

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: проректор
Дата подписания: 09.08.2024 10:49:08
Дата подписания: 07.04.2025 11:14:55
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП

«23» апреля 2024г.



Цветков В.П.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Введение в теорию фракталов

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математическое и компьютерное моделирование

Для студентов 3 курса

Форма обучения очная

Составитель:

д.ф.-м.н., профессор

В.П. Цветков

Тверь, 2024

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является ознакомление студентов с основами теории сложных систем, включающей динамические системы и сложные сети. В курсе излагаются элементы теории хаоса в динамических системах, рассматривается математическое описание хаотических систем, раскрываются основные понятия теории сложных сетей (графов), приводятся модели случайных сетей.

Задачи курса:

1. ознакомление студентов с фрактальной философией;
2. рассмотрение основных способов применения фрактального анализа в математическом моделировании
3. ознакомление студентов основной характеристикой фракталов - фрактальной размерностью и способами ее определения;
4. дать понятие об основных способах математического моделирования на основе фрактального анализа;
5. дать понятие фрактальных временных рядов, способов определения их фрактальной размерности и предсказания их динамикам методами фрактального анализа.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Введение в теорию фракталов» относится к части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной.

Изучение дисциплины основывается на базисных знаниях студентов в области математического анализа, линейной алгебры, дифференциальных уравнений.

Требования к начальному уровню подготовки студента, необходимому для успешного освоения дисциплины: знание основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; умение решать простейшие обыкновенные дифференциальные уравнения.

Преподавание учебной дисциплины «Введение в теорию фракталов» строится на сочетании лекций, практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов. На практических занятиях формируются умения решать задачи математической теории фракталов, вникать в процесс их решения. Предусмотрены аудиторные самостоятельные работы по основным темам курса, а также домашние задания.

Изучение фракталов открывает замечательные возможности, как в исследовании бесконечного числа приложений, так и в области чистой прикладной математики.

Дисциплина «Введение в теорию фракталов» формирует у студента знания и навыки, которые будут в дальнейшем использоваться при изучении следующих дисциплин: «Катастрофы в теории гравитирующих конфигураций», «Фрактальные методы в исследовании социально-экономических и природных систем».

Дисциплина изучается в 5 и 6 семестрах.

3. Объем дисциплины: 10 зачетных единиц, 360 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 66 часов, практические занятия 66 часов.

самостоятельная работа: 228 часа, в том числе контроль 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен анализировать и прогнозировать поведение социально-экономических и природных систем на основе их математических и компьютерных моделей	ПК-1.1 Составляет и реализует комплексы программ для вычисления основных параметров математических и компьютерных моделей социально-экономических и природных систем ПК-1.2 Анализирует и прогнозирует поведение социально-экономических и природных систем при изменении значений управляющих параметров математических и компьютерных моделей этих систем

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:
зачет в 6 семестре, экзамен в 5 семестре.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практическая работа	Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)	
Тема 1. Основы нелинейной динамики		6	6	1	20
Тема 2. Фракталы. История возникновения понятия. Конструктивные и динамические фракталы, их анализ и примеры.		6	6	2	20
Тема 3. Сложные сети. Определение и примеры. Виды сетей. Лист ребер и матрица смежности.		6	6	2	20
Тема 4. Модели случайных сетей. Модель Эрдеша-Реньи. Распределение Пуассона и Бернулли для степени узлов сети.		6	6	2	20

Тема 5. Хаос. Система Лоренца и ее свойства. Детерминированный хаос. Диаграмма Ламерея. Условия устойчивости неподвижной точки.		6	6	2	20
Тема 6. Логистическое разностное уравнение: бифуркация удвоения периода, хаос и «окна периодичности». Ляпуновские показатели.		6	6	1	20
Тема 7. Элементарные сведения о фракталах и катастрофах.		6	6	2	20
Тема 8. Универсальность Фейгенбаума. Странные аттракторы динамических систем.		6	6	3	20
Тема 9. Различные определения понятия размерности (топологическая размерность, хаусдорфова мера и размерность, размерность Минковского, размерность самоподобия и др.).		6	6	1	20

Тема 10. Степенное распределение. Предпочтительно е присоединение. Свойство малого мира. Модель Ваттса – Строгатца.		6	6	2	20
Тема 11. Случайно- регулярные сети. Моделирование сложных сетей случайными графами, анализ статистических свойств.		6	6	3	28
ИТОГО		66	66	27	228

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Тема 1. Основы нелинейной динамики	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 2. Фракталы. История возникновения понятия. Конструктивные и динамические фракталы, их анализ и примеры.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i>
Тема 3. Сложные сети. Определение и примеры. Виды сетей. Лист ребер и матрица смежности.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i>
Тема 4. Модели случайных сетей. Модель Эрдеша-Реньи. Распределение Пуассона и Бернулли для степени узлов сети.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 5. Хаос. Система Лоренца и ее свойства. Детерминированный хаос. Диаграмма Ламерея. Условия устойчивости неподвижной точки.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i> 2. <i>Методы группового решения творческих задач (метод Дельфи, метод 6–6, метод развивающей кооперации, мозговой штурм (метод генерации идей), нетворкинг и т.д.)</i>
Тема 6. Логистическое разностное уравнение: бифуркация удвоения периода, хаос и «окна периодичности». Ляпуновские показатели.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 7. Элементарные сведения о фракталах и катастрофах.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 8. Универсальность Фейгенбаума. Странные аттракторы динамических систем.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>

Тема 9. Различные определения понятия размерности (топологическая размерность, хаусдорфова мера и размерность, размерность Минковского, размерность самоподобия и др.).	Практическая работа	1. <i>Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.)</i>
Тема 10. Степенное распределение. Предпочтительное присоединение. Свойство малого мира. Модель Ваттса – Строгатца.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i>
Тема 11. Случайно-регулярные сети. Моделирование сложных сетей случайными графами, анализ статистических свойств.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>

Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В качестве традиционных форм обучения дисциплине выступают лабораторные занятия. Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET, ролевые и деловые игры, кейс-анализ, презентация, видеофильмы, видеокурсы, мультимедийные курсы, тестирование как метод контроля. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций:

- 1) информационно-рецептивные:
 - чтение и конспектирование литературы;

- 2) репродуктивные технологии:
 - анализ и написание текстов,
 - выполнение проблемных и творческих заданий;
- 3) рейтинговая система контроля успеваемости;
- 4) интерактивные технологии:
 - тренинг в малых группах,
 - дискуссии (пресс-конференция и круглый стол).

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература

1. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах.

Основы теории. Мир. 2008.

http://www.nbpublish.com/library_read_article.php?id=-30093

2. Кудинов А.Н., Цветков В.П., Цветков И.В. Мультифрактальная динамика и математическое моделирование социально-экономических и природных процессов – Тверь: ТвГУ, 2015. -188.

3. Петровский А.Б. Теория принятия решений. -М.: Академия, 2014, -400с.

б) Дополнительная литература

1. Баевский Р.М., Волков Ю.Н., Нидеккер Н.Г. Математические методы анализа сердечного ритма - М.: Наука, 1968 URL:

http://nlp.stanford.edu/pubs/SocherHuvalManningNg_EMNLP2012.pdf

2. Ардашев А.В., Лоскутов А.Ю. Практические аспекты современных методов анализа variability сердечного ритма. – М.: ИД «МЕДПРАК-ТИКА-М», 2010. - 368 с. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.88.1863&rep=rep1&type=pdf>

3. Дубров А.М., Лагоша Б. А., Хрусталеv Е.Ю. Моделирование рисковvх ситуаций в экономике и бизнесе. - М.: Финансы и статистика, 2018. - 176с. URL: http://www.deepsky.com/~merovech/voynich/voynich_manchu_reference_materials/PDFs/j_urafsky_martin.pdf

1. The Stanford Natural Language Processing Group <http://nlp.stanford.edu/>

2. Апресян Ю. Д. Идеи и методы современной теории катастроф. М.: Просвещение, 1966. 305 с.
3. Ануреев И.С., Батура Т.В., Боровикова О.И., Загорюлько Ю.А., Кононенко И.С., Марчук А.Г., Марчук П.А., Мурзин Ф.А., Сидорова Е.А., Шилов Н.В. Модели и методы построения информационных систем. // Моногр. / Институт систем информатики им. А.П. Ершова СО РАН. - Новосибирск: Изд. СО РАН, 2009.
4. Заде Л. Теория катастроф и применение ее к принятию приближенных решений. - М., 1976. - 166 с.

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

1. Russian бесплатно Cadence SPB/OrCAD 16.6 Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009

2. Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г.

3. Mathcad 15 M010 Акт предоставления прав IC000000027 от 16.09.2011;

4. MATLAB R2012b Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012;

5. Microsoft Visual Studio Ultimate 2013 с обновлением 4 Акт предоставления прав № Tr035055 от 19.06.2017

6. Microsoft Windows 10 Enterprise Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017

7. MS Office 365 pro plus Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

1. Adobe Acrobat Reader DC

2. Git version 2.5.2.2

3. Google Chrome бесплатно

4. Lazarus 1.4.0

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. <http://elementy.ru> - «Элементы большой науки»
2. <http://www.astronet.ru/> - Российская астрономическая сеть
3. <https://www.wikipedia.org/> - Википедия - свободная энциклопедия

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС "Издательство Лань"
2. ЭБС ZNANIUM.COM
3. ФГБУ "РГБ"
4. ЭБ eLibrary
5. American Institute of Physics
6. American Physical Society - APS Online Journals
7. EBSCO Publishing - INSPEC
8. Web of Science
9. SCOPUS
10. ЭБС "Университетская библиотека онлайн"

ТвГУ имеет подписку на коллекцию из 331 российских журналов в полнотекстовом электронном виде, в том числе:

1. Alma mater (Вестник высшей школы)
2. Вопросы статистики
3. Журнал вычислительной математики и математической физики
4. Известия высших учебных заведений. Математика
5. Известия Российской академии наук. Серия физическая
6. Известия Российской академии наук. Теория и системы управления
7. Инновации в образовании

8. Стандарты и качество
9. Школьные технологии
10. Интернет-ресурсы, используемые при освоении дисциплины:
11. <http://elementy.ru> - «Элементы большой науки»
12. <http://www.astronet.ru/> - Российская астрономическая сеть
13. <https://www.wikipedia.org/> - Википедия - свободная энциклопедия

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины.

VI.1.1 Список вопросов к экзамену.

1. Системы линейных уравнений. Классификация стационарных решений.
2. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость стационарных решений.
3. Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Стационарные решения, их классификация. Линеаризация.
4. Отсутствие замкнутых траекторий в системах дифференциальных уравнений: градиентная система и построение функции Ляпунова.
5. Существование замкнутых траекторий. Теорема Пуанкаре-Бенедиксона.
6. Бифуркации: седло-узел, транскритическая, бифуркация-вилка, Хопфа.
7. Свойства системы Лоренца.
8. Хаос в системе Лоренца. Определение хаоса.
9. Логистические карты, стационарные решения, бифуркационная диаграмма.
10. Свойства сетей: распределение по степеням связности, коэффициент кластеризации, путь, диаметр.
11. Модель Эрдеша-Реньи. Рождение гигантской компоненты.
12. Модель Барабаши-Альберта. Степенное распределение. Предпочтительное присоединение.
13. Свойство тесного мира. Модель Ваттса-Строгатца.
14. Фракталы. Свойства, размерность.
15. Классические фракталы. Самоподобие.
16. Классические фракталы. L-системы.
17. Классические фракталы. Пыль Кантора.
18. Классические фракталы. Кривые Пеано.
19. Множества и отображения.
20. Предварительные сведения из теории множеств.
21. Метрические пространства.

22. Сжимающие отображения.
23. Аффинные преобразования.
24. Метрика Хаусдорфа.
25. Системы итерированных функций. Системы итерированных функций.
26. Системы итерированных функций. Реализация СИФ.
27. Системы итерированных функций. СИФ со сгущением.
28. Системы итерированных функций. Коллажи.
29. Системы итерированных функций. Размерность Минковского.
30. Системы итерированных функций. Вычисление размерности.
31. Аттрактор Лоренца.
32. Итерированные отображения.
33. Универсальность Фейгенбаума.
34. Периодичность Шарковского.
35. Хаос. Хаотическая динамика.
36. Существенная зависимость.
37. Символическая динамика.

Примеры тестов

1. Объекты, проявляющие по мере увеличения все большее число деталей – это ...

Варианты ответа:

- а) аттракторы;
- б) фракталы;
- в) бифуркации;
- г) нет верного ответа.

2. В чём заключается принцип фрактальности:

Варианты ответа:

- а) возможность обобщения, усложнения структуры системы в процессе эволюции;
- б) минимальное количество ключевых параметров;
- в) главное в становлении не элементы, а целостная структура;
- г) возможность моделирования эволюции системы с помощью нескольких параллельных теоретических подходов?

3. Кем были заложены основы синергетики?

Варианты ответа:

- а) Р. Майером, Д. Джоулем и Г. Гельмгольцем;
- б) Больцманом и Гиббсом;
- в) Г. Хакеном и И. Пригожиным;
- г) С. Карно.

4. Модели синергетики – это модели

Варианты ответа:

- а) нелинейных, неравновесных систем, подвергающихся действию факторов;
- б) линейных и неравновесных систем;
- в) нелинейных и равновесных систем;
- г) линейных и равновесных систем, не подвергающихся действию факторов.

5. Указать неверное утверждение, что ...

Варианты ответа:

- а) методы синергетики в значительной степени пересекаются с методами теории колебаний и волн, термодинамики неравновесных процессов, теории катастроф, теории фазовых переходов, статистической механики и др.;
- б) синергетика исследует организационный момент, эффект взаимодействия больших систем;
- в) естественнонаучная теория не дает объяснение целой области явлений в природе с единой точки зрения;
- г) аттрактор – состояние системы, к которому она эволюционирует.

6. Что обнаруживается в процессе самоорганизации открытых нелинейных систем?

Варианты ответа:

- а) однозначная природа хаоса;
- б) двойственная природа хаоса;
- в) устойчивость всех процессов;
- г) нет верного ответа.

7. Ключевыми моментами синергетики являются

Варианты ответа:

- а) устойчивость, универсальность;
- б) изменчивость, наследственность, отбор;
- в) нелинейность, открытость, самоорганизация;
- г) инертность, дискретность.

8. Согласно какому принципу, реальные природные, общественные и психические явления и процессы детерминированы, то есть возникают, развиваются и уничтожаются закономерно, в результате действия определенных причин, обусловлены ими?

Варианты ответа:

- а) принцип вероятности;
- б) принцип дополнительности;
- в) принцип причинности;
- г) принцип детерминизма;

9. Кто выдвинул понятие диссипативной структуры?

Варианты ответа:

- а) И.Р. Пригожин;
- б) Г. Хакен;
- в) В.И. Вернадский;
- г) К.Э. Циолковский.

10. Суть принципа оптимальности заключается в:

- а) В выборе такого планово-управленческого решения, которое наилучшим образом учитывало бы внешние возможности и внутренние условия деятельности хозяйствующего субъекта
- б) В выборе такого планово-управленческого решения, которое наилучшим образом учитывало бы внутренние возможности и внешние условия производственной деятельности хозяйствующего субъекта
- в) В выборе допустимого решения, которое наилучшим образом учитывало бы внутренние возможности и внешние условия производственной деятельности хозяйствующего субъекта
- г) В выборе такого планово-управленческого решения, которое учитывало бы внутренние возможности и внешние условия производственной деятельности хозяйствующего субъекта

11. Связь исходной задачи и двойственной заключается в:

- а) Решение двойственной может быть получено из решения исходной
- б) Решение исходной может быть получено из решения двойственной
- в) Решение одной из них может быть получено непосредственно из решения другой
- г) Их решения совпадают

12. Если в прямой задаче целевая функция максимизируется, то знак функциональных ограничений:

- а) $\leq$
- б) $\geq$
- в) $=$
- г) $\leq$ или $\geq$ или $=$

13. Если в прямой задаче целевая функция минимизируется, то знак функциональных ограничений:

- а) $\leq$
- б) $\geq$
- в) $=$
- г) $\leq$ или $\geq$ или $=$

14. Если в прямой задаче целевая функция (ЦФ) максимизируется, то в двойственной задаче:

- а) ЦФ максимизируется, знак функциональных ограничений $\leq$
- б) ЦФ минимизируется, знак функциональных ограничений $\leq$
- с) ЦФ максимизируется, знак функциональных ограничений $\geq$
- д) ЦФ минимизируется, знак функциональных ограничений $\geq$

15. Экономическая интерпретация первой теоремы двойственности:

- а) Предприятие будет производить продукцию по оптимальному плану и получит максимальную общую стоимость
- б) Предприятие продаст ресурсы по оптимальным ценам и возместит от продажи равные ей минимальные затраты на ресурсы
- с) Предприятию безразлично поступать по варианту а) или б)
- д) Предприятие не выберет ни а), ни б)

VII. Материально-техническое обеспечение

Набор учебной мебели, Меловая доска, Переносной ноутбук,

Компьютер:(процессор Core i5-2400+монитор LC E2342T (10шт.)

Графопроектор, мультимедийный комплект учебного класса (вариант № 1)

Проектор Casio XJ-M140, кронштейн, кабель, удлинитель, настенный проекц. экран _____
Lumien 180*180.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)