1 | 0.0 |

Вычислить коэффициент корреляции случайных величин $\xi_1$ и $\xi_2$.

## ЦПТ

На 3 курсе некоторого факультета обучается 500 студентов. По опыту прошлых лет было замечено, что 25% студентов этого факультета неспособны сдать экзамены с первого раза. Какое минимальное число студентов, сдавших экзамены с первой попытки, можно гарантировать с вероятностью 0.99 в этих условиях.

## Цепи Маркова

Семен Семенович принимает два решения «Разрешить» и «Отказать». Если предыдущим решением было «Разрешить», то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.6. Если предыдущим решением было «Отказать». то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.2.

Первоначально Семен Семенович собирался «Разрешить». Найти вероятность того, что три раза будет принято решение «Разрешить». Найти вероятность положительного решения после длительного периода обращений.

## Оценки и их свойства

1) Имеется выборка $X=(X_1,\ldots,X_N)$ из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x)=\begin{cases}\theta^{-1}\cdot e^{-(x-\Theta)/\Theta}, & x\in[\Theta,\ \infty)\\ 0, & \text{в пр. сл.}\end{cases},$$ где $\theta>0-$ неизвестный параметр.

Построить оценку для параметра $\theta$ по методу моментов и проверить ее на несмещенность и состоятельность.

2) Имеется выборка $X=(X_1,\ldots,X_N)$ из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x)=\begin{cases}(\theta-1)\cdot x^{-\theta}, & y\in[1,\ \infty)\\ 0, & \text{в пр. сл.}\end{cases},$$ где $\theta>0-$ неизвестный параметр.

Построить оценку для параметра $\theta$ по методу наибольшего правдоподобия.

## Доверительные интервалы

Имеются данные о числе граждан из стран отдалённого зарубежья, въехавших на территорию РФ, за несколько лет: 42, 21, 55, 48, 37, 48, 16, 25, 34, 87. Предполагая, что исследуемые данные получены из нормального распределения построить доверительные интервалы уровня $\gamma=0.95$ для параметров $a$ и $\sigma^2$.

## Гипотеза о виде распределения

Имеются данные о числе сданных студентами экзаменов. Можно ли считать на уровне значимости $\alpha=0.05$, что число сданных экзаменов распределено по биномиальному закону. Для проверки воспользоваться $\chi^2$-критерием согласия.

| Число экзаменов $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Число студентов $n_i$ | 5 | 10 | 15 | 10 | $\sum n_i=40$ |

## Гипотеза независимости

В таблице ниже приведены 818 случаев, классифицированных по двум признакам: наличию прививки против холеры и отсутствию заболевания.

| Заболевание / Прививка | Нет | Есть |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| Есть | 260 | 19 |
| Нет | 473 | 66 |

Проверить гипотезу об эффективности вакцинации (независимость признаков) на уровне значимости $\alpha = 0.01$.

**Гипотеза однородности**

В таблице приведены данные о распределении доходов (в тыс. крон) заводских мастеров Швеции в 1930 г. для возрастных групп 40-50 лет и 50-60 лет:

| Возрастная группа | Доходы | | |
|---|---|---|---|
| | 0-2 | 2-4 | ≥4 |
| 40-50 лет | 501 | 2681 | 1334 |
| 50-60 лет | 378 | 2096 | 1015 |

Можно ли считать на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, что потоки являются однородными по уровню доходов?

## МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

**1. Общие вопросы программирования**

- стили разработки
- оптимизация программ
- основы параллельного программирования: использование OpenMP

**2. Работа с текстом**

- методы кодирования символов. Кодировки ASCII, ANSI, OEM, UTF, Unicode
- указатели, действия с указателями. Работа с массивами при помощи указателей
- простейшие алгоритмы: определение длины, копирование, конкатенация
- поиск и замена текста. Работа с различными элементами текста: символами, словами, строками

**3. Сортировка и поиск**

- задача хранения информации. Линейный поиск. максимальные и средние оценки времени для линейного поиска
- двоичный поиск и его разновидности. Оценки времени для двоичного

поиска. Поиск методом Фибоначчи, золотого сечения.
- интерполяционный поиск и его обобщения.
- задача сортировки. Сортировка пузырьком. Временные оценки пузырьковой сортировки.
- сортировка при помощи поиска максимального элемента. Временные оценки.
- сортировка вставками. Оценки времени.
- сортировка почти упорядоченных массивов. Модификации методов.
- сортировки Шелла. Задача выбора последовательности шагов. Оценки для различных последовательностей.
- слияние упорядоченных массивов. Модификации алгоритма для нахождения пересечения, объединения и разности множеств.
- сортировка слиянием. Временные оценки.
- быстрая сортировка Хоара. Оценки времени.

**4. Динамические структуры данных**

- операции динамического распределения памяти. Временные оценки операций.
- динамические структуры данных.
- линейные списки. Односвязные и двусвязные списки.
- основные операции со списками: добавление и удаление элемента.
- сцепление и расцепление списков.
- кольцевые списки.
- двумерные списки. Представление матриц двумерными списками
- представление графов.
- деревья. Двоичные деревья поиска.
- операции над двоичными деревьями поиска: вставка и удаление элемента, поиск.
- сбалансированные деревья. Методы балансировки.
- хеш-таблицы. Основная концепция, выбор хеш-функции.
- методы разрешения коллизий: метод цепочек, линейного опробования, двойного хеширования.
- общая задача хранения и поиска информации. Сравнение различных типов контейнеров, выбор оптимального решения.

**Литература:**

1. Тюкачев, Н. А. C#. Алгоритмы и структуры данных: учебное пособие для вузов / Н. А. Тюкачев, В. Г. Хлебостроев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 232 с. — ISBN 978-5-8114-8247-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/172708

2. Маер, А. В. Введение в структуры и алгоритмы обработки данных: учебное пособие / А. В. Маер, О. С. Черепанов. — Курган: КГУ, 2021. — 107 с. — ISBN 978-5-4217-0576-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/177907

3. Вирт, Никлаус Алгоритмы и структуры данных / Никлаус Вирт; перевод Ф. В. Ткачева. — 2-е изд. — Саратов: Профобразование, 2019. — 272 с. — ISBN 978-5-4488-0101-3. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/88753.html

3. Кауфман, В. Ш. Языки программирования. Концепции и принципы / В. Ш. Кауфман. — 2-е изд. — Саратов: Профобразование, 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-4488-0137-2. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/88014.html

4.Страуструп, Б. Язык программирования C++ для профессионалов: учебник / Б. Страуструп. — 3-е изд. — Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 670 с. — ISBN 978-5-4497-0922-6. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/102077.html

5. Самуйлов, С. В. Алгоритмы и структуры обработки данных: учебное пособие / С. В. Самуйлов. — Саратов: Вузовское образование, 2016. — 132 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/47275.html

6. Синюк В.Г. Алгоритмы и структуры данных [Электронный ресурс]: лабораторный практикум. Учебное пособие/ Синюк В.Г., Рязанов Ю.Д. — Электрон. текстовые данные. — Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2013. — 204 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28363

## МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

1. Терминология: Наука о данных (Data Sciense), Статистика (Statistics), Искусственный интеллект (Artificial Intelligence), Анализ данных (Data Mining), Машинное обучение (Machine learning), Большие данные (Big Data)
2. Обучение с учителем (с размеченными данными / метками): целевая функция, объект, метка, классификация, прогнозирование
3. Пространство объектов, признаковое пространство, извлечение признаков, визуализация задач
4. Функции ошибки, эмпирический риск, обучающая выборка, задачи оптимизации в обучении, обобщающая способность

5. Модель алгоритмов, алгоритм, обучение, схема решения задачи машинного обучения
6. Обучение без учителя / с неразмеченными данными, обучение с частично размеченными данными, трансдуктивное обучение
7. Обучение с подкреплением, структурный вывод, активное обучение, онлайн-обучение, Transfer Learning, Multitask Learning, Feature Learning
8. Математика в машинном обучении: бритва Оккама, теорема о бесплатном сыре, футбольный оракул, теория информации, проклятие размерности, сингулярное разложение матрицы (SVD), матричное дифференцирование
9. Сведения из ТВиМС: задание распределений, средние и отклонения, условная плотность, маргинализация и обуславливание, точечное оценивание, оценка максимального правдоподобия, дивергенция Кульбака-Лейблера, ковариация и корреляция, нормальное распределение, центральная предельная теорема
10. Оценка плотности: гистограммный подход, Парзеновский подход
11. Оптимизация: методы безусловной оптимизации, нулевого порядка, первого порядка, второго порядка, метод градиентного спуска в машинном обучении, стационарные точки, метод Ньютона, квази-ньютоновские методы, оптимизация с ограничениями
12. Градиентный спуск, наискорейший градиентный спуск, стохастический градиентный спуск, обучение: Пакетное, онлайн, по минибатчам
13. Метрические алгоритмы (distance-based), ближайший центроид (Nearest centroid algorithm), подход, основанный на близости, kNN в задаче классификации / регрессии, обоснование 1NN, ленивые (Lazy) и нетерпеливые (Eager) алгоритмы
14. Весовые обобщения kNN, регрессия Надарая-Ватсона
15. Различные метрики: Минковского, Евклидова, Манхэттенская, Махалонобиса, Canberra distance, Хэмминга, косинусное, расстояние Джаккарда, DTW, Левенштейна, приложения метрического подхода: нечёткий матчинг таблиц, Ленкор, в DL, классификация текстов, эффективные методы поиска ближайших соседей
16. Линейные методы: линейная регрессия, обобщённая линейная регрессия, проблема вырожденности матрицы, регуляризация, основные виды регуляризации, гребневая регрессия (Ridge Regression), LASSO (Least Absolute Selection and Shrinkage Operator), Elastic Net
17. Селекция признаков, ошибка с весами, устойчивая регрессия (Robust Regression)

18. Линейные скоринговые модели в задаче бинарной классификации, логистическая регрессия, Probit-регрессия, многоклассовая логистическая регрессия
19. Линейный классификатор, персептрон, оценка функции ошибок через гладкую функцию

**Литература:**

1. Ракитский, А. А. Методы машинного обучения: учебно-методическое пособие / А. А. Ракитский. — Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2018. — 32 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/90591.html

2. Теория и практика машинного обучения: учебное пособие / В. В. Воронина, А. В. Михеев, Н. Г. Ярушкина, К. В. Святов. — Ульяновск: Ульяновский государственный технический университет, 2017. — 291 с. — ISBN 978-5-9795-1712-4. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/106120.html

3. Сараев, П. В. Методы машинного обучения: методические указания и задания к лабораторным работам по курсу / П. В. Сараев. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2017. — 48 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/83183.html

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

1. Счетчиковые машины
   • Определение, конфигурации. Примеры. Вычислимость функций на счетчиковых машинах. Блок-схемы.
   • Эквивалентность счетчиковых машин и программ с метками. Канторова нумерация пар, кодирование конечных последовательностей.
   2. Машины Тьюринга
   • Определение, конфигурации. Примеры. Взаимное кодирование чисел и слов.
   • Моделирование машины Тьюринга на счетчиковой машине. Односторонние машины Тьюринга. Моделирование счетчиковой машины на машине Тьюринга.
   • Теорема о количестве состояний.
   3. Частично рекурсивные функции

• Примитивно рекурсивные функции: определение, примеры. Примитивная рекурсивность арифметических функций. Ограниченная минимизация.
• Функции Аккермана, невозможность примитивно рекурсивного представления.
• Минимизация. Частично рекурсивные и общерекурсивные функции. Вычислимость ч.р.ф. на счетчиковой машине.
• Построение универсальной ч.р.ф.: кодирование счетчиковых машин и их конфигураций.
• Эффективное построение композиции счетчиковых машин. snm-теорема для счетчиковых машин.
• Нумерации ч.р.ф. Геделевы нумерации. snm-теорема для произвольных нумераций. Теорема о неподвижной точке.

4. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества

• Рекурсивные множества. Свойства. Неразрешимость множеств самоприменимости и остановки
• Определение и основные свойства. Рекурсивная перечислимость проблем самоприменимости и остановки.
• Перечислимость без повторений и по возрастанию. Способы задания рекурсивно перечислимых множеств.
• m-сводимость, теорема Райса-Успенского. Множества общеприменимых и минимальных программ.
• Продуктивность и m-полнота.

5. Исчисления

• Общее понятие исчисления. Аксиомы и правила вывода. Линейный вывод и вывод в виде дерева. Допустимые аксиомы. Рекурсивная перечислимость выводимых слов.
• Исчисление Туэ. Построение исчисления Туэ по счетчиковой машине. Ассоциативные исчисления. Неразрешимость проблемы выводимости в ассоциативном исчислении.
• λ-исчисление. Представление ч.р.ф. в λ-исчислении.

6. Логика высказываний

• Синтаксис и семантика формул ЛВ. Нормальные формы: конъюнктивная и дизъюнктивная. Интерполяционная теорема для ЛВ.
• Исчисление высказываний, аксиомы и правила вывода. Допустимые аксиомы исчисления высказываний. Примеры выводимых секвенций. Семантика секвенций. Теорема о непротиворечивости исчисления высказываний.
• Теорема о полноте исчисления высказываний. Вывод из гипотез. Теорема о дедукции.

7. Семантика логики предикатов

• Сигнатуры, термы, формулы логики высказываний. Алгебраические системы. Истинность. Замена переменных в термах и формулах. Свойства замены.

• Запись математических утверждений с помощью формул первого порядка

8. Исчисление предикатов

• Аксиомы и правила вывода ИП. Непротиворечивость ИП. Допустимые аксиомы и правила вывода ИП.

• Непротиворечивые, совместные и полные множества, их свойства. Теорема Линденбаума. Множества со свидетелями. Лемма Генкина.

• Полнота ИП, теорема компактности и смежные вопросы: неаксиоматизируемость конечности, теоремы Левенгейма-Скулема.

9. Разрешимость теорий

• m-полнота множества тождественно истинных формул. Зависимость разрешимости от сигнатуры.

• Теорема Трахтенброта.

• Теории, формализации теорий. Рекурсивная аксиоматизируемость, полнота и разрешимость.

• Разрешимость теории плотного линейного порядка без первого и последнего элементов.

• Неразрешимость теорий полугрупп и моноидов.

10. Формальная арифметика

• Аксиомы арифметики Пеано.

• Выводимость арифметических утверждений.

• Порядок и его свойства.

• Кодирование последовательностей. Представимость о.р.ф.

• Неполнота и неразрешимость арифметики Пеано. Неаксиоматизируесоть элементарной арифметики.

• Предикаты выводимости. Невыводимость непротиворечивости.

• Другие примеры невыводимых утверждений.

11. Сложность вычислений

• Меры сложности, аксиомы Блюма, простейшие свойства.

• Диагональ Цейтина. Диагональ Рабина.

• Диагональ Блюма

12. Полиномиальные вычисления

• Время вычисления. Машины Тьюринга и модифицированные счетчиковые машины.

• Модели параллельных вычислительных устройств. Многоленточные и многоголовочные машины. Взаимное моделирование многоленточных и многоголовочных машин, а также на простой машине.

• Клеточные автоматы. Моделирование клеточного автомата на машине Тьюринга. Моделирование многоленточной машины на клеточном автомате.

• Тезис об инвариантности класса PTIME. Ускорение и сжатие в константу раз 13. Классы NP и PSPACE

• Недетерминированные вычисления.

• Класс NP. Теорема Кука-Левина, другие примеры NP-полных задач.

• Вычисления с полиномиальной памятью, класс PSPACE. PSPACE-полнота множества QBF

**Литература:**

1. Макоха, А. Н. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. Н. Макоха, А. В. Шапошников, В. В. Бережной. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. — 418 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/69397.html

2. Теория алгоритмов: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 318 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-005205-2 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/241722

3. Математическая логика: учеб. пособие / В.И. Игошин. — М.: ИНФРА-М, 2019. — 398 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/987006

4. Шмырин, А. М. Лекции по дискретной математике и математической логике [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Шмырин, И. А. Седых. — Электрон. текстовые данные. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014. — 160 c. — 978-5-88247-714-0. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/55636.html

5. Поляков, В. И. Основы теории алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» / В. И. Поляков, В. И. Скорубский. — Электрон. текстовые данные. — СПб.: Университет ИТМО, 2012. — 50 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/67504.html

## Пример билета к Государственному экзамену

### Задание 1 (алгебра и геометрия)

Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$x_2 + x_3 = -3,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -6;$$

$$x_1 + x_2 = -5.$$

### Задание 2 (алгебра и геометрия)

Используя один из известных Вам критериев, выясните, является ли следующая квадратичная форма положительно определённой:

$$x_1^2 + 8x_1x_2 + 12x_2^2 - 6x_2x_3 - 5x_3^2.$$

**Задание 3 (математический анализ)**

Найти частные производные первого порядка $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$e^{-(x+y^2+z^3)} - x - y^2 - z^3 = 0.$$

**Задание 4 (математический анализ)**

Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^4 + 3x^3 + 2}$ и проверить полученный результат дифференцированием.

**Задание 5 (теория вероятностей и математическая статистика)**

Две фабрики выпускают продукцию двух типов – $A$ и $B$. На первой фабрике продукция типа $A$ составляет 40%, на второй – 50%. Первоначально вы предполагаете, что обе фабрики одинаково представлены на рынке. Затем случайно отбираете три изделия. Среди них оказалось два изделия типа $B$ и одно изделие типа $A$. Какова теперь ваша оценка о доле продукции каждого типа?

**Задание 6 (теория вероятностей и математическая статистика)**

Имеется выборка $X = (X_1, \ldots, X_N)$ из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{3}{4\theta} \cdot \left[ e^{-x/\theta} + e^{-3x/\theta} \right], & x > 0 \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases},$$

где $\theta > 0$ есть неизвестный параметр. По методу моментов найти оценку параметра $\theta$ проверить её на несмещённость.

**Задание 7 (математическая логика и теория алгоритмов)**

Написать счетчиковую машину, вычисляющую произведение ненулевых цифр числа x в шестеричной записи (можно строить вспомогательные машины и использовать машины, построенные на лекциях)

## Задание 8 (математическая логика и теория алгоритмов)

Построить исчисление с конечным числом аксиом и правил вывода, в котором слова вида a n b m выводились бы тогда и только тогда, когда у n и m есть общий делитель кроме 1.

## Задание 9 (методы машинного обучения)

Ансамбли алгоритмов: примеры и обоснование, комитеты (голосование) / усреднение, бэгинг, кодировки / перекодировки ответов, ECOC

## Задание 10 (методы машинного обучения)

Пусть дана выборка целевых значений: 1, 2, 3 (упорядочено по времени получения меток). Используется модель константных алгоритмов (ответ равен среднему по всем меткам обучения). Функция ошибки – MAE (средний модуль отклонения). Чему равна средняя ошибка при контроле LOOCV (контроля по одному)?

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.5 | 2/3 | 1 | 3/2 |

## Задание 11 (методы программирования)

Напишите программу, которая находит сумму всех чётных чисел на отрезке [x, y). Для каждого цикла укажите инвариант и ограничитель при этом инварианте. Докажите правильность инвариантов и покажите, что из них следует корректность программы. Разрешается использовать s – прибавление единицы, <, =, +, –, *, /, %.

## Задание 12 (методы программирования)

Входной файл содержит несколько слов. Напишите программу на C++, которая в каждом слове находит самый короткий префкс, содержащий более одной буквы и являющийся палиндромом, и сохраняет результат в другой файл. Например, для слова «abbabbab» таким рефиксом является «abba». Если нужного префикса нет, то результатом является пустая строка. Запрещено использовать стандартные библиотеки кроме библиотек ввода/вывода.

## Сведения об обновлении программы государственного экзамена

| № п.п. | Обновленный раздел программы | Описание внесеннх изменений | Дата и протокол заседания ученого совета, утвердившего изменения |
|---|---|---|---|
| 1 | Рекомендуемая литература | Обновление ссылок на литературу | От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета |
| 2 | Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания | Изменение критериев оценивания результатов ГЭ | От 26.10.2023 протокол №3 ученого совета факультета |

Приложение А

**Оценочный лист**

уровня сформированности компетенций, продемонстрированных
студентом(ой) Ф.О.И.
на государственном экзамене
по направлению 01.03.02 - Прикладная математика и информатика,
профиль – искусственный интеллект и анализ данных

| Код | Перечень проверяемых компетенций | Уровень сфор- | | |
|---|---|---|---|---|
| | | пороговый | достаточн | продвинут |
| | | удовлетво р | хорошо | отлично |
| **ОПК-1** | **Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.** | | | |
| **ОПК-2** | **Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.** | | | |
| **ОПК-5** | **Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.** | | | |
| **ПК-1** | **Способен классифицировать и идентифицировать задачи искусственного интеллекта, выбирать адекватные методы и инструментальные средства решения задач искусственного интеллекта** | | | |
| **ПК-2** | **Способен разрабатывать и тестировать программные компоненты решения задач в системах искусственного интеллекта** | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **ПК-3** | **Способен осуществлять концептуальное моделирование проблемной области и проводить формализацию представления знаний в системах искусственного интеллекта** | | | |
| **ПК-4** | **Способен разрабатывать и применять методы машинного обучения для решения задач** | | | |
| **ПК-5** | **Способен использовать инструментальные средства для решения задач машинного обучения** | | | |
| **ПК-7** | **Способен осуществлять сбор и подготовку данных для систем искусственного интеллекта** | | | |
| **Итоговая оценка: Уровень сформированности компетенций:** | | | | |

Председатель ГЭК:
Ф.И.О. (ученое звание, степень) _____
(подпись)

Члены ГЭК:
Ф.И.О. (ученое звание, степень) _____
(подпись)

«____»_____ 202_ г.