Министерство науки и высшего образования Российской федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

«Утверждаю»

Руководитель ООП

_____________ А.А. Голубев

16.03.2024г.

**Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)**

**Алгебра и теория чисел**

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Математическое обеспечение экономической деятельности**

**Для студентов 1, 2 курсов**

Форма обучения очная

**Тверь, 2024**

## I. Аннотация

### 1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины являются освоение основ фундаментальных знаний, позволяющих разобраться в математической основе, обеспечивающей возможность деятельности специалиста в той части, которая связана с алгеброй и теорией чисел, решать стандартные задачи, давать интерпретацию полученным результатам.

Задачи:

- формирование теоретических знаний по алгебре (основные понятия, определения, теоремы и факты) необходимых для изучения последующих математических и специальных дисциплин;
- ознакомление с историей возникновения и развития основных понятий и результатов дисциплины, её роли и месте в системе наук;
- освоение содержания ключевых понятий предмета для умелого использования в дальнейшей работе;
- обучение студентов различным методам решения систем линейных уравнений и вычислениям с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах, обучение различным методам нахождения корней многочлена любой степени;
- формирование математического подхода к решению практических задач;
- формирование математической культуры студентов, развитие логического и алгоритмического мышления и необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 учебного плана – к дисциплинам, формирующим универсальные и общепрофессиональные компетенции.

Предварительные знания, необходимые для освоения дисциплины – это знания, полученные при изучении школьной программы по алгебре и началам анализа, а также по геометрии.

Дисциплина изучается на 1 и 2 курсе (1 – 3 семестры).

**3. Объём дисциплины:** 14 зачётных единиц, 504 академических часа, **в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лекции 106 часов, практические занятия 106 часов;

**самостоятельная работа:** 292 часа, в том числе контроль 99 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

| Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине |
|---|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Осуществляет отбор теоретического и практического материала<br><br>ОПК-1.2 Решает типовые задачи в рамках профессиональной деятельности<br><br>ОПК-1.3 Использует различные методы и приемы решения задач профессиональной деятельности |

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения**

экзамен (1 – 3 семестры).

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

| Учебная программа – наименование разделов и тем | Всего (час.) | Контактная работа | | Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.) |
|---|---|---|---|---|
| | | Лекции | Практические занятия | |
| **1-й семестр** | **180** | **34** | **34** | **112** |
| 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. | 40 | 4 | 8 | 28 |
| 2. Теория определителей. | 44 | 8 | 8 | 28 |
| 3. Арифметические пространства. Общая теория систем линейных уравнений. | 46 | 10 | 8 | 28 |
| 4. Основные понятия в алгебре. Поле комплексных чисел. | 40 | 12 | 10 | 28 |
| **2-й семестр** | **180** | **38** | **38** | **104** |
| 5. Алгебра матриц | 32 | 7 | 7 | 18 |
| 6. Кольцо многочленов от одной буквы | 36 | 8 | 8 | 20 |
| 7. Линейные пространства | 38 | 7 | 7 | 24 |
| 8. Линейные отображения | 38 | 8 | 8 | 22 |
| 9. Евклидовы пространства | 36 | 8 | 8 | 20 |
| **3-й семестр** | **144** | **34** | **34** | **76** |
| 10. Теория чисел | 30 | 4 | 8 | 18 |
| 11. Квадратичные формы | 36 | 8 | 8 | 20 |
| 12. Жорданова форма матриц | 36 | 10 | 8 | 18 |
| 13. Основы теории групп | 42 | 12 | 10 | 20 |
| | | | | |
| Итого | **504** | **106** | **106** | **292** |

**III. Образовательные технологии**

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

***Образовательные технологии***

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

***Современные методы обучения***

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

## IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

### *1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации*

**Системы линейных уравнений. Метод Гаусса**

Решите системы уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} -2x_1+3x_2-3x_3=5, \\ x_1+2x_2+x_3=8, \\ 3x_1-4x_2+5x_3=10. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x+2y+3z=6, \\ 2x+3y-z=4, \\ 3x+y-4z=0. \end{cases}$

в) $\begin{cases} -3x_1-x_2+2x_3=6, \\ 4x_1+3x_2+3x_3=5, \\ x_1+x_2+x_3=2. \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3-5=0, \\ x_1-3x_2+2=0, \\ 3x_1+x_2+4x_3=2. \end{cases}$

**Теория определителей. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.**

1. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 0 & 6 & 3 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ -3 & 8 & 7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Решите системы уравнений методом Крамера:

а) $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - z = 4, \\ 3x + y - 4z = 0. \end{cases}$

в) $\begin{cases} -3x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 \quad + 2 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 \quad = 2. \end{cases}$

**Арифметические векторные пространства**

1. Выясните, являются ли векторы $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$ линейно зависимыми:

а) $\vec{a}_1 = (2;3;-3)$, $\vec{a}_2 = (1;-4;1)$, $\vec{a}_3 = (0;0;5)$;

б) $\vec{a}_1 = (1;2;2)$, $\vec{a}_2 = (3;-4;1)$, $\vec{a}_3 = (0;2;1)$.

2. Векторы $e_1$=(–1, –1, –1), $e_2$=(1, 1, 2), $e_3$=(1, 2, 3) и $x$=(6, 6, –11) заданы своими координатами в некотором базисе покажите, что векторы $e_1$, $e_2$, $e_3$ сами образуют базис и найти координаты вектора $x$ в этом базисе.

3. Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в этом базисе.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

4. Найдите общее решение и фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 0, \\ 9x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 9x_5 = 0. \end{cases}$$

**Алгебра матриц. Связь систем линейных уравнений и матричных уравнений**

1. Вычислите матрицу $D = (AB)^{\mathrm{T}} - C^2$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислите матрицу $D = ABC - 3E$, где $E$ – единичная матрица;

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 1 & 0 & 2\\ 4 & 5 & 3\end{pmatrix};\qquad B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 1\end{pmatrix};\qquad C=\begin{pmatrix}2 & 0 & 5\end{pmatrix}.$$

5. Определите, имеет ли матрица $A$ обратную, и если имеет, то вычислить её:

$$A=\begin{pmatrix}4 & -8 & -5\\ -4 & 7 & -1\\ -3 & 5 & 1\end{pmatrix}.$$

6. Решите матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}5 & 0 & -7\\ 9 & 1 & -2\end{pmatrix}$; б) $X\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 9\\ -1 & 1\\ 0 & -4\end{pmatrix}$.

**Комплексные числа. Алгебраические многочлены**

1. Вычислите: $\dfrac{1-2i}{(1+i)(1+3i)}-(1-5i)$ .
2. Вычислите двумя способами квадратный корень $\sqrt{7+24i}$ .
3. Решите уравнение: $(4+3i)^2\,x+(4-3i)^2\,y=-7+120\,i$, считая $x$ и $y$ действительными числами.
4. Решите квадратное уравнение $z^2-(2+4\,i)z-(7-4i)=0$.
5. Зная, что $x_1=2i$ является корнем кубического уравнения $x^3-3x^2+4x-12=0$, найдите остальные корни данного уравнения.

## *2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации*

| Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор) | Типовые контрольные задания | Критерии оценивания и шкала оценивания |
|---|---|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности<br>*ОПК-1.1 Осуществляет отбор теоретического и практического материала*<br>*ОПК-1.2 Решает типовые задачи в рамках* | 1. Сформулируйте и докажите теорему Крамера.<br>2. Решите систему уравнений различными методами Крамера, Гаусса, матричным: $\begin{cases}-2x_1+3x_2-3x_3=5,\\ x_1+2x_2+x_3=8,\\ 3x_1-4x_2+5x_3=10.\end{cases}$<br>3. Сравните различные методы решения | • *Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала*<br>*– 31 – 40 баллов*<br>• *Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного* |

| | | |
|---|---|---|
| *профессиональной деятельности*<br>*ОПК-1.3 Использует различные методы и приемы решения задач профессиональной деятельности* | системы из пункта 2. | *материала*<br>*– 21 – 30 балла*<br>• *Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры*<br>*– 11 - 20 баллов*<br>• *Даны неверные ответы на поставленные вопросы*<br>*– 0 - 10 баллов* |

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

*1) Рекомендуемая литература*

а) **Основная литература:**

1. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 432 с. — ISBN 978-5-507-46865-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322661

2. Кострикин А. И. Введение в алгебру: Основные структуры алгебры.- Москва: МЦНМО, 2009. - 272 с. – Электронный ресурс. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951

3. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре : учебник / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. — 17-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0427-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210164

4.Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре / Д. К. Фаддеев. — 9-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 416 с. — ISBN 978-5-507-47249-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346454

б) **Дополнительная литература:**

Глухов, М. М. Алгебра : учебник для вузов / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-9182-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/187793

*2) Программное обеспечение*

| | |
|---|---|
| Google Chrome | бесплатное ПО |
| Яндекс Браузер | бесплатное ПО |
| Kaspersky Endpoint Security 10 | акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 |
| Многофункциональный | бесплатное ПО |

| | |
|---|---|
| редактор ONLYOFFICE | |
| ОС Linux Ubuntu | бесплатное ПО |

*3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

| № п/п | Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса | Адрес (URL) |
|---|---|---|
| 1 | ЭБС «**ZNANIUM.COM**» | https://znanium.com/ |
| 2 | **ЭБС «ЮРАИТ»** | https://urait.ru/ |
| 3 | **ЭБС «Университетская библиотека онлайн»** | https://biblioclub.ru/ |
| 4 | ЭБС IPR SMART | http://www.iprbookshop.ru/ |
| 5 | ЭБС **«ЛАНЬ»** | http://e.lanbook.com |
| 6 | ЭБС ТвГУ | http://megapro.tversu.ru/megapro/Web |
| 7 | **Репозитарий ТвГУ** | http://eprints.tversu.ru |
| 8 | Ресурсы издательства Springer Nature | http://link.springer.com/ |
| 9 | СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ) | |

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### Учебная программа курса

**Глава 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса**

- Введение. Цели и задачи курса. Общие сведения о науках, лежащих в основе курса.
- Системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений; общее решение систем линейных уравнений.
- Эквивалентные системы линейных уравнений. Эквивалентные преобразования систем линейных уравнений.
- Формулировка метода Гаусса. Теорема о методе Гаусса. Примеры.

**Глава 2. Теория определителей**

- Перестановки на n элементах. Количество различных перестановок порядка n. Транспозиция, инверсии. Связь между чётностью перестановок, полученных одна из другой транспозицией. Примеры.
- Подстановки n-го порядка, их количество, чётность. Связь между чётностями подстановки и перестановки. Примеры.

- Определение определителя n-го порядка, свойства определителя (транспонирование, перестановка двух строк, умножение строки на число, сумма двух определителей, определитель матрицы с нулевой строкой, определитель матрицы, в которой строка равна сумме двух строк, умноженных на коэффициенты). Примеры.
- Минор и алгебраическое дополнение. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу). Теорема: сумма произведений элементов строки на алгебраические дополнения к элементам другой строки равна 0. Примеры.
- Связь определителей матриц с системами линейных уравнений: Теорема Крамера. Примеры.

**Глава 3. Арифметические пространства. Общая теория систем линейных уравнений**

- Определение арифметического линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Связь между линейной зависимостью и независимостью системы векторов и её подсистемы.
- Понятие подпространства арифметического пространства. Линейная оболочка и подпространство. Теорема о линейной (не)зависимости линейной комбинации.
- Понятие базиса и ранга. Корректность понятия ранга. Единственность разложения по базису. Теорема: любую линейно независимую систему векторов можно дополнить до базиса.
- Эквивалентные системы векторов. Ранг эквивалентных систем. Элементарные преобразования системы векторов.
- Определение ранга матрицы и минора k-го порядка. Теорема о ранге матрицы. Следствия из теоремы о ранге. Критерий равенства определителя нулю.
- Теорема о размерности подпространства решений системы однородных линейных уравнений.
- Теорема Кронекера–Капелли.
- Запись общего решения системы линейных уравнений.
- Определение фундаментальной системы решений системы линейных однородных уравнений. Теорема о количестве векторов в ФСР.

**Глава 4. Основные понятия в алгебре. Поле комплексных чисел**

- Понятие алгебраической операции. Примеры и контрпримеры. Понятие группы.
- Понятие кольца. Кольца с делителями нуля и без таковых. Понятие поля. Примеры и контрпримеры. Построение поля комплексных чисел (в виде множества пар чисел с комплексным сложением и умножением). Алгебраическая форма комплексного числа. Роль поля комплексных чисел в математике (понимание поля комплексных чисел как расширения поля действительных чисел; основная теорема алгебры (формулировка)).

- Другие формы представления комплексных чисел, связь этих представлений. Формула Муавра. Модуль комплексного числа. Свойство модуля.
- Корни n-ой степени из комплексного числа.

**Глава 5. Алгебра матриц**

- Понