

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 25.07.2025 09:52:44
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

«Утверждаю»

Руководитель ООП

Шаров Г.С.

« 05 » 2025 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Дискретная математика
и математическая логика**

Направление подготовки

01.03.01 Математика

Профиль подготовки

Преподавание математики и информатики

Для студентов 3 курса

Форма обучения очная

Тверь, 2025

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины являются: освоение основ фундаментальных знаний, позволяющих разобраться в математическом описании проблем, связанных с дискретной математикой и математической логикой, умение решать стандартные задачи, давать интерпретацию полученным результатам, а также

- вооружить будущего учителя математики и информатики знаниями, умениями и навыками, необходимыми для творческого преподавания математики и информатики;
- развить и углубить общие представления о математических фактах, о логических законах с целью повышения математической культуры;
- предметная подготовка будущих учителей математики и информатики, как в смысле навыков, так и в смысле необходимого объема знаний.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 учебного плана – к дисциплинам, формирующим универсальные и общепрофессиональные компетенции.

Предварительные знания, необходимые для освоения дисциплины – это знания, полученные при изучении школьной программы по математическим дисциплинам, а также знания основ компьютерных наук.

Дисциплина изучается на 3 курсе (6 семестр).

3. Объем дисциплины: 5 зачетных единиц, 180 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 34 часа, практические занятия 34 часа;

самостоятельная работа: 112 часа, в том числе контроль 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Осуществляет отбор теоретического и практического материала ОПК-1.2 Решает типовые задачи в рамках профессиональной деятельности ОПК-1.3 Использует различные методы и приемы решения задач профессиональной деятельности

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения экзамен (6 семестр).

6. Язык преподавания: русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия	
1. Алгебра и логика высказываний	18	2	4	12
2. Логика предикатов и теории первого порядка	18	4	4	10
3. Булевы функции	22	4	6	12
4. Конечные автоматы	20	4	4	12
5. Формализация понятия алгоритма и приложения	22	6	4	12
6. Исчисления	22	6	4	12
7. Теория графов	28	4	4	20
8. Теория сложности вычислений	30	4	4	22
ИТОГО	180	34	34	112

III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

Образовательные технологии

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

Современные методы обучения

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Примеры заданий

1. Дан класс булевых функций. Выяснить, является ли он функционально полным.
2. В данном функционально полном классе булевых функций выделить все базисы.
3. Дан язык. Выяснить, является ли он автоматным.
4. Доказать, что следующие функции являются примитивно рекурсивными:

(а) $f(x, y, z) = \max\{x, y, z\}$;

(б) $g(x_1, \dots, x_n) = x_1 + \dots + x_n$;

(в) $h(x_1, \dots, x_n, y) = \bigvee_{i=0}^y s(x_1, \dots, x_n, i)$,

где $s(x_1, \dots, x_n, i)$ – некоторая примитивно рекурсивная функция.

5. Доказать, что следующие функции являются частично рекурсивными, но не являются примитивно рекурсивными:

(а) $f(x, y) = x : y$, где деление понимается в обычном смысле;

(б) $g(x)$ – нигде не определённая функция.

6. Дан граф. Выяснить, является ли он эйлеровым.
7. В данной сети найти максимальный поток.

2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности ОПК-1.1 Осуществляет отбор теоретического и	1. 1) Имеется одна лампа в лестничном пролёте двухэтажного дома. Построить схему так, чтобы на каждом этаже своим выключателем можно было гасить и зажигать лампу независимо от положения другого выключателя. 2) По установленному сигналу каждый игрок замыкает или размыкает выключатель, находящийся под своим	• Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала – 31 – 40 баллов

