

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сердитова Наталья Евгеньевна
Должность: проректор по образовательной деятельности
Дата подписания: 25.08.2025 16:35:17
Уникальный программный ключ:
6cb002877b2a1ea640fdebb0cc541e4e05322d13

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:

Руководитель ООП

Е.В. Барабанова



«26» июня 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Закреплена за кафедрой:	Физики конденсированного состояния
Направление подготовки:	03.03.03 Радиофизика
Направленность (профиль):	Материалы и устройства радиоэлектроники (беспилотные системы, программно-аппаратные комплексы, системы автоматизированного проектирования)
Квалификация:	Бакалавр
Форма обучения:	очная
Семестр:	2

Программу составил(и):

*д-р физ.-мат. наук, проф., Пастушенков Юрий Григорьевич;
ассистент Синкевич Артем Игоревич*

Тверь, 2025

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины (модуля):

Целью дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование понимания роли вероятностных процессов в жизни и деятельности человека, освоение ее основных понятий и идей, развитие способности использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Задачи:

Задачами освоения дисциплины является:

- изучение основ теории вероятностей и математической статистики;
- овладение навыками использования теории вероятностей и методов математической статистики для решения научных и практических задач.
- развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О

Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Основы алгоритмизации и программирования

Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Молекулярная физика

Программирование

Физический практикум по молекулярной физике

Численные методы и математическое моделирование

Обработка и анализ данных физического эксперимента

Методы математической физики

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе:	
аудиторные занятия	72
самостоятельная работа	45
часов на контроль	27

4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1.1: Обладает базовыми знаниями в области физики и радиофизики

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля в семестрах:

6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занят.	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Источники	Примечание
	Раздел 1. 1. Случайные события					
1.1	Операции над событиями и отношения между ними. Алгебра событий. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли: формула Пуассона, интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.	Лек	2	12	Л1.2Л2.1	
1.2	Решение задач по теме "Случайные события"	Пр	2	12	Л1.3Л2.2 Л2.3	
1.3	Самостоятельное решение задач по теме "Случайные события"	Ср	2	13	Л1.2 Л1.3Л2.2 Л2.3	
	Раздел 2. 2. Случайные величины					

2.1	Закон распределения случайной величины. Дискретная и непрерывная случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Основные законы распределения дискретных случайных величин. Основные законы распределения непрерывной случайной величины. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигм». Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана. Характеристики формы распределения случайных величин: асимметрия, эксцесс. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.	Лек	2	12	Л1.2Л2.7 Л2.8	
2.2	Решение задач по теме "Случайные величины"	Пр	2	12	Л1.3Л2.8	
2.3	Самостоятельное решение задач по теме "Случайные величины"	Ср	2	14	Л1.1 Л1.3Л2.5 Л2.6	
	Раздел 3. 3. Математическая статистика					

3.1	Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Основные характеристики выборки: среднее арифметическое наблюдаемых значений выборки, статистическая дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Основные законы распределения, используемые в математической статистике. Статистическое оценивание параметров распределения. Точечные оценки. Классификация точечных оценок. Оценка математического ожидания и дисперсии случайной величины. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины. Доверительные интервалы для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез.	Лек	2	12	Л1.1 Л1.2Л2.4	
3.2	Решение задач по теме "Математическая статистика"	Пр	2	12	Л1.3Л2.5	
3.3	Самостоятельное решение задач по теме "Математическая статистика"	Ср	2	18	Л1.1 Л1.3Л2.5	
	Раздел 4. 4. Контроль					
4.1	Подготовка к экзамену	Экзамен	2	27		

Список образовательных технологий

1	Активное слушание
2	Технологии развития критического мышления
3	Информационные (цифровые) технологии

8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

См. Приложение 1

8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

См. Приложение 1

8.3. Требования к рейтинг-контролю

Форма проведения промежуточной аттестации – экзамен. Студенты, освоившие программу курса могут получить экзаменационную оценку по итогам текущей аттестации согласно Положению о рейтинговой системе обучения и оценки качества учебной работы студентов ТвГУ.

Максимальная сумма баллов, которые можно получить за семестр – 100.

- текущая аттестация – 40 баллов (две контрольных работы по 20 баллов);
- 10 баллов за работу на практических занятиях в семестре;
- 10 баллов за самостоятельное решение задач.
- 40 баллов – ответ на экзамене.

Все баллы, полученные в течение семестра, суммируются.

В текущей аттестации используются тестовые вопросы и задания для проверки знаний теоретических понятий, формул, методов и умения применять их при решении конкретных задач (20 тестовых вопросов и заданий). На итоговой аттестации – 2 вопроса по теории и задача.

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

9.1. Рекомендуемая литература

9.1.1. Основная литература

Шифр	Литература
Л1.1	Малугин, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-05470-5, URL: https://urait.ru/bcode/540056
Л1.2	Гмурман, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-00211-9, URL: https://urait.ru/bcode/535417
Л1.3	Гмурман, Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-08389-7, URL: https://urait.ru/bcode/535416

9.1.2. Дополнительная литература

Шифр	Литература
Л2.1	Попов, Сотников, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-18264-4, URL: https://urait.ru/bcode/534639
Л2.2	Кацман, Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями, Москва: Юрайт, 2022, ISBN: 978-5-534-10082-2, URL: https://urait.ru/bcode/490304
Л2.3	Ивашев-Мусатов, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-01359-7, URL: https://urait.ru/bcode/536550

Л2.4	Трофимов, Математическая статистика, Москва: Юрайт, 2022, ISBN: 978-5-534-08874-8, URL: https://urait.ru/bcode/494524
Л2.5	Далингер, Симонженков, Галюкшов, Теория вероятностей и математическая статистика с применением Mathcad, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-10080-8, URL: https://urait.ru/bcode/537761
Л2.6	Палий, Теория вероятностей. Задачник, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-04641-0, URL: https://urait.ru/bcode/539559
Л2.7	Фарафонов В. Г., Случайные величины и случайные события, Санкт-Петербург: ГУАП, 2020, ISBN: 978-5-8088-1462-2, URL: https://e.lanbook.com/book/216521
Л2.8	Митина Т. В., Многомерные случайные величины. Корреляционный анализ, Дубна: Государственный университет «Дубна», 2021, ISBN: 978-5-89847-646-5, URL: https://e.lanbook.com/book/196978

9.3.1 Перечень программного обеспечения

1	Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows
2	Adobe Acrobat Reader
3	Google Chrome
4	ABBYY Lingvo x5
5	OpenOffice
6	Origin 8.1 Sr2
7	Многофункциональный редактор ONLYOFFICE

9.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	ЭБС «ЮРАИТ»
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
3	ЭБС IPRbooks
4	ЭБС «Лань»
5	ЭБС BOOK.ru

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудит-я	Оборудование
3-227	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-218	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-4а	компьютеры, проектор, экран, переносной ноутбук, сумка для ноутбука, коммутатор, видеокамеры

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Вопросы для самостоятельной работы и подготовки к аттестации

1. События. Операции над событиями. Алгебра событий. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Свойства вероятности.

2. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.

3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Повторные независимые испытания. Схема (формула) Бернулли.
5. Теорема (формула) Пуассона.
6. Интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа.
7. Случайные величины. Закон распределения случайной величины. Дискретная и непрерывная случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
8. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
9. Основные законы распределения дискретных случайных величин: равномерное распределение, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона, биномиальное распределение.
10. Основные законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное распределение, показательное (экспоненциальное) распределение, нормальное распределение (распределение Гаусса).
11. Формула для определения вероятности попадания случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигм».
12. Многомерные случайные величины. Условные распределения для системы дискретных случайных величин. Плотность распределения и условные распределения составляющих непрерывных случайных величин.
13. Математическое ожидание и его свойства.
14. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
15. Начальные и центральные моменты случайных величин.
16. Характеристики формы распределения случайных величин: асимметрия, эксцесс.
17. Ковариация как характеристика меры связи случайных величин. Свойства ковариации.
18. Коэффициент корреляции. Теоремы о свойствах коэффициента корреляции.
19. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Характеристическая функция.
20. Случайные процессы. Конечные однородные цепи Маркова. Матрица перехода.
21. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма.
22. Эмпирическая функция распределения.
23. Основные характеристики выборки: среднее арифметическое наблюдаемых значений выборки (выборочная средняя), статистическая дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
24. Основные законы распределения, используемые в математической статистике: распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера.
25. Статистическое оценивание параметров распределения. Точечные оценки. Классификация точечных оценок. Оценка математического ожидания и дисперсии случайной величины. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
26. Методы получения оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.
27. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины при различных условиях.
28. Доверительные интервалы для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.
29. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Сравнение двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей.
30. Проверка статистических гипотез. Сравнение выборочной средней с гипотетической средней нормально распределенной генеральной совокупности.

Приложение

Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Задание:

- Образуют ли полную группу следующие события. Опыт — бросание монеты; события: A_1 — появление герба; A_2 — появление цифры.
- Образуют ли полную группу следующие события: Опыт — два выстрела по мишени; события: A_0 — ни одного попадания; A_1 — одно попадание; A_2 — два попадания.
- Являются ли несовместными следующие события: Опыт — бросание двух монет; события: B_1 — появление герба на первой монете; B_2 — появление цифры на второй монете.
- Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — бросание симметричной монеты; события: A_1 — появление герба; A_2 — появление цифры.
- Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — выстрел по мишени; события: C_1 — попадание; C_2 — промах.
- Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — бросание игральной кости; события: F_1 — появление не менее трех очков; F_2 — появление не более четырех очков?
- Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?
- Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
- Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?
- В коробке шесть одинаковых, пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.
- Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 3?
- Сколько можно приготовить стаканчиков с двумя различными шариками мороженого, если всего доступно 5 сортов мороженого?
- Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется случайно названное двузначное число.
- Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность P того, что оба раза появится одинаковое число очков.
- Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
- В урне a белых и b черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.

- В урне a белых и b черных шаров. Из урны вынули один шар и, не глядя, отложили в сторону. После этого из урны взяли еще один шар. Он оказался белым. Найти вероятность того, что первый шар, отложенный в сторону, — тоже белый.
- Производится три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и, третьем выстрелах равны соответственно $p_1 = 0,5$; $p_2 = 0,6$; $p_3 = 0,7$. Найти вероятность того, что в результате этих трех выстрелов в мишени будет ровно одна пробоина.
- Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет.
- Круговая мишень состоит из трех зон: I, II и III. Вероятность попадания в первую зону при одном выстреле 0,1, во вторую 0,2, в третью 0,3. Найти вероятность промаха.

Форма аттестации: решение задач и ответы на вопросы по темам курса

Способ аттестации: устный или письменный

Критерии оценки:

- ход решения задачи правильный, математических ошибок при решении не допущено, ответы на дополнительные вопросы полные. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты – 1 балл за задачу или вопрос;
- ход решения задачи правильный, при решении допущены ошибки в расчетах, ответы на дополнительные вопросы недостаточно полные. Ключевые понятия и термины полностью не раскрыты – 0,5 балла за задачу или вопрос;
- допущены ошибки в ходе решения задачи, приведшие к неверному результату, терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов.

Задание:

- Задано распределение частот выборки объема $n = 25$:

– x_i	– 2	– 6	– 12	– 7
– n_i	– 3	– 10	– 7	– 5

Написать распределение относительных частот.

- Задано распределение частот выборки объема $n = 50$:

– x_i	– 3	– 5	– 21	– 13
– n_i	– 6	– 20	– 14	– 10

Написать распределение относительных частот.

- Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

– x_i	– 5	– 10	– 15
– n_i	– 10	– 20	– 20

- Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

– x_i	– 3	– 5	– 11
– n_i	– 12	– 18	– 20

- Построить полигон относительных частот распределения

– x_i	– 1	– 3	– 5	– 7	– 9
– n_i	– 10	– 15	– 30	– 33	– 12

- Построить гистограмму относительных частот распределения (в первом столбце указан частичный интервал, во втором — сумма частот вариантов частичного интервала).

– Частичный интервал	– Сумма частот
– 2 – 5	– 9
– 5 – 8	– 10
– 8 – 11	– 25
– 11 – 14	– 6

- Выборочная совокупность задана таблицей распределения:

– x_i	– 1	– 2	– 3	– 4
– N_i	– 20	– 15	– 10	– 5

Найти выборочную дисперсию.

- Генеральная совокупность задана таблицей распределения:

– x_i	– 2	– 4	– 5	– 6
– N_i	– 8	– 9	– 10	– 3

Найти генеральную дисперсию.

- Найти групповые дисперсии совокупности, состоящей из двух групп.

– Группа	– первая			– Вторая		
– Значение признака	– 2	– 4	– 5	– 3	– 8	– 1
– Частота	– 1	– 7	– 2	– 2	– 3	– 5
– Объем	– $N_1 = 1+7+2=10$			– $N_2 = 2+3+5=10$		

Найти межгрупповую дисперсию по данным задачи 2.9.

- Найти внутригрупповую дисперсию совокупности, состоящей из двух групп, по данным задачи 2.9.
- Случайная величина X имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 3$. Найти доверительные

интервалы для оценки неизвестного математического ожидания μ по выборочным средним $\bar{x}$, если объем выборки $n = 36$, заданная надежность оценки $\gamma = 0,95$, а $\bar{x} = 5$.

- Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n=16$ найдены выборочная средняя $\bar{x}=20,2$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 0,8$. Оценить неизвестное математическое ожидание при помощи доверительного интервала с надежностью $0,95$.
- По данным девяти независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений $\bar{x} = 42,319$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 5,0$. Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,95$.
- По данным 16 независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений $\bar{x} = 35,45$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 4,0$. Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,95$.
- Проведено 8 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 22, 23, 25, 27, 29, 30, 28, 26.
- Определить несмещенную оценку математического ожидания.
- В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 13, 15, 17. Определить несмещенную оценку дисперсии.

- Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$:

– x_i	– 12	– 15	– 16	– 20
– n_i	– 10	– 20	– 15	– 5

Определить несмещенную оценку математического ожидания

- В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 82, 84, 93, 95, 96. Найти: а) выборочную среднюю длину стержня; б) выборочную и исправленную дисперсию ошибок прибора.

Форма аттестации: решение задач и ответы на вопросы по темам курса

Способ аттестации: устный или письменный

Критерии оценки:

- ход решения задачи правильный, математических ошибок при решении не допущено, ответы на дополнительные вопросы полные. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты – 1 балл за задачу или вопрос;
- ход решения задачи правильный, при решении допущены ошибки в расчетах, ответы на дополнительные вопросы недостаточно полные. Ключевые понятия и термины полностью не раскрыты – 0,5 балла за задачу или вопрос;
- допущены ошибки в ходе решения задачи, приведшие к неверному результату, терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов.