

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 30.09.2024 12:45:08  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## АКТУАРНАЯ МАТЕМАТИКА

01.04.02. Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Системный анализ

Для студентов I курса

Очная форма

Составители: к.ф.-м.н., доцент Сидорова О.И.

Тверь, 2023

## I. Аннотация

### 1. Цель и задачи дисциплины

Цели изучения дисциплины: ознакомление студентов с основными математическими моделями, используемыми в теории страхования, освоение ими базовых методов актуарных расчетов, развитие навыков построения актуарных моделей и формализации прикладных задач, встречающихся в практике страховых компаний.

Задачи изучения данной дисциплины: изложение основ математической теории страхования в терминах теории вероятностей; рассмотрение методик расчёта параметров схем страхования: рискованной премии, рискованной надбавки, брутто-премии, величин страховых резервов; рассмотрение методов и инструментов управления рисками: франшиза, перестрахование; рассмотрение методов оптимизации схем страхования; развитие практических навыков решения актуарных задач, включая навыки работы с таблицами смертности и коммутативными функциями.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к Блоку 1, части, формируемой участниками образовательных отношений, раздела «Профессиональный».

Для успешного усвоения курса обязательно требуются знания математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики. Знание основ экономической теории и финансового анализа желательно.

**3. Объем дисциплины:** 3 зачетных единиц, 108 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 32 часов, практические занятия 16 часов, в т.ч. практическая подготовка 16, лабораторные занятия 0 часов

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы 0, в том числе курсовая работа 0;

**самостоятельная работа:** 60 часов, в том числе контроль 0.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

|  |  |
|--|--|
| <b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b> | <b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b> |
|--|--|

|   |   |
|---|---|
| <p>ПК-1 Способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты в области профессиональной деятельности</p> | <p>ПК-1.1 Проводит анализ состояния разработок по теме исследуемой задачи и выделяет актуальные проблемы</p> <p>ПК-1.2 Осуществляет формальную постановку исследуемой задачи</p> <p>ПК-1.3 Обосновывает выбор, совершенствует или разрабатывает новый метод решения задачи</p> <p>ПК-1.4 Проводит аттестацию результатов научных исследований</p> |
| <p>ПК-2 Способен представить и провести защиту результатов научных исследований</p>   | <p>ПК-2.1 Составляет обзор состояния разработок по методам решения исследуемой задачи</p> <p>ПК-2.2 Разрабатывает развернутый аналитический отчет по результатам научных исследований</p> <p>ПК-2.3 Обобщает результаты исследований и представляет их в форме научного доклада и научной статьи</p>  |

**5. Форма промежуточной аттестации – зачет 2 семестр.**

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

| Учебная программа – наименование разделов и тем | Всего (час.) | Контактная работа (час.) |                      | Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.) |
|---|--------------|--------------------------|----------------------|---|
|   |              | Лекции                   | Практические занятия |   |
|   |              |                          | всего                |   |
|   |              |                          |                      |   |

|   |    |   |   |   |    |
|---|----|---|---|---|----|
| <b>Экономические основы страхования.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Причины, смысл и необходимость страхования.</li> <li>• Страхование как механизм перераспределения риска.</li> <li>• События, подлежащие страхованию.</li> </ul>   | 6  | 2 | 0 | 0 | 4  |
| <b>Страхование и теория полезности.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Функция полезности, свойства, аналитические модели, эмпирическая оценка.</li> <li>• Выполнимый страховой полис.</li> <li>• Применение принципа средней полезности к актуарным расчетам</li> <li>• Применение принципа среднего значения к актуарным расчетам</li> </ul>              | 10 | 4 | 2 | 2 | 4  |
| <b>Модель индивидуального риска для краткосрочного периода.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Классификация моделей страхования</li> <li>• Модели распределений для величины индивидуального иска.</li> <li>• Модель суммарного иска.</li> </ul>   | 10 | 4 | 2 | 2 | 4  |
| <b>Перестрахование.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Смысл, основные понятия, параметры, модели.</li> <li>• Пропорциональное перестрахование.</li> <li>• Пороговое перестрахование.</li> </ul>  | 8  | 2 | 2 | 2 | 4  |
| <b>Финансовые ренты</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основные вопросы теории процентов: простые, сложные, непрерывные проценты.</li> <li>• Аннуитеты: определение, виды, параметры.</li> </ul>  | 8  | 2 | 2 | 2 | 4  |
| <b>Вероятностные характеристики продолжительности жизни.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Полное и остаточное время жизни.</li> <li>• Функция дожития, интенсивность смертности, условные вероятности дожития.</li> <li>• Таблицы продолжительности жизни.</li> <li>• Аналитические модели для распределения продолжительности жизни. Примеры.</li> </ul> | 16 | 4 | 2 | 2 | 10 |

