

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 24.07.2025 16:20:14
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

«Утверждаю»

Руководитель ООП



 Шаров Г.С.

05 2025 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Ортогональные полиномы

Направление подготовки

01.03.01 Математика

Профиль подготовки

Преподавание математики и информатики

Для студентов 2 курса

Форма обучения очная

Тверь, 2025

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Ортогональные полиномы» являются изучение и усвоение идеи ортогональных систем функций, которая необходима для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины являются овладение математическим аппаратом, изученным в данном курсе и формирование умения применять изученные математические методы при построении математических моделей, возникающих при решении профессиональных практических задач.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Дисциплина «Ортогональные полиномы» имеет логические и содержательно методические связи со следующими курсами ООП: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения в частных производных». Для освоения дисциплины необходимы знание курсов «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения» и наличие устойчивых навыков работы с объектами этих курсов.

3. Объем дисциплины: 3 зачётных единицы, 108 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: 51 час,

в том числе:

лекции 17 часов, в том числе практическая подготовка 0 часов, практические занятия 34 часа, в том числе практическая подготовка 6 часов;

самостоятельная работа: 57 часов, в том числе контроль 0 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-2.2 Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике

	ПК-2.3 Проектирует научное исследование в соответствии с задачами профессиональной деятельности
--	---

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:
зачет (4-й семестр).

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		
		всего	в т.ч. практическая подготовка	всего	в т.ч. практическая подготовка	
Полная тригонометрическая система, ее ортогональность.	4	1	0	1	0	2
Вычисление коэффициентов Фурье.	4	0	0	1	0	3
Ряды косинусов и ряды синусов.	5	2	0	1	0	2
Примеры разложения функций в тригонометрические ряды.	4	0	0	1	2	3
Зависимость скорости убывания коэффициентов Фурье от гладкости функции.	6	0	0	2	0	4
Теорема Римана об убывании коэффициентов Фурье.	3	1	0	1	0	1
Интегральная формула для частичной суммы ряда Фурье.	5	1	0	1	0	3

Сходимость ряда Фурье для гладкой функции.	7	2	0	2	0	3
Теорема Вейерштрасса о тригонометрической аппроксимации.	5	1	0	2	0	2
Равенство Парсеваля.	6	1	0	2	0	3
Интегральная формула Валле-Пуссена.	7	1	0	2	2	4
Производящая функция для полиномов Лежандра.	6	1	0	2	0	3
Рекуррентная формула для полиномов Лежандра.	5	0	0	2	0	3
Дифференциальное уравнение для полиномов Лежандра.	4	1	0	2	0	1
Ортогональность полиномов Лежандра.	5	1	0	2	0	2
Тождество Кристоффеля.	5	0	0	1	0	4
Формула Родрига.	6	1	0	2	0	3
Интегральное представление полиномов Лежандра.	10	2	0	2	2	6
Оценка полиномов Лежандра.	6	1	0	2	0	3
Сходимость ряда из полиномов Лежандра.	5	0	0	3	0	2
ИТОГО	108	17	0	34	6	57

III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение самостоятельных работ, письменных домашних заданий, составление компьютерных программ. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Используется взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

Образовательные технологии

1. Дискуссионные технологии.
2. Информационные (цифровые).
3. Технологии развития критического мышления.

Современные методы обучения

1. Активное слушание.
2. Лекция (традиционная).

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Контрольные вопросы и задания

1. Какие функции содержит ряд Фурье для функции $f(x)=x$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?
2. Какие функции содержит ряд Фурье для функции $f(x) = 1 + x^2$ на отрезке $[-\pi, \pi]$?
3. Запишите равенство Парсеваля для функции $f(x)=x$.
4. Сходится ли ряд Фурье по синусам для функции $f(x)=x$ в концевых точках отрезка $[0, \pi]$?
5. Укажите три первых полинома Лежандра.
6. Проверьте рекуррентную формулу для полиномов P_1, P_2, P_3 .
7. Проверьте ортогональность функции $f(x)=x$ и полинома P_2 .
8. Проверьте выполнение дифференциального уравнения Лежандра для полинома P_2 .

2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
---	------------------------------------	---

ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий. <i>ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</i> <i>ПК-2.2 Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</i> <i>ПК-2.3 Проектирует научное исследование в соответствии с задачами профессиональной деятельности</i>	1. Разложите в ряды по синусам и по косинусам на отрезке $[0, \pi]$ функцию $f(x) = 2$. 2. Запишите для функции $f(x) = x^2$ равенство Парсеваля на отрезке $[-\pi, \pi]$. 3. Разложите функцию $f(x) = x^2$ в ряд по полиномам Лежандра. 4. Составьте компьютерную программу для вычисления коэффициентов Фурье функции, заданной таблично. 5. Составьте компьютерную программу для разложения в ряд по полиномам Лежандра функции, заданной таблично. 6. Составьте компьютерную программу для вычисления среднеквадратического отклонения частичной суммы ряда по полиномам Лежандра от заданной функции.	<i>Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала – 30 – 40 баллов.</i> <i>Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 20 – 29 баллов.</i> <i>Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры – 10 - 19 баллов.</i> <i>Даны неверные ответы на поставленные вопросы – 0 - 9 баллов.</i>
--	--	---

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Том 3 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 656 с. — ISBN 978-5-507-47239-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/351872>
2. Джексон, Д. Ряды Фурье и ортогональные полиномы / Д. Джексон ; пер. с англ. А. М. Гутерман. — Москва : Государственное издательство иностранной литературы, 1948. — 259 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256644>

Дополнительная литература:

1. Суетин, П. К. Классические ортогональные многочлены / П. К. Суетин. — Изд. 2-е, доп. — Москва : Наука, 1979. — 415 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464157>

2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	https://znanium.com/
2	ЭБС «ЮРАИТ»	https://urait.ru/
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru/
4	ЭБС IPR SMART	http://www.iprbookshop.ru/
5	ЭБС «ЛАНЬ»	http://e.lanbook.com
6	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/Web

7	Репозиторий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru
8	Ресурсы издательства Springer Nature	http://link.springer.com/
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Список вопросов к зачету

1. Полная тригонометрическая система, ее ортогональность.
2. Вычисление коэффициентов Фурье.
3. Примеры разложения функций в тригонометрические ряды.
4. Теорема Римана об убывании коэффициентов Фурье.
5. Интегральная формула для частичной суммы ряда Фурье.
6. Сходимость ряда Фурье для гладкой функции.
7. Теорема Вейерштрасса о тригонометрической аппроксимации.
8. Равенство Парсеваля.
9. Интегральная формула Валле-Пуссена.
10. Определение полиномов Лежандра через производящую функцию.
11. Рекуррентная формула для полиномов Лежандра.
12. Дифференциальное уравнение для полиномов Лежандра.
13. Ортогональность полиномов Лежандра.
14. Разложение функции в ряд по полиномам Лежандра.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента заключается в усвоении необходимого теоретического материала, подготовке ответов на вопросы, решении задач, подготовке и выступлении с докладом.

Методические указания по изучению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих

этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. *Самостоятельное изучение тем.* Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к экзамену.

3. *Подготовка к практическим занятиям.* При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. *Составление конспектов.* В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности использованы схемы и таблицы.

5. *Подготовка к зачету.* При подготовке к зачету студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы студентов на семинарских и практических занятиях, выполнения индивидуальных творческих заданий и др. и оценки за выполнение студентом учебного задания при рейтинговом контроле успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов – 1-й модуль и 50 баллов – 2-й модуль).

Студенту, набравший 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студенту, набравшему до 39 баллов включительно, сдает зачет,

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.
- Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику

учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 312 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Интерактивная система Promethean ActivBoard 587. Комплект учебной мебели, интерактивная система.	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редак-тор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического

	дисциплины		факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)