

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 09.07.2025 12:50:51
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП

С.М. Дудаков
«31» июля 2024 г.

ФАКУЛЬТЕТ
ИНЖЕНЕРНОГО
И КИБЕРНЕТИКИ
УНИВЕРСИТЕТ

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
«Математические методы прочностных расчетов»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль)
**Инженерное компьютерное проектирование и индустриальная
математика**

Для студентов 4-го курса очной формы обучения

Составитель: Зингерман К.М., д.ф.-м.н., профессор

Тверь, 2025

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины «Математические методы прочностных расчетов» - научить студентов математическим методам решения задач инженерного прочностного анализа и сформировать у студентов навыки разработки алгоритмов и программного обеспечения для выполнения прочностных расчетов на ЭВМ.

Задачами освоения дисциплины являются:

- приобретение студентами знаний о методах решения задач инженерного прочностного анализа.
- приобретение студентами навыков разработки алгоритмов и программного обеспечения для выполнения прочностных расчетов на ЭВМ.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина является элективной и относится к части блока «Дисциплины профиля подготовки», формируемой участниками образовательных отношений. Предварительные знания: базовые знания, полученные в результате изучения курсов математического анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, физики, численных методов, численных методов решения задач математической физики, математических моделей теории упругости, математических методов теории упругости, навыки разработки программ. Освоение данной дисциплины необходимо для выполнения выпускных квалификационных работ по профилю «Инженерное компьютерное проектирование и индустриальная математика».

3. Объем дисциплины: 5 зачетных единиц, 180 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 30 часов, практические работы 20 часов; *в том числе практическая подготовка 0 часов.*

контактная внеаудиторная работа 0 ч.;

самостоятельная работа: 130 часов, в том числе контроль 27 часа.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-3 Способен разрабатывать и анализировать новые математические модели в областях естественных, технических и экономических наук с учетом возможностей современных информационных технологий и вычислительной техники.	ПК-3.1 Знает методы математического моделирования. ПК-3.2 Разрабатывает и анализирует математические модели в области естественных, технических или экономических наук.
ПК-4 Способен использовать, совершенствовать и разрабатывать программное обеспечение для задач инженерного проектирования, выполнения аналитических преобразований и расчётов.	ПК-4.1 Разрабатывает алгоритмы решения задач на базе математических моделей. ПК-4.2 Разрабатывает программное обеспечение для реализации алгоритмов решения задач на базе математических моделей.

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения экзамен (8 семестр).

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостояте льная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		Контроль самостоятель ной работы (в том числе РГР)	
			Всего	В т.ч.пр актич еская подго товка		
1. Общие сведения о методе конечных элементов и его реализации на основе метода Бубнова- Галеркина.	41	6	0	0	0	35
2. Решение двумерных стационарных задач теплопроводности методом конечных элементов.	46	8	6	0	0	32
3. Решение плоских статических задач теории упругости методом конечных элементов.	48	8	8	0	0	32
4. Математические модели и методы анализа распространения упругих волн.	45	8	6	0	0	31
ИТОГО	180	30	20	0	0	130

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем <i>(в строгом соответствии с разделом II РПД)</i>	Вид занятия	Образовательные технологии
---	-------------	----------------------------

1. Общие сведения о методе конечных элементов и его реализации на основе метода Бубнова-Галеркина.	Лекции	1. Изложение теоретического материала
2. Решение двумерных стационарных задач теплопроводности методом конечных элементов.	Лекции, практические работы	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для решения задач на ЭВМ
3. Решение плоских статических задач теории упругости методом конечных элементов.	Лекции, практические работы	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для решения задач на ЭВМ
4. Математические модели и методы анализа распространения упругих волн.	Лекции, практические работы	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и самостоятельной работы студентов, включающей разработку программ для ЭВМ. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: изложение теоретического материала, решение задач, разработка программ для решения задач на ЭВМ. Дисциплина предусматривает выполнение индивидуального задания.

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

ПК-3 Способен разрабатывать и анализировать новые математические модели в областях естественных, технических и экономических наук с учетом возможностей современных информационных технологий и вычислительной техники.

ПК-3.1 Знает методы математического моделирования.

Записать в векторно-тензорной форме конечно-элементную аппроксимацию уравнения равновесия на основе метода Бубнова-Галеркина.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Конечно-элементная аппроксимация уравнения записана правильно – 3 балла.

Конечно-элементная аппроксимация уравнения записана с незначительными погрешностями – 2 балла.

Конечно-элементная аппроксимация уравнения записана с существенными неточностями – 1 балл.

Конечно-элементная аппроксимация уравнения не записана – 0 баллов

ПК-3.2 Разрабатывает и анализирует математические модели в области естественных, технических или экономических наук.

Записать в векторно-тензорной форме граничные условия задачи о равновесии балки в форме прямоугольного параллелепипеда, ось которой расположена в горизонтальной плоскости, одна из боковых граней жестко закреплена, к верхнему основанию приложена равномерная нагрузка, направленная вертикально вниз, а остальные грани свободны от нагрузок.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Граничные условия записаны правильно – 3 балла.

Граничные условия записаны с незначительными погрешностями – 2 балла.

Граничные условия записаны с существенными неточностями – 1 балл.

Граничные условия не записаны – 0 баллов

ПК-4 Способен использовать, совершенствовать и разрабатывать программное обеспечение для задач инженерного проектирования, выполнения аналитических преобразований и расчётов.

ПК-4.1 Разрабатывает алгоритмы решения задач на базе математических моделей.

Разработать алгоритм решения краевой задачи для двумерного стационарного уравнения теплопроводности на основе соответствующей математической модели при заданном разделении области на конечные элементы.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Алгоритм разработан правильно и полно – 6 баллов.

Алгоритм разработан с незначительными погрешностями – 4 балла.

Алгоритм разработан с существенными неточностями – 2 балла.

Алгоритм не разработан – 0 баллов

ПК-4.2 Разрабатывает программное обеспечение для реализации алгоритмов решения задач на базе математических моделей.

Разработать программу в среде Octave для решения плоской задачи теории упругости в прямоугольной области на основе соответствующей математической модели при заданном разделении области на конечные элементы.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Программа разработана правильно и полно – 6 баллов.

Программа разработана с незначительными погрешностями – 4 балла.

Программа разработана с существенными неточностями – 2 балла.

Программа не разработана – 0 баллов

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература:

1. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. М.: Физматлит, 2004. – 400 с.
2. Левин В.А., Вершинин А.В. Нелинейная вычислительная механика прочности. В 5 т. Том 2. Численные методы. Параллельные вычисления на ЭВМ. – М. Физматлит, 2015. – 544 с.
3. Учайкин, В. В. Механика. Основы механики сплошных сред : учебник / В. В. Учайкин. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 860 с. — ISBN 978-5-8114-2235-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/209819> (дата обращения: 19.10.2023).

б) Дополнительная литература:

1. Левин В.А., Зингерман К.М. Нелинейная вычислительная механика прочности. В 5 т. Т. III. Точные и приближенные аналитические решения при конечных деформациях и их наложении. М.: Физматлит, 2016. – 400 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. VII. Теория упругости. — 5-е изд., стереот. — М.: ФИЗМАТ ЛИТ, 2003.-264 с .-ISBN N 5-9221-0122-6 (Т. VII).

2) Программное обеспечение

Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики

№ 249

(170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)

Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
FidesysBundle 1.4.43 x64	Акт приема передачи по договору №02/12-13 от 16.12.2013
Google Chrome	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
MiKTeX 2.9	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64 bit)	бесплатно
R for Windows 3.3.2	бесплатно
STATGRAPHICS Centurion XVI.II	Акт приема-передачи № Tr024185 от 08.07.2010
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com;
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- Сайт поддержки учебного процесса по дисциплине: <http://prog.tversu.ru>
- Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)
- Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)
- Сайт ТвГУ (<http://university.tversu.ru>)
 1. Электронно-библиотечная система IPRbooks:
<http://www.iprbookshop.ru>
 2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» <http://biblioclub.ru>
 3. Научная библиотека ТвГУ <http://library.tversu.ru>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов - 1-й модуль и 50 баллов - 2-й модуль).

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

Темы индивидуальных заданий

Вариант 1

Методом конечных элементов решить задачу о стационарном распределении температуры в двумерной области $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$. Постановка задачи включает двумерное уравнение Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ и граничные условия

$$u(0, y) = \frac{1}{1 + y^2}, \quad u(x, 2) = \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 5}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=2} = \frac{y^2 - 9}{(y^2 + 9)^2}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0.$$

Выполнить сравнение с точным решением $u(x, y) = \frac{x + 1}{(x + 1)^2 + y^2}$.

Вариант 2

Методом конечных элементов решить задачу о стационарном распределении температуры в двумерной области $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$. Постановка задачи включает двумерное уравнение Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ и граничные условия

$$u(2, y) = \frac{3}{9 + y^2}, \quad u(x, 2) = \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 5}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{y^2 - 1}{(y^2 + 1)^2}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0.$$

Выполнить сравнение с точным решением $u(x, y) = \frac{x + 1}{(x + 1)^2 + y^2}$.

Вариант 3

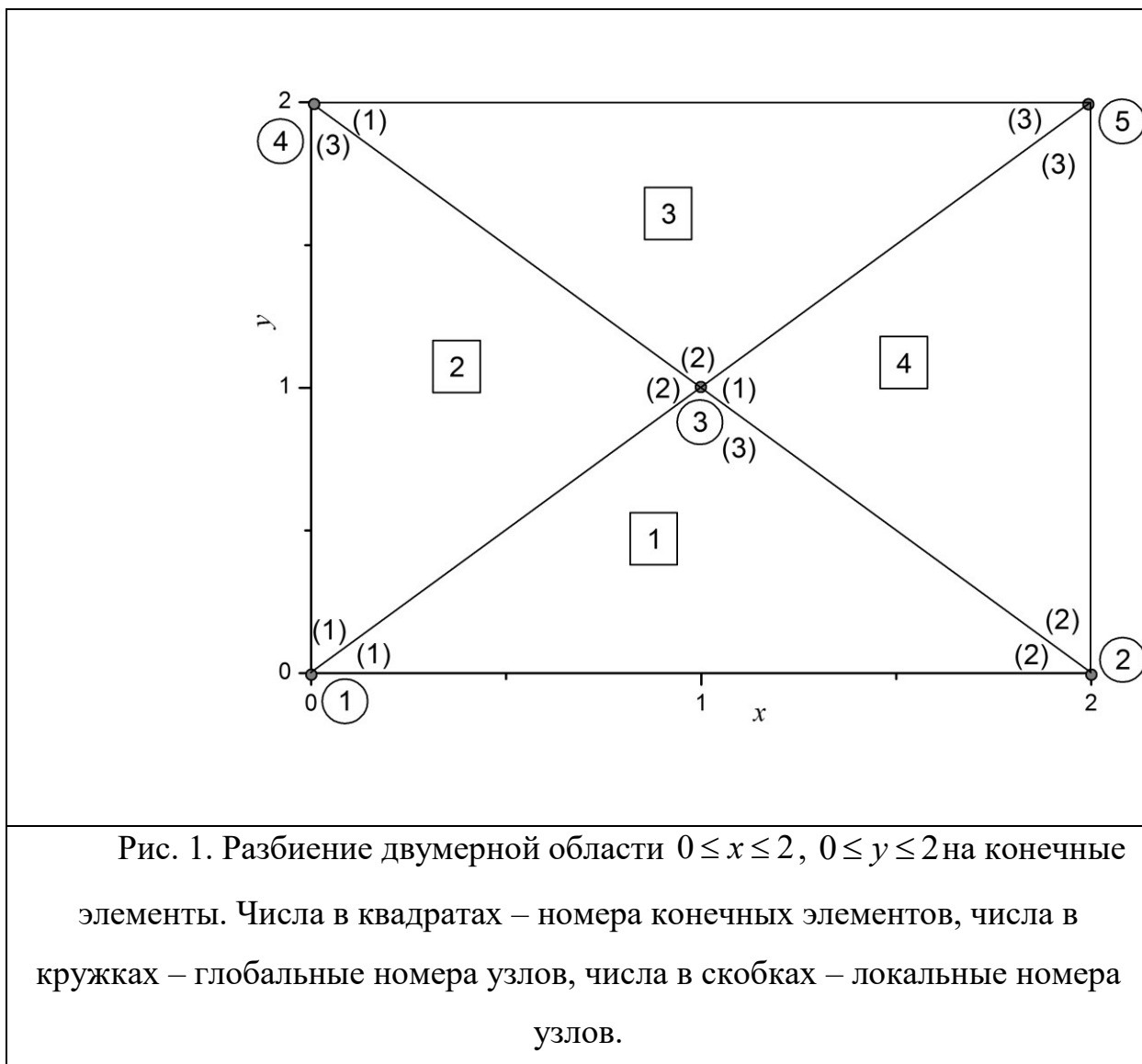
Методом конечных элементов решить задачу о стационарном распределении температуры в двумерной области $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$. Постановка задачи включает двумерное уравнение Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ и граничные условия

$$u(2, y) = \frac{3}{9 + y^2}, \quad u(x, 0) = \frac{1}{x + 1}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{y^2 - 1}{(y^2 + 1)^2}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=2} = -\frac{4(x + 1)}{(x^2 + 2x + 5)^2}.$$

Выполнить сравнение с точным решением $u(x, y) = \frac{x + 1}{(x + 1)^2 + y^2}$.

Указание.

Для всех вариантов заданий использовать разбиение расчетной области на конечные элементы, показанное на рис. 1.



Задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Задача 1.

Методом конечных элементов решить задачу о плоской деформации тела квадратной формы в области $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$ (рис.1), левая сторона которого жестко закреплена, к верхней стороне приложено давление 0.1 ГПа, а две другие стороны свободны от нагрузок. При решении использовать разбиение области на элементы, показанное на рис. 1. Параметры материала (константы Ламе): $\lambda=200$ ГПа, $\mu=100$ ГПа.

Задачи для самостоятельной работы.

Разработать программное обеспечение для решения задачи 1 на ЭВМ в среде системы Octave.

Расчет рейтинга

Расчет баллов за семестр в целом

1. Посещение занятий – 20 баллов (по баллу за занятие);
2. Решение задач у доски – 14 баллов (по 2 балла за выход к доске);
3. Решение задач в компьютерном классе – 14 баллов
4. Самостоятельная работа (индивидуальное задание)– 12 баллов.

Распределение баллов по модулям

Модуль 1.

1. Посещение занятий – 12 баллов;
2. Решение задач у доски – 8 баллов;
3. Решение задач в компьютерном классе – 8 баллов.

Всего 28 баллов.

Модуль 2.

1. Посещение занятий – 8 баллов;
2. Решение задач у доски – 6 баллов;
3. Решение задач в компьютерном классе – 6 баллов.
4. Самостоятельная работа (индивидуальное задание)– 12 баллов.

Всего 32 балла.

Список вопросов к экзамену

1. Вывод расчетных формул метода конечных элементов для двумерного уравнения Пуассона.
2. Алгоритм метода конечных элементов для двумерного уравнения Пуассона.
3. Вывод расчетных формул метода конечных элементов для решения задач теории упругости.
4. Алгоритм метода конечных элементов для решения задач теории упругости.
5. Оператор градиента и представление кинематических соотношений линейной теории упругости в цилиндрической системе координат.
6. Запись уравнений движения сплошной среды в цилиндрической системе координат.
7. Задача Ламе для изотропных линейно-упругих цилиндрических тел.
8. Звуковые волны, их распространение в идеальной сжимаемой жидкости.
9. Распространение звуковых волн в изотропном линейно-упругом твердом теле.

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы.

Учебная аудитория № 310 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, меловая доска.
Учебная аудитория № 304 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, комплект аудиотехники (радиосистема, стационарный микрофон с настольным держателем, усилитель, микшер, акустическая система), проектор, ноутбук.

Для самостоятельной работы.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс №2 факультета ПМиК	Набор учебной мебели, компьютер, проектор.
---	--

№ 249 170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35	
---	--

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.			
2.			