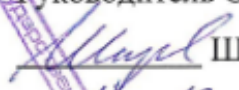
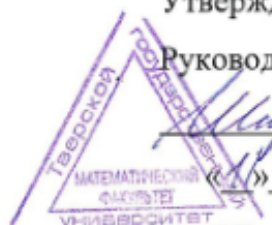


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 10.06.2025 17:29:20
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8b30e7b4fcc2ad1bf59f0b

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:
Руководитель ООП:  Шаров Г.С.
«1» 12 2024 г.


Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Профиль бакалавриата

Информационные системы, программирование и анализ данных

Для студентов 3 курса очной формы обучения

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Составитель:

к.ф.м.н., доцент Е.М. Ершова

Тверь, 2024

I. Аннотация

1. Цели и задачи дисциплины

Фундаментальная подготовка в области теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов, необходимая для решения практических задач. В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студенты должны владеть основными математическими понятиями курса; уметь использовать теоретико-вероятностный и статистический аппарат для решения теоретических и прикладных задач, уметь решать типовые задачи, иметь навыки работы со специальной математической литературой.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части блока дисциплин.

3. Объём дисциплины:

9 зачетных единиц, 324 академических часа, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции – 68 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

практические занятия – 68 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

самостоятельная работа: 188 часов, в том числе контроль 27 часов.

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя её базовые составляющие УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Оперировать базовыми знаниями в области основных математических и естественно-научных дисциплин, предусмотренных учебным планом ОПК-1.2 Решает типовые задачи основных математических и естественно-научных дисциплин, применяя стандартные приемы и методы
ОПК-2 Способен применять со-	ОПК-2.1 Применяет основные математические

временный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	методы и приемы для решения задач проектирования и разработки программ и программных комплексов ОПК-2.2 Применяет программы и программные комплексы для решения задач профессиональной деятельности
--	--

5. Форма промежуточного контроля. По окончании 5-го семестра – зачет, 6-го экзамен.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины (или модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

1. Для студентов очной формы обучения

Наименование разделов и тем		Всего часов	Аудиторные занятия		Самост. работа
Разделы	Темы		Лекции	практич. занятия	
1. Операции над событиями. Классическое и геометрическое определения вероятности.	1. Предмет теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями.	10	2	2	6
	2. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности..	10	2	2	6
	3. Основные принципы комбинаторики. Комбинаторные формулы.	11	2	3	6
	4. Применение комбинаторики к подсчёту вероятностей.	9	1	2	6
	5. Геометрические вероятности.	10	2	2	6
	6. Статистическая оценка неизвестной вероятности.	6	1	1	4
	7. Система аксиом Колмогорова.	6	1	1	4
2. Условная вероятность. Вычисление биномиальных вероятностей. Дискретные случайные величины.	1. Независимые и зависимые события. Условные вероятности.	8	2	1	5
	2. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.	8	1	2	5
	3. Независимые испытания, формулы Бернулли.	10	2	2	6
	4. Локальная теорема Муавра-Лапласа.	8	2	1	5

Наименование разделов и тем		Всего часов	Аудиторные занятия		Самост. работа
Разделы	Темы		Лекции	практич. занятия	
	5. Интегральная теорема Лапласа. Теорема Бернулли, теорема Пуассона.	9	2	2	5
	6. Дискретные случайные величины, ряд распределения. Биномиальный закон распределения, закон Пуассона, геометрическое распределение, закон Паскаля	12	3	3	6
	7. Математическое ожидание, дисперсия и ковариация.	12	3	3	6
	8. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Критерий независимости.	12	3	3	6
3. Непрерывные и многомерные случайные величины, их числовые характеристики.	1. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Сходимость по вероятности.	8	2	1	5
	2. Общее понятие случайной величины. Функция распределения вероятностей. Абсолютно непрерывные распределения.	9	2	2	5
	3. Многомерные случайные величины. Функции от случайных величин.	9	2	2	5
	4. Интеграл Лебега. Числовые характеристики случайных величин.	8	2	1	5
	5. Характеристические и производящие функции. Формулы обращения. Теорема непрерывности.	7	1	1	5
	6. Теорема Ляпунова. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин.	7	1	1	5
4. Выборка и способы ее обработки, статистическое оценивание	1. Статистические модели и основные задачи статистического анализа. Примеры	6	1	1	4
	2. Порядковые статистики и вариационный ряд выборки. Эмпирическая функция распределения. Предельные теоремы для эмпирической функции распределения. Интервальный ряд. Гистограмма и полигон частот.	9	2	2	5
	3. Выборочные моменты, моменты выборочного среднего и дисперсии, асимптотическое поведение выборочных моментов	9	2	2	5
	4. Статистическое оценивание, методы оценивания. Несмещенные оценки, оптимальные оценки.	9	2	2	5
	5. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера и эффективные оценки. Оценки максимального правдоподобия, асимптотические свойства оценок.	7	1	1	5

Наименование разделов и тем		Всего часов	Аудиторные занятия		Самост. работа
Разделы	Темы		Лекции	практич. занятия	
	6. Интервальное оценивание, доверительные интервалы, построение доверительного интервала с использованием распределения точечной оценки параметра.	8	2	2	4
	7. Модель линейной регрессии. Оценивание неизвестных параметров модели. Метод наименьших квадратов. Простая регрессия, параболическая регрессия. Статистическая регрессия и корреляция. Условное математическое ожидание, оптимальный предиктор, прогнозирование в случае линейной функции регрессии	9	2	2	5
	8. Проверка статистических гипотез, статистические гипотезы, критерии согласия и их основные характеристики. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия хи-квадрат К.Пирсона.	9	2	2	5
5. Случайные процессы	1. Понятие случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Теорема Колмогорова	9	2	2	5
	2. Случайные блуждания на прямой. Определение конечномерных распределений и построение траекторий процесса случайных блужданий	7	1	1	5
	3. Дифференциальное уравнение диффузии. Процесс Винера. Процессы с независимыми приращениями.	7	1	1	5
	4. Процесс Пуассона, время между появлениями двух последовательных событий, построение траекторий процесса Пуассона. Вероятности появления нескольких событий, примеры	9	2	2	5
	5. Цепи Маркова, матрица перехода, уравнение Маркова. Примеры. Теорема Маркова о финальных вероятностях	10	2	3	5
	6. Математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция. Свойства ковариационной функции.	9	3	3	3
	7. Гауссовские случайные процессы. Определение гауссовского процесса моментами первого и второго порядков. Стационарные нормальные процессы.	9	2	2	5
	8. Процессы гибели и размножения. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Примеры.	8	1	1	6
	9. Задача о телефонных линиях. Системы массового обслуживания с отказами.	7	1	1	5
Итого		324	68	68	188

III. Образовательные технологии

При изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» применяются общепринятые формы обучения: лекции, семинарские и практические занятия, на которых широко используются современные методы обучения (активное слушание, постоянное взаимодействие между преподавателем и студентом, лекция-визуализация, презентации), самостоятельная работа студента (выполнение индивидуальных домашних заданий), консультации.

Учебная программа – наименование разделов и тем <i>(в строгом соответствии с разделом II РПД)</i>	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Операции над событиями. Классическое и геометрическое определения вероятности.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, групповое решение творческих задач.
2. Условная вероятность. Вычисление биномиальных вероятностей. Дискретные случайные величины.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, групповое решение творческих задач, индивидуальные задания.
3. Непрерывные и многомерные случайные величины, их числовые характеристики.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное моделирование, групповое решение творческих задач, индивидуальные задания.
4. Выборка и способы ее обработки, статистическое оценивание	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное моделирование, групповое решение творческих задач, индивидуальные задания.
5. Случайные процессы	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное моделирование, групповое решение творческих задач, индивидуальные задания.

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Темы расчетно-графических работ, выполняемых студентами по математической статистике:

1. Дискретный вариационный ряд.
2. Непрерывная модель.

3. Выравнивание статистических рядов.
4. Интервальные оценки параметров.
5. Статистическая регрессия и корреляция.
6. Подбор параметров функциональных зависимостей по результатам измерений.
7. Критерий согласия Пирсона.
8. Критерий согласия Колмогорова.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-2. Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
Базовый, владеть	Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ: Контрольная работа №1 1) Игральный кубик бросается два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков не превосходит 4. 2) Из 10 билетов выигрышными являются 4. Найти	• <i>Имеется полное верное решение – 3 балла</i> • <i>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической</i>

	вероятность того, что среди взятых наугад 5 билетов 2 выигрышных. 3) Счетчик регистрирует частицы 3-х видов: А, В и С. Вероятности их появления 0,2; 0,5 и 0,3. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями 0,8; 0,2 и 0,4. Счетчик отметил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа В. Контрольная работа №2 1) Дан ряд распределения случайной величины <table><tr><td>ξ</td><td>-5</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>p</td><td>0,4</td><td>0,3</td><td>0,1</td><td>0,2</td></tr></table> Найти: а) MX и DX; б) $Mg(X)$, где $g(X) = 2X + 1$. 2) Система (ξ, η) равномерно распределена в прямоугольнике, ограниченном прямыми $x = -a$, $x = a$, $y = -b$, $y = b$. Найти: $f(x,y)$, $f_1(x)$, $f_2(y)$, $F(x,y)$, $F_1(x)$, $F_2(y)$. Контрольная работа №3 1) Найти математическое ожидание, дисперсию и ковариационную функцию случайного процесса $\xi(\omega, t) = (t - 1)u(\omega) + v(\omega)t^2$, $t \in T$, где $u(\omega)$ и $v(\omega)$ - некоррелированные случайные величины, для которых $Mu(\omega) = 2$, $Mv(\omega) = 3$, $Du(\omega) = 4$, $Dv(\omega) = 5$. 2) По данным выборки построить дискретный вариационный ряд, построить полигон частот: 7, 21, 26, 6, 21, 16, 15, 6, 21, 7, 20, 17, 6, 16, 16, 17, 5, 17, 4, 14, 16, 18, 18, 23, 10, 8, 20, 8, 24, 18. X – число пропущенных занятий за месяц. Найти выборочные числовые характеристики.	ξ	-5	2	3	4	p	0,4	0,3	0,1	0,2	ошибки – 2 балла - Имеется верное решение части уравнения, неравенства или задачи – 1 балл - Решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов
ξ	-5	2	3	4								
p	0,4	0,3	0,1	0,2								
Базовый, уметь	Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ: Контрольная работа №1	Имеется полное верное решение – 3										

	1) Игральный кубик бросается два раза. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков больше 20. 2) В круг радиуса R вписан квадрат. В круг случайным образом ставится точка. Найти вероятность того, то она попадет в ромб. 3) В колоде 36 карт. Из нее наугад вынимают 3. Найти вероятность того, что они окажутся пиковой масти. Контрольная работа №2 1) Совместное распределение величин ξ и η задано таблицей: <table><tr><td></td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>0,15</td><td>0,24</td><td>0,06</td></tr><tr><td>2</td><td>0,08</td><td>0,36</td><td>0,11</td></tr></table> Найти: а) распределения величин ξ и η в отдельности; б) $M\eta$ и $D\eta$. Зависимы ли ξ и η? 2) Случайная величина ξ распределена по закону: $f(x)=e^{-x}$, $x>0$. Найти $M\xi$. Контрольная работа №3 1) Матрица перехода цепи Маркова за один шаг имеет вид $P=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$. Построить оргграф и найти матрицу перехода цепи Маркова за два шага. 2) Составьте уравнение линейной регрессии Y на X – число людей, приехавших и уехавших из России, если <table><tr><td>X</td><td>16</td><td>20</td><td>8</td><td>6</td><td>48</td><td>56</td><td>77</td><td>51</td><td>38</td><td>16</td></tr><tr><td>Y</td><td>32</td><td>34</td><td>13</td><td>10</td><td>57</td><td>55</td><td>60</td><td>190</td><td>193</td><td>158</td></tr></table>		-1	1	3	1	0,15	0,24	0,06	2	0,08	0,36	0,11	X	16	20	8	6	48	56	77	51	38	16	Y	32	34	13	10	57	55	60	190	193	158	балла - Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки – 2 балла - Имеется верное решение части уравнения, неравенства или задачи – 1 балл - Решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов
	-1	1	3																																	
1	0,15	0,24	0,06																																	
2	0,08	0,36	0,11																																	
X	16	20	8	6	48	56	77	51	38	16																										
Y	32	34	13	10	57	55	60	190	193	158																										
Базовый,	Используются результаты устных опросов, пись-	Формулировки																																		

знать	менного тестирования по темам: 1) Случайные события. 2) Последовательности случайных событий. 3) Случайные величины. 4) Случайные процессы. 5) Математическая статистика.	<i>определений и теорем корректны, детализированы, формулы приведены правильно – 3 балла</i> • <i>Отдельные незначительные неточности в формулировках или формулах – 2 балла</i> • <i>наряду с корректными имеются ошибочные формулировки или формулы – 1 балл</i> <i>большая часть определений и формул приведена неверно – 0 баллов</i>
--------------	--	--

2. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ОПК-11

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
владеть	Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ: Контрольная работа №1 1) В урне 3 белых и 5 черных шаров. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что шары не одного цвета. 2) 70% деталей, поступающих на сборку, изготовлены автоматами, дающими 2% брака, а 30% - автоматами, дающими 5% брака. Наугад взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность	• <i>Имеется полное верное решение – 3 балла</i> • <i>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки – 2 балла</i> • <i>Имеется верное</i>

того, что она изготовлена первым автоматом?

3) Найти вероятность того, что событие А появится три раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

Контрольная работа №2

1) Из урны, содержащей 3 белых и 5 черных шаров, наугад извлекают 2 шара. Найти математическое ожидание и дисперсию числа вынутых черных шаров.

2) Дан ряд распределения случайной величины

X	-2	1	3	5
Pi	0,1	0,3	0,4	0,2

Составить ряд распределения случайной величины $\eta = 2\xi + 1$.

Контрольная работа №3

1) Найти математическое ожидание, дисперсию и ковариационную функцию случайного процесса $\xi(\omega, t) = 2u(\omega) \sin \lambda t + 3v(\omega)t^2 + 5$, $t \in T$, где λ - постоянная, а $u(\omega)$ и $v(\omega)$ - скалярные случайные величины, для которых $Mu(\omega) = 1$, $Mv(\omega) = 2$, $Du(\omega) = 0,1$, $Dv(\omega) = 0,9$, $\text{cov}(u(\omega), v(\omega)) = -0,3$. Является ли процесс стационарным?

2) Матрица перехода цепи Маркова за один шаг

имеет вид
$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$
. Вычислить финаль-

ные вероятности системы.

3) X – рост человека. Получена выборка: 180, 177, 175, 178, 168, 174, 166, 175, 173, 174, 174, 185, 169, 180, 174, 174, 171, 182, 172, 171, 173, 180,

решение части уравнения, неравенства или задачи – 1 балл

• Решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов

	167, 184, 168, 169, 175, 172, 181, 171. Построить дискретный вариационный ряд и найти выборочное среднее.													
уметь	Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ: Контрольная работа №1 1) Игральный кубик бросается два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков кратна 3. 2) В правильный треугольник со стороной 1 вписан круг. В треугольник случайным образом бросается точка. Найти вероятность того, что она попадет в круг. 3) Найти вероятность того, что событие А появится три раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4. Контрольная работа №2 1) Совместное распределение величин ξ и η задано таблицей: <table border="1"> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>39/210</td> <td>57/210</td> <td>13/210</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>45/210</td> <td>22/210</td> <td>34/210</td> </tr> </table> Найти: а) распределения величин ξ и η в отдельности; б) распределение величины $\zeta = \xi + \eta$. 2) Случайная величина ξ распределена по закону Пуассона $f(x) = 2e^{-2x}$, $x \geq 0$. Найти $M\xi$, $D\xi$, $\sigma\xi$. Контрольная работа №3 1) Построить траекторию случайных блужданий на прямой, соответствующую исходу $\omega = (1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$ при $t = kh$, $k = \overline{0, 8}$, $h = 1$, $s = 2$. 2) Матрица перехода цепи Маркова за один шаг		1	2	3	1	39/210	57/210	13/210	2	45/210	22/210	34/210	• <i>Имеется полное верное решение – 3 балла</i> • <i>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки – 2 балла</i> • <i>Имеется верное решение части уравнения, неравенства или задачи – 1 балл</i> • <i>Решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов</i>
	1	2	3											
1	39/210	57/210	13/210											
2	45/210	22/210	34/210											

	имеет вид $P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$. Построить орграф и найти матрицу перехода цепи Маркова за два шага. 3) Составьте уравнение линейной регрессии Y на X – продолжительность жизни в городе и в деревне, если X 64 63 63 62 64 64 63 62 59 57 Y 63 61 58 59 61 62 61 60 57 56	
знать	Используются результаты устных опросов, письменного тестирования по разделам: 1) Случайные события. 2) Последовательности случайных событий. 3) Случайные величины. 4) Случайные процессы. 5) Математическая статистика.	• <i>Формулировки определений и теорем корректны, детализированы, формулы приведены правильно – 3 балла</i> • <i>Отдельные незначительные неточности в формулировках или формулах – 2 балла</i> • <i>наряду с корректными имеются ошибочные формулировки или формулы – 1 балл</i> <i>большая часть определений и формул приведена неверно – 0 баллов</i>

2. Оценочные средства для контроля успеваемости:

1. Вопросы для самостоятельной работы студентов.
2. Темы рефератов для самостоятельной работы студентов.
3. Контрольные работы для проверки усвоения материала.
4. Тесты для проведения рейтинг-контроля.
5. Задания для контроля практических навыков.
6. Вопросы к экзамену.

3. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости проводится в виде устных опросов, проверки выполнения домашних заданий, выполнения письменных аудиторных и домашних контрольных работ, написания рефератов, решения задач.

4. Промежуточная аттестация

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде зачета, что позволяет оценить работу студентов в течение всего срока изучения дисциплины. Зачет призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных студентом теоретических знаний и умений применять эти знания на практике. Промежуточная аттестация выставляется по результатам написания проведенных контрольных работ, выполнения домашних и аудиторных заданий, написания рефератов.

5. Рубежный контроль

Экзаменационные вопросы

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями.
2. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.
3. Основные принципы комбинаторики. Комбинаторные формулы.
4. Геометрические вероятности. Статистическая оценка неизвестной вероятности.
5. Система аксиом Колмогорова.

6. Независимые и зависимые события. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
7. Независимые испытания, формулы Бернулли.
8. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
9. Интегральная теорема Лапласа. Теорема Бернулли, теорема Пуассона.
10. Дискретные случайные величины, ряд распределения. Биномиальный закон распределения, закон Пуассона, геометрическое распределение, закон Паскаля.
11. Математическое ожидание и дисперсия дискретных случайных величин.
12. Независимые случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.
13. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Сходимость по вероятности.
14. Функция распределения вероятностей. Непрерывные случайные величины. Многомерные случайные величины. Функции от случайных величин.
15. Интеграл Лебега. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
16. 17. Характеристические и производящие функции. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Теорема Ляпунова.
17. Статистические модели и основные задачи статистического анализа. Примеры.
18. Порядковые статистики и вариационный ряд выборки. Эмпирическая функция распределения. Предельные теоремы для эмпирической функции распределения. Гистограмма и полигон частот.
19. Выборочные моменты, моменты выборочного среднего и дисперсии, асимптотическое поведение выборочных моментов.
20. Статистическое оценивание, методы оценивания. Несмещенные оценки, состоятельные оценки, оптимальные оценки.
21. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера и эффективные оценки.

22. Оценки максимального правдоподобия, принцип инвариантности для оценок максимального правдоподобия, асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.
23. Интервальное оценивание, доверительные интервалы, построение доверительного интервала с использованием распределения точечной оценки параметра.
24. Модель линейной регрессии. Оценивание неизвестных параметров модели. Метод наименьших квадратов. Простая регрессия, параболическая регрессия. Статистическая регрессия и корреляция. Условное математическое ожидание, оптимальный предиктор, прогнозирование в случае линейной функции регрессии.
25. Проверка статистических гипотез, статистические гипотезы, критерии согласия и их основные характеристики. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия хи-квадрат К.Пирсона.
26. Задачи, приводящие к понятию случайного процесса: случайные блуждания по прямой, задача о диффузии. Дискретные цепи Маркова, матрица перехода, уравнение Маркова, эргодическая теорема.
27. Определение случайного процесса, конечномерные распределения, выборочные функции. Аналитические свойства выборочных функций. Классификация случайных процессов, процессы с независимыми значениями, процессы с независимыми приращениями, марковские процессы, гауссовские процессы, процесс Винера.
28. Процессы с конечными моментами второго порядка, средние значения и корреляционные функции, сходимости, непрерывность и дифференцируемость в среднем квадратическом. Стохастический интеграл. Гауссовские случайные процессы, многомерное нормальное распределение, определение гауссовского случайного процесса моментами первого и второго порядков, стационарные гауссовские процессы.

29. Процесс Пуассона, условия, определяющие процесс Пуассона, вычисление вероятностей появления k событий, конечномерные распределения, примеры.
30. Цепи Маркова с непрерывным временем, уравнение Колмогорова-Чэпмена, дифференциальные уравнения Колмогорова, эргодическая теорема. Диффузионные процессы, уравнение Фоккера-Планка.
31. Процессы гибели и размножения; условия, определяющие процесс, система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний процесса. Процессы чистого размножения, формулы для вычисления вероятностей состояний, примеры.
32. Стационарные процессы, спектральное представление и преобразование Фурье, линейные преобразования, примеры.
33. Системы массового обслуживания, их классификация. Задача о телефонных линиях. Характеристики работы СМО. Пример.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — М.: Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510437>
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517540>
3. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. — Москва : Дашков и К, 2022. — 472 с. — ISBN 978-5-394-04372-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/277556>

б) дополнительная литература:

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е

изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510436>

2. Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1079-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210536>

2) Лицензионное программное обеспечение и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства.

Kaspersky Endpoint Security 10 – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022;
Google Chrome;
Lazarus 1.4.0;
MiKTeX 2.9;
Python 3.4.3;

Видеоуроки по теории вероятностей:

<http://www.calc.ru/video-po-teorii-veroyatnostey.html>

<http://teorver-online.narod.ru/>

<http://newasp.omskreg.ru/probability/>

<http://teoriaver.narod.ru/>

<http://www.statsoft.ru/home/textbook/>

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС "Издательство Лань" » <http://e.lanbook.com>
2. ЭБС ZNANIUM.COM www.znanium.com
3. ФГБУ "РГБ" <http://diss.rsl.ru/>
4. ЭБ eLibrary https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp
5. SCOPUS <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>
6. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" <https://biblioclub.ru/>
7. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>.

VI. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных

технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине (модулю) перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью изучения дисциплины. Кроме того, в темах, изучаемых при контактной работе со студентами, есть отдельные учебные вопросы, которые студенты должны изучить самостоятельно. Контроль знаний при самостоятельном изучении тем и вопросов дисциплины осуществляется при проведении текущего контроля в виде устных опросов, письменных контрольных работ и тестирования во время рейтинг-контроля. Вопросы для самостоятельной работы также включаются в темы рефератов, которые студенты защищают на семинарских занятиях, и в перечень вопросов для зачета.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к зачету. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить

логические связи между его элементами, в ряде случаев показать их графически, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя. При работе над текстом лекции студенту необходимо обратить особое внимание на проблемные вопросы, поставленные преподавателем при чтении лекции, а также на его задания и рекомендации. Работая над текстом лекции, необходимо иметь под рукой справочные издания: словарь-справочник, энциклопедический словарь, в которых можно найти объяснение многим встречающимся в тексте терминам, содержание которых студент представляет себе весьма туманно, хотя они ему и знакомы.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы.

Темы рефератов для самостоятельной работы студентов

1. Бином Ньютона.
2. Треугольник Паскаля.
3. Практическое применение комбинаторных формул.
4. Асимптотические формулы.
5. Парадоксы в теории вероятностей
6. Понятие о случайном процессе.
7. Процессы с независимым приращением.
8. Пуассоновский процесс.
9. Гауссовские случайные процессы.
10. Моделирование случайных величин методом Монте-Карло
11. Простейший поток.
12. История развития математической статистики.
13. Оценки параметров некоторых распределений различными методами.
14. Основные этапы проверки гипотезы. Различие двух гипотез: мощность и размер статистического критерия.
15. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения.
16. Общая теория проверки статистических гипотез.
17. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями.
18. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями.
19. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений.
20. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события.
21. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей.

22. Проверка гипотезы о модели закона распределения

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к зачету / экзамену. При подготовке к зачету / экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций. Экзамен студенты могут сдавать в виде теста, контрольной работы или устного ответа по вопросам, представленным в данной программе. Для получения положительной оценки на экзамене необходимо продемонстрировать знания, не ниже базового (минимального) уровня.

Процедура оценивания знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности обучающихся по дисциплине (модулю) производится в рамках балльно-рейтинговой системы, включая рубежную и текущую аттестации.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины (модуля) установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 9-10 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 32-33 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

Максимальная сумма баллов в I семестре составляет 100 баллов. При этом на 1-й модуль отводится 40 баллов, на 2-й – 60 баллов. Из них 20 и 30 соответственно отводятся на рейтинговый контроль, по 7 – на домашние задания, а оставшиеся 13 и 23 балла – на текущую работу (ответы у доски, самостоятельное выполнение заданий и т.д.). Студенту, набравшему 40 баллов и

выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачётной книжке выставляется оценка «зачтено».

Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдаёт зачёт в последнюю неделю семестра по данной дисциплине. Баллы, полученные на зачёте, проставляются в ведомости.

Максимальная сумма рейтинговых баллов во II семестре составляет 60. При этом на 1-й модуль отводится 30 баллов, на 2-й – 30 баллов. Из них по 12 отводятся на рейтинговый контроль, по 7 – на домашние задания, а оставшиеся 11 – на текущую работу (ответы у доски, самостоятельное выполнение заданий и т.д.).

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

Студенту, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в экзаменационной ведомости и зачётной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Студенту, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе экзаменационной ведомости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Студенту, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе экзаменационной ведомости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдаёт экзамен.

Ответ студента на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене.

При этом начисление баллов производится следующим образом:

- 1) Теоретические вопросы раскрыты полностью, с приведением примеров. Все задания практической части выполнены безукоризненно. Решение характеризуется краткостью, обоснованностью, логичностью – 40 баллов;
- 2) Теоретические вопросы раскрыты полностью, но не приведены примеры. При решении задачи допущены незначительные вычислительные ошибки или студентом использованы правильные, но не всегда рациональные методы и алгоритмы – 30 баллов;
- 3) Теоретические вопросы раскрыты не полностью. Задача решена с недочётами и менее, чем наполовину. При этом должны быть правильно определены типы задач и указаны применяемые формулы без грубых ошибок. Это показывает, что экзаменуемый

понимает связь теоретического материала с решением конкретных примеров – 20 баллов;

4) Допущены грубые ошибки в ответе на теоретические вопросы. Была попытка решить экзаменационную задачу. Студент допустил грубые ошибки в применении формул. Это показывает, что студент не имеет навыков решения практических задач, им усвоены лишь отдельные факты программного материала, все имеющиеся знания отрывочны и бессистемны – 0 баллов.

VII. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (или модулю)

Учебные аудитории, оснащенные средствами мультимедиа.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п. п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1	Основные разделы	Приведение в соответствие новым требованиям	02.07.2013 г, протокол № 8
2	Разделы III, IV, V.	Обновление содержания, ФОС, списка литературы	09.06.2015 г, протокол № 7
3	Разделы I, II, VI	Доработка рабочей программы дисциплины в соответствии с методическими рекомендациями макета ООП и учебным планом: обновление содержания дисциплины, структурированного по разделам; добавление разбивки баллов по модулям	20.04.2023 г, протокол № 7