практического материала ОПК-1.2 Решает типовые задачи в рамках профессиональной деятельности ОПК-1.3 Использует различные методы и приемы решения задач профессиональной деятельности	управлением. Если оба делают одно и тоже, то выигрывает А, в противном случае - В. Построить схему так, чтобы в случае выигрыша А загоралась лампочка. 3) Комитет из 5 человек принимает решения большинством голосов, председатель пользуется правом "вето". Построить схему, чтобы голосование происходило нажатием кнопок и в случае принятия решения загоралась лампочка. 2. Пусть x_i ($i=1,2,3...$) – символы булевских переменных (т.е. принимающих два значения: 0,1). Построить таблицы истинности. 1) $(x_1=x_2) \wedge (x_2=x_3)$ 2) $(x_1>x_2) \vee (x_2=x_3)$ 3) $(x_1 \leq x_2) \wedge (x_2 \leq x_3)$ 4) $((x_1>x_2) \wedge (x_2=x_3)) \vee (x_2=x_3)$ 3. Ввести необходимые предикаты и с помощью кванторов записать следующие определения, с помощью законов де Моргана получить их отрицания: 1 Определение предела часовой последовательности. 2 Определение фундаментальной по Коши последовательности. 3 Определение предела функции в точке. 4 Определение непрерывности функции в точке. 5 Определение непрерывной на интервале функции. 6 Определение равномерно непрерывной на интервале функции. Почему из равномерной непрерывности на (a, b) следует непрерывность функции на (a, b)?	• Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 21 – 30 балла • Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры – 11 - 20 баллов • Даны неверные ответы на поставленные вопросы – 0 - 10 баллов
--	---	---

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература:

1. Лавров И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. Учебное пособие - Москва : Физматлит, 2002. - 255 с. –

Электронный ресурс. – Режим доступа:
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75576>

2. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-4284-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/206510>

б) Дополнительная литература:

1. Веретенников, Б. М. Дискретная математика : учебное пособие / Б. М. Веретенников, В. И. Белоусова, А. Б. Веретенников ; науч. ред. Н. В. Чуксина ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. — Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2017. — Часть 2. — 87 с. : схем., табл., ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=695658>

2. Ершов, Ю. Л. Математическая логика / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. - 6-е изд., испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 356 с. - ISBN 978-5-9221-1301-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/395379>

2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	https://znanium.com/
2	ЭБС «ЮРАИТ»	https://urait.ru/
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru/
4	ЭБС IPR SMART	http://www.iprbookshop.ru/
5	ЭБС «ЛАНЬ»	http://e.lanbook.com
6	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/Web
7	Репозиторий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru

8	Ресурсы издательства Springer Nature	http://link.springer.com/
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа курса

1. Введение. Задачи и программа курса. Место математической логики и теории алгоритмов в математике и прикладных науках, активно использующих математику. О задачах, которые предопределили развитие математической логики и возникновение в ее недрах теории алгоритмов; современные направления исследований и приложений математической логики и теории алгоритмов. Формы самостоятельной работы слушателей по изучению курса. Рекомендации по использованию литературы и компьютерных средств.

Алгебра и логика высказываний. Понятие высказывания, высказывания простые и составные, логические (пропозициональные) связи. Тавтологически истинные, выполнимые и тавтологически ложные формулы логики высказываний. Связь равносильности формул с тавтологической истинностью их эквивалентности. Основные свойства логических связок (основные равносильности), алгебра логики. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Логика высказываний как множество тавтологически истинных пропозициональных формул.

2. Логика предикатов и теории первого порядка. Предикаты и кванторы (первого порядка). Модели (интерпретации) для формул первого порядка. Свойства кванторов. Префиксная нормальная форма.

3. Булевы функции. Булевы функции, суперпозиция и выразимость булевых функций, полные системы булевых функций, основные примеры. Проблемы полноты систем булевых функций и выразимости булевых функций. Функционально полные классы булевых функций. Классы функций, сохраняющих 0 и сохраняющих 1. Арифметическое представление булевых функций и класс линейных функций. Функции, двойственные друг другу, принцип двойственности, класс самодвойственных функций. Класс монотонных функций. Критерий полноты систем булевых функций: теорема Поста и следствие о разрешимости проблемы полноты.

4. Конечные автоматы. Понятие конечного автомата. Автоматные языки. Замкнутость класса автоматных языков относительно различных

операций (пересечение, объединение, разность, конкатенация и др.). Лемма о разрастании, необходимые условия автоматности языка.

5. Формализация понятия алгоритма и приложения. Проблема формализации понятия алгоритма, основные подходы к ее решению. Машины Тьюринга как одна из возможных формализаций, тезис Чёрча-Тьюринга. Частично рекурсивные функции. Разрешимые и неразрешимые проблемы; неразрешимость проблемы самоприменимости машин Тьюринга. Нетривиальные и инвариантные свойства машин Тьюринга, теорема Райса–Успенского, неразрешимость проблемы остановки машин Тьюринга. Теорема Чёрча о неразрешимости логики предикатов первого порядка.

6. Исчисления. Понятие исчисления. Вывод и выводимость в исчислении. Исчисление высказываний. Теорема о полноте для исчисления высказываний. Метод резолюций для логики высказываний. Исчисление предикатов. Теорема о полноте и метод резолюций. Рекурсивная перечислимость множеств. Рекурсивная перечислимость множества тождественно истинных формул первого порядка.

7. Теория графов. Основные понятия теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Простые графы. Способы задания графов. Пути и циклы. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Кратчайшие пути в графах. Деревья. Потoki в сетях. Раскрашиваемость графов.

8. Теория сложности вычислений. Понятие сложности вычислений. Временная и ёмкостная сложность. Рекурсивные алгоритмы и их сложность. Сложность некоторых задач из теории графов. Различные представления деревьев и эффективные алгоритмы для задач на графах. Детерминированные и недетерминированные алгоритмы. Основные классы сложности. Неравенство классов P и $EXPTIME$. Виды сводимости. Полные задачи. Теорема Кука об NP -полноте проблемы выполнимости булевых формул. Задача КЛИКА и другие NP -полные задачи. Некоторые открытые проблемы теории сложности вычислений.

Вопросы к экзамену

1. Булевы функции. Одноместные булевы функции. Двуместные булевы функции. Число n -местных булевых функций.
2. Суперпозиция булевых функций. Полные системы булевых функций. Теорема о полноте системы $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$.
3. Операция замыкания по суперпозиции. Свойства операции замыкания. Примеры полных систем. Лемма: если F_1 — полный класс и все

- функции F_1 являются суперпозициями функций F_2 , то F_2 — полный класс.
4. Замкнутые классы булевых функций. Общий критерий полноты.
 5. Классы P_0, P_1 . Примеры. Замкнутость этих классов. Лемма о функции, не сохраняющей 0 (не сохраняющей 1).
 6. Монотонные функции. Отношение порядка. Примеры. Отношение предшествования на множестве булевых векторов. Определение монотонной функции. Примеры. Замкнутость класса M .
 7. Лемма о немонотонной функции.
 8. Функция $x + y$. Свойства этой функции. Полнота системы функции $\{+, \cdot, 1\}$. Пример. Полиномы Жегалкина. Представимость булевых функций полиномами Жегалкина. Функция голосования.
 9. Линейные функции. Лемма о линейном разложении по последнему аргументу. Определение линейной функции. Примеры. Лемма о нелинейной функции.
 10. Двойственность. Класс самодвойственных функций. Примеры. Замкнутость класса S .
 11. Принцип двойственности. Лемма о суперпозиции двойственных функций.
 12. Лемма о несамодвойственной функции.
 13. Теорема Поста о полноте. Примеры. Определение базиса, примеры базисов из 1-ой, 2-х, 3-х и 4-х функций.
 14. Конечные автоматы. Определение, примеры. Диаграммы Мура. Автоматные языки, примеры. Автоматность однословных языков.
 15. Лемма о детерминированной работе конечного автомата. Теорема о параллельной работе автоматов. Замкнутость семейства автоматных языков относительно пересечения, объединения и дополнения. Примеры. Автоматность конечного языка.
 16. Теорема о вставке.
 17. Автоматные языки. Необходимые условия автоматности языка.
 18. Пример неавтоматного языка
 19. Неформальное понятие алгоритма.
 20. Машины Тьюринга. Тезис Чёрча–Тьюринга. Примеры.
 21. Лемма об упорядочении машин Тьюринга.
 22. Теорема о композиции машин Тьюринга.
 23. Лемма о левой полуленте. Теорема о соединении машин Тьюринга.
 24. Теорема о разветвлении машин Тьюринга.
 25. Частично рекурсивные функции. Примеры.
 26. Вычислимость по Тьюрингу исходных функций.

- 27.Вычислимость по Тьюрингу частично рекурсивных функций.
- 28.Основные понятия теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Простые графы. Способы задания графов.
- 29.Пути и циклы. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Гамильтоновы графы.
- 30.Кратчайшие пути в графах.
- 31.Деревья.
- 32.Потоки в сетях.
- 33.Раскрашиваемость графов.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов,

написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к экзамену. При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по

которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.
- Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 208 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Комплект учебной мебели, CD-магнитола, компьютер: (системный блок + монитор), многофункциональный лазер. копир/принтер/сканер, видеоплеер, телевизор, DVD плеер.	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)