|   |     |    |    |    |    |
|---|-----|----|----|----|----|
| <b>Модели страхования жизни.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Страховые выплаты в момент смерти: страхование с пороговыми выплатами, страхование с обеспеченными выплатами, отсроченное страхование и др.</li> <li>• Страхование с выплатой в конце года смерти.</li> <li>• Связи между различными видами страхования.</li> <li>• Методы расчета. Примеры.</li> </ul> | 16  | 6  | 2  | 2  | 8  |
| <b>Модель коллективного риска.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Примеры распределений для описания величины индивидуального иска и числа исков.</li> <li>• Изучение свойств некоторых стандартных моделей.</li> <li>• Аппроксимации.</li> </ul>   | 16  | 4  | 2  | 2  | 10 |
| <b>Динамическая модель коллективного риска.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основные понятия: остаточный процент, момент и вероятность разорения.</li> <li>• Процесс числа исков: способы описания, примеры, свойства.</li> <li>• Коэффициент приспособленности. Примеры.</li> <li>• Оценка вероятности разорения.</li> </ul>  | 18  | 4  | 2  | 2  | 12 |
| <b>ИТОГО</b>  | 108 | 32 | 16 | 16 | 60 |

### III. Образовательные технологии

| Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД) | Вид занятия          | Образовательные технологии  |
|--|----------------------|---|
| Экономические основы страхования.  | Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |
| Страхование и теория полезности.   | Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Самостоятельное изучение теоретического материала                     |

|  |                              |   |
|--|------------------------------|---|
| Модель индивидуального риска для краткосрочного периода. | Лекции, Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |
| Перестрахование.   | Лекции, Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |
| Финансовые ренты.  | Лекции, Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |
| Вероятностные характеристики продолжительности жизни.    | Лекции, Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |
| Модели страхования жизни.                                | Лекции, Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |
| Модель коллективного риска.                              | Лекции, Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |
| Динамическая модель коллективного риска.                 | Лекции, Практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Самостоятельное изучение теоретического материала |

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов, включая выполнение индивидуальных заданий и расчетной работы по темам курса.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

Для проведения текущей и промежуточной аттестации:

## **ПК-1 Способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты в области профессиональной деятельности**

ПК-1.1 Проводит анализ состояния разработок по теме исследуемой задачи и выделяет актуальные проблемы

Форма аттестации: ответ по темам курса (зачет)

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *ответ целостный, верный, теоретически обоснованный. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты. Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 30 баллов;*
- *теоретическая аргументация неполная или смысл ключевых понятий не объяснен – 20 баллов;*
- *допущены ошибки, приведшие к искажению смысла. терминологический аппарат раскрыт – 10 баллов;*
- *допущены ошибки, свидетельствующие о непонимании темы. Терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов;*
- *верно решены задачи, иллюстрирующая знание курса – 10 баллов;*
- *при решении задач, допущены арифметические ошибки – 5 баллов;*
- *при решении задач, допущены логические ошибки – 3 балла;*
- *решение задач неверно или отсутствует – 0 баллов.*

ПК-1.2 Осуществляет формальную постановку исследуемой задачи

Форма аттестации: ответ по темам курса (зачет)

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *ответ целостный, верный, теоретически обоснованный. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты. Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 30 баллов;*
- *теоретическая аргументация неполная или смысл ключевых понятий не объяснен – 20 баллов;*
- *допущены ошибки, приведшие к искажению смысла. терминологический аппарат раскрыт – 10 баллов;*
- *допущены ошибки, свидетельствующие о непонимании темы. Терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов;*
- *верно решены задачи, иллюстрирующая знание курса – 10 баллов;*
- *при решении задач, допущены арифметические ошибки – 5 баллов;*
- *при решении задач, допущены логические ошибки – 3 балла;*
- *решение задач неверно или отсутствует – 0 баллов.*

ПК-1.3 Обосновывает выбор, совершенствует или разрабатывает новый метод решения задачи

Форма аттестации: решение теоретических задач по темам курса:

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *доказательство полно и верно – 3 балла;*
- *доказательство, но в полной мере не обоснованное – 2 балла;*
- *в доказательстве допущена логическая ошибка – 1 балл;*
- *доказательство отсутствует или неверно – 0 баллов.*

**ПК-1.4 Проводит аттестацию результатов научных исследований**

Форма аттестации: решение практических задач по темам курса:

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *решение полно и верно – 3 балла;*
- *решение верное, но недостаточно обоснованное или допущена арифметическая ошибка – 2 балла;*
- *в решении допущена логическая ошибка – 1 балл;*
- *решение отсутствует или неверно – 0 баллов.*

**ПК-2 Способен представить и провести защиту результатов научных исследований**

**ПК-2.1 Составляет обзор состояния разработок по методам решения исследуемой задачи**

Форма аттестации: выполнение расчетной работы (теоретическая часть)

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- *ответ целостный, верный, теоретически обоснованный. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты. Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 30 баллов;*
- *теоретическая аргументация неполная или смысл ключевых понятий не объяснен – 20 баллов;*
- *допущены ошибки, приведшие к искажению смысла. терминологический аппарат раскрыт – 10 баллов;*
- *допущены ошибки, свидетельствующие о непонимании темы. Терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов;*
- *верно решены задачи, иллюстрирующая знание курса – 10 баллов;*
- *при решении задач, допущены арифметические ошибки – 5 баллов;*
- *при решении задач, допущены логические ошибки – 3 балла;*
- *решение задач неверно или отсутствует – 0 баллов.*

**ПК-2.2 Разрабатывает развернутый аналитический отчет по результатам научных исследований**



Форма аттестации: выполнение расчетной работы (практическая часть: решение задач)

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы и правильно аргументированы – 50 баллов;*
- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы, но в ответе присутствуют ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании некоторых разделов курса – 30-49 баллов;*
- *расчеты верны, но аргументация неполна или частично неверна – 10-29 баллов;*
- *верно решена только часть заданий, аргументация отсутствует – 1-9 баллов;*
- *решения не верны или отсутствуют – 0 баллов.*

ПК-2.3 Обобщает результаты исследований и представляет их в форме научного доклада и научной статьи

Форма аттестации: выполнение расчетной работы (практическая часть: решение задач)

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы и правильно аргументированы – 50 баллов;*
- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы, но в ответе присутствуют ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании некоторых разделов курса – 30-49 баллов;*
- *расчеты верны, но аргументация неполна или частично неверна – 10-29 баллов;*
- *верно решена только часть заданий, аргументация отсутствует – 1-9 баллов;*
- *решения не верны или отсутствуют – 0 баллов.*

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **1) Рекомендуемая литература**

#### **а) основная литература:**

- 1. Актуарные расчеты в страховании жизни и пенсионном страховании : учебно-практическое пособие / Н.В. Звездина, Л.В. Иванова, М.А. Скорик, Т.А. Егорова. - Москва : Евразийский открытый институт, 2012. - 485 с. - ISBN 978-5-374-00584-4 ; То же [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90643>**

2. Основы страховой математики [Электронный ресурс] / Корнилов И.А. - М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2015. - 400 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=872200>
3. Сафуанов, Р.М. Страхование : учебное пособие / Р.М. Сафуанов, З.Ф. Шарифьянова. - Москва : Прометей, 2018. - 144 с. - ISBN 978-5-907003-32-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/107122>

**б) дополнительная литература:**

1. Бончик, В.М. Негосударственные пенсионные фонды. Финансовая устойчивость и актуарные расчеты [Электронный ресурс] - Электрон. дан. — Москва: Дашков и К, 2016. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93286>
2. Казанцев, А.В. Основы актуарных расчетов страхования жизни: учебное пособие / А.В. Казанцев. - Казань : КФУ, 2015. - 194 с. - ISBN 978-5-00019-368-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/77301>
3. Королев, В.Ю. Математические основы теории риска: учебное пособие / В.Ю. Королев, В.Е. Бенинг, С.Я. Шоргин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 620 с. - ISBN 978-5-9221-1267-3. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2742>
4. Миронкина, Ю.Н. Основы актуарных расчетов: учебное пособие / Ю.Н. Миронкина, А.С. Сорокин. - Москва : ЕАОИ, 2011. - 284 с. - ISBN 978-5-374-00433-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/>

**2) Программное обеспечение**

а) Лицензионное программное обеспечение

|  |   |
|--|---|
| <b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46<br/>(170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b> |   |
| Adobe Acrobat Reader DC - Russian  | бесплатно   |
| Apache Tomcat 8.0.27   | бесплатно   |
| Cadence SPB/OrCAD 16.6   | Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009 |
| GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1   | бесплатно   |
| Google Chrome  | бесплатно   |
| Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)   | бесплатно   |

|   |   |
|---|---|
| JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3   | бесплатно   |
| JetBrains PyCharm Edu 3.0   | бесплатно   |
| Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows  | Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022  |
| Lazarus 1.4.0   | бесплатно   |
| Mathcad 15 M010   | Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011  |
| MATLAB R2012b   | Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012  |
| Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО   | бесплатно   |
| ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО   | бесплатно   |
| MiKTeX 2.9  | бесплатно   |
| MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK  | бесплатно   |
| NetBeans IDE 8.0.2  | бесплатно   |
| NetBeans IDE 8.2  | бесплатно   |
| Notepad++   | бесплатно   |
| Oracle VM VirtualBox 5.0.2  | бесплатно   |
| Origin 8.1 Sr2  | договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»   |
| Python 3.1 pygame-1.9.1   | бесплатно   |
| Python 3.4 numpy-1.9.2  | бесплатно   |
| Python 3.4.3  | бесплатно   |
| Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)   | бесплатно   |
| WCF RIA Services V1.0 SP2   | бесплатно   |
| WinDjView 2.1   | бесплатно   |
| R Studio  | бесплатно   |
| Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)   | бесплатно   |
| <b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 251 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b> |   |
| Adobe Acrobat Reader DC - Russian   | бесплатно   |
| Cadence SPB/OrCAD 16.6  | Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009 |
| Google Chrome   | бесплатно   |
| Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)  | бесплатно   |
| Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows  | Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022  |

|   |   |
|---|---|
| Lazarus 1.4.0   | бесплатно   |
| Mathcad 15 M010                                       | Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011        |
| MATLAB R2012b   | Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012        |
| Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО | бесплатно   |
| ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО                         | бесплатно   |
| MiKTeX 2.9  | бесплатно   |
| MPICH2 64-bit   | бесплатно   |
| MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK                          | бесплатно   |
| NetBeans IDE 8.0.2                                    | бесплатно   |
| Notepad++   | бесплатно   |
| OpenOffice  | бесплатно   |
| Origin 8.1 Sr2  | договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд» |
| Python 3.4.3  | бесплатно   |
| Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)                 | бесплатно   |
| WCF RIA Services V1.0 SP2                             | бесплатно   |
| WinDjView 2.1   | бесплатно   |
| R studio  | бесплатно   |

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

### 3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

### 4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://guildofactuaries.ru/> – сайт гильдии актуариев

<http://www.actuaries.ru/community/> – портал «АКТУАРИИ: ПРОБЛЕМЫ, СОБЫТИЯ, ИНФОРМАЦИЯ»

<http://www.actuary.org>

<http://www.soa.org>

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

*В самостоятельную работу* студента входит

- изучение основной и дополнительной учебной литературы по курсу;

- выполнение домашних заданий;
- подготовка к зачету.

**Рубежной формой** контроля успеваемости студентов является зачет.

**Текущий контроль** состоит из выполнения обязательных заданий, в т.ч. контрольных заданий и курсовых работ.

**Промежуточный контроль** включает 2 письменные работы и осуществляется в процессе обучения в соответствии со сроками, установленными учебным планом.

**Результирующая оценка** за семестр складывается из

- текущего рубежного контроля;
- самостоятельной работы студентов;
- экзаменационной оценки.

Распределение баллов

| <b>Содержание работы</b> | <b>1</b> | <b>2</b> |
|--------------------------|----------|----------|
| Контрольная работа       | 20       | 20       |
| Расчетная работа         |          | 20       |
| Экзамен                  |          | 40       |

**Вопросы для подготовки к зачету.**

**Основные вопросы.**

1. Экономические основы страхования.
2. Основные задачи математической теории страхования и различные подходы к их решению.
3. Функция полезности, свойства, аналитические модели, эмпирическая оценка.
4. Применение принципа средней полезности к актуарным расчетам.
5. Применение принципа среднего значения к актуарным расчетам. Выполнимый страховой полис.
6. Модели распределения величины индивидуального иска для краткосрочного периода.
  - а. Перестрахование.Смысл, основные понятия, параметры, модели.
7. Пропорциональное перестрахование. Пороговое перестрахование.
  - а. Модель индивидуального риска: определение, составляющие модели.
8. Задачам страховой тарификации.
9. Аппроксимации в модели индивидуального риска.
- 10.Основные вопросы теории процентов: простые, сложные, непрерывные проценты.
- 11.Аннуитеты: определение, виды, параметры.

12. Полное и остаточное время жизни. Функция дожития, интенсивность смертности, условные вероятности дожития. Таблицы продолжительности жизни.
13. Основные аналитические модели для распределения продолжительности жизни.
14. Модели страхования жизни. Страховые выплаты в момент смерти: страхование с пороговыми выплатами, страхование с обеспеченными выплатами, отсроченное страхование и др.
15. Модель коллективного риска. Примеры распределений для описания величины индивидуального иска и числа исков.
16. Аппроксимация в модели коллективного риска.
17. Динамическая модель коллективного риска: основные понятия, остаточный процент, момент и вероятность разорения.
18. Процесс числа исков: способы описания, примеры, свойства. Метод оценки вероятности разорения.

***Дополнительные вопросы (знать наизусть)***

- А:** актуарная (страховая математика); аннуитет (п-летний, бессрочный, пренумерандо, постумерандо); аппроксимация (гамма, нормальная);
- Б:** брутто-премия;
- В:** величина индивидуального иска; вероятностные характеристики продолжительности жизни; вероятность (безубыточности, разорения, разорения за время  $t$ ); время жизни (остаточное, полное, ожидания, разорения);
- Д:** дисконтирующий множитель; дисконтирующий фактор;
- Е:** единичная нетто-премия;
- З:** закон двойной ставки; защитная нагрузка (абсолютная, относительная); значимые потери;
- И:** индикатор страхового случая; интенсивность смертности, иск (индивидуальный, суммарный);
- К:** компания (передающая, перестраховочная, чисто перестраховочная); константа Ляпунова; коэффициент (асимметрии, наращенного, неприятия риска);
- Л:** лицо (избегающее риска, нейтральное к риску, склонное к риску, принимающее решение);
- М:** метод (прямой, альтернативной, рекурсивной оценки сложного распределения Пуассона); механизм (перераспределения риска, резервирования); модель (Вейбулла, Гомпертца, Мейкхама, авторегрессии, де Муавра, дожития индивидуального риска, коллективного риска, с дискретным временем); момент разорения;
- Н:** наращение; неопределенность (моральная, спекулятивная, чистая); нетто-премия;
- О:** остаток; остаточное время жизни (дробная часть, целая часть);
- П:** перестрахование (пороговое, пропорциональное); период (базовый, долгосрочный, краткосрочный, начисления, начисления процентов);

полезность самостоятельного риска; полис (выполнимый, одногодичного страхования жизни); полная продолжительность жизни; порог усечения; портфель договоров (неоднородный, однородный); правило (среднего значения, стандартного отклонения); предельный возраст; предположение о дробный возрастах; премия (нагруженная, чистая); принцип (ожидаемой полезности, среднего значения, средней полезности, эквивалентности платежей); производящая функция моментов; процентные деньги; проценты (непрерывные, простые, сложные); процесс (остаточный, пуассоновский, с независимыми приращениями, сложный пуассоновский, со стационарными приращениями, суммарного иска, считающий, числа исков);

**Р:** распределение (гамма, Вейбулла, Кокса, Парето, Пуассона, Пуассоновское-Биномиальное, безусловное величины ущерба, биномиальное, величины значимого иска, логнормальное, отрицательное биномиальное, с легкими хвостами, с тяжелыми хвостами, сложное Пуассона, суммарного иска, считающее, частотное, экспоненциальное); распределение смертности внутри года (с постоянной интенсивностью, равномерное); рекуррентные соотношения, рекурсивное правило Пэнджера; риск;

**С:** свойство просеивания; сила роста процентов; смесь показательных распределений; современная стоимость, актуарная, единичной выплаты); сострахование; ставка процентов (номинальная, эффективная); страхование (прямое, с переменными выплатами, с ежегодно возрастающими выплатами, с  $m$  раз в год возрастающими выплатами, полное); страхование жизни  $n$ -летнее (с дискретным временем, с непрерывным временем); страхование жизни отсроченное (с дискретным временем, с непрерывным временем); страхование жизни полное; страхователь; страховщик;

**Т:** таблицы продолжительности жизни;

**У:** уровень удержания; условие Балдуччи; уступка; ущерб (глобальный, индивидуальный);

**Ф:** формула свертки; функция (выплат, дожития); функция полезности (дробно-степенная, квадратичная, логарифмическая, экспоненциальная)

### *Типовые задачи*

1)

1. Рассматривается ситуация с точки зрения страхователя (т.е. обсуждается вопрос, за какую максимальную сумму  $G$  он согласен купить страховой полис). Полис предлагает страхование 25% от суммы возможных потерь. Вероятность того, что потерь не будет, равна 0.7. Случайные значимые потери имеют показательное распределение с параметром  $\lambda$ . Функция полезности рассматриваемого лица – квадратичная. Найти ожидаемую величину застрахованных потерь и величину  $G$ .

2. Рассматривается портфель договоров, состоящий из  $n_k, k=1, \dots, 5$  договоров различных типов. Задана относительная защитная нагрузка  $\theta_k$ . Вероятность наступления страхового случая равна  $q_k, k=1, \dots, 5$  для договоров различных типов. Заданы условные распределения (при условии, что страховой случай произошел) величины возможных потерь (равномерные на отрезке  $[a_k, b_k]$ ). Сравнить убыточность по портфелям.

3. Компания по страхованию жизни застраховала на 1 год  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_5$  человек. Условия страхования собраны в таблице:

| Выплата $b_k$ | Застраховано $n_k$ | Вероятность страхового случая $q_k$ | Относительная защитная нагрузка $\theta_k$ |
|---------------|--------------------|-------------------------------------|--|
| 10 000        | 10 000             | 0.02                                | 0.13                                       |
| 20 000        | 5 500              | 0.01                                | 0.14                                       |
| 30 000        | 3 500              | 0.015                               | 0.16                                       |

Предполагается, что иски поступают независимо. Эта компания страхуется в перестраховочной компании, которая берет за свои услуги свои средние выплаты плюс процент  $\theta_p$  от них. Устанавливается уровень удержания, равный 15000. Под безубыточностью будем понимать ситуацию, когда сумма выплат и затрат на услуги перестрахования меньше суммы собранных премий. Определить вероятность безубыточности, соответствующую заданному уровню удержания.

2)

1. Полное время жизни имеет распределение, заданное функцией распределения вида

$$F(x) = \frac{x^\alpha}{\omega^{\alpha+1}}((\alpha+1)\omega - \alpha x), \quad \alpha = 3, \quad \omega = 100.$$

Найти плотность остаточного времени жизни.

2. Распределение полного времени жизни задано функцией дожития

$$s(x) = \frac{\omega - x}{\omega}, \quad x \in [0, \omega], \quad \omega = 80.$$

Рассматривается контракт полного, отсроченного на 5 лет страхования жизни для лица возраста  $x = 50$ , выплата равна 3000 ед. Задана сила роста процентов (0.045).

Сколько таких контрактов нужно заключить, чтобы обеспечить вероятность безубыточности  $P=0.97$  при заданной величине защитной нагрузки  $\theta=0.15$ ?

3. Женщина в возрасте  $x=40$  лет страхуется на  $n=6$  лет на условиях  $n$ -летнего страхования с выплатами 200, 100, 50, 30, 20, 10 ед. в 1-й, 2-й, и т.д. год страхования соответственно. Задана годовая ставка процентов (0.07).



Оценить вероятность безубыточности, если застраховано  $N=1000$  человек при заданной величине защитной нагрузки  $\theta=0.2$  (расчеты вести по таблицам продолжительности жизни, предполагая, что дробная часть времени жизни имеет равномерное распределение).

4. Суммарный иск имеет сложное распределение Пуассона с параметром интенсивности, равным 1, где индивидуальный иск принимает значения 1, 3, 4 с вероятностями 0.4, 0.5, 0.1. Найти распределение суммарного иска, используя альтернативный метод расчета.

5. В модели коллективного риска число значимых исков задано Пуассоновской моделью с параметром  $\lambda=10$  величина иска – Г-распределением с параметрами  $\alpha = 2.5$ ,  $\beta = 0.5$ .  
Найти среднее и дисперсию суммарного иска.

### ***Методические указания для выполнения самостоятельной расчетной работы***

#### **Тема**

Актуарное моделирование. Вариант №...

#### **Задание.**

1. Рассматривается ситуация с позиции страхователя, т.е. обсуждается вопрос о том, за какую максимальную сумму  $G$  он готов купить полис страхования на следующих условиях:

- полис предлагает страхование 30% от суммы возможных потерь;
- вероятность того, что потерь не будет равна 0,7;
- случайные значимые потери имеют показательное распределение с параметром  $\lambda=0,5$ ;
- функция полезности страхователя является квадратичной.

Найти ожидаемую величину потерь. Найти  $G$  (довести до уравнения, для решения которого нужны численные методы; решить, воспользовавшись программными средствами).

2. Рассматривается ситуация с позиции страховщика, т.е. обсуждается вопрос о том, за какую минимальную сумму  $H$  он готов продать полис страхования на следующих условиях:

- полис предлагает страхование 100% от суммы возможных потерь;
- вероятность того, что потерь не будет равна 0,65;
- случайные значимые потери имеют равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ ;
- функция полезности страховщика является экспоненциальной.

Найти ожидаемую величину потерь. Найти  $G$  (довести до уравнения, для решения которого нужны численные методы; решить, воспользовавшись программными средствами).

1. В таблице ниже приведены результаты экспертного опроса некоторого ЛПР:

$\omega$  - значение капитала ЛПР в условных единицах;  $u(\omega)$  - полезность значения  $\omega$  для ЛПР.

| $\omega$ | $u(\omega)$ | $\omega$ | $u(\omega)$ |
|----------|-------------|----------|-------------|
| 1        | 1.028       | 6        | 1.431       |
| 1.5      | 1.052       | 6.5      | 1.471       |
| 2        | 1.141       | 7        | 1.498       |
| 2.5      | 1.208       | 7.5      | 1.492       |
| 3        | 1.225       | 8        | 1.516       |
| 3.5      | 1.245       | 8.5      | 1.499       |
| 4        | 1.347       | 9        | 1.560       |
| 4.5      | 1.357       | 9.5      | 1.573       |
| 5        | 1.375       | 10       | 1.577       |
| 5.5      | 1.391       | 10.5     | 1.612       |

Эксперт предполагает, что функция полезности ЛПР может иметь вид  $u(\omega) = \omega^\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ . На основе этих данных провести оценку параметра  $\gamma$  данной модели. Используя полученное значение параметра определить максимальную сумму  $G$  страхователь готов заплатить за полис полного страхования от потерь, которые имеют равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ .

### Требования к выполнению и оформлению работ.

Работа может выполняться вручную или с использованием любого известного студенту пакета прикладных программ по статистике.

Отчет по работе должен содержать все требуемые для расчетов исходные данные, подробное описание всех этапов вычислений со ссылками на необходимые формулы.

### Оценка за работу.

По результатам выполнения работы проводится собеседование со студентами, в ходе которого проверяется степень владения теоретическим материалом, необходимым для выполнения работы и степень владения основными методами, применяемыми при решении задач математической статистики. Итоговая оценка выставляется с учетом результатов собеседования.

## **VII. Материально-техническое обеспечение.**

|  |   |
|--|---|
| Учебная аудитория № 310<br>(170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35) | Столы, стулья, доска<br>аудиторная                  |
| Учебная аудитория № 205<br>(170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35) | Столы, стулья, доска<br>аудиторная, экран, проектор |
| Учебная аудитория № 318<br>(170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35) | Столы, стулья, доска<br>аудиторная, экран, проектор |
| Учебная аудитория № 3л<br>(170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35)  | Столы, стулья, доска<br>аудиторная, экран, проектор |

## **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

| <b>№ п.п.</b> | <b>Обновленный раздел рабочей программы дисциплины</b> | <b>Описание внесенных изменений</b> | <b>Реквизиты документа, утвердившего изменения</b> |
|---------------|--|-------------------------------------|--|
|               |  |                                     |  |
|               |  |                                     |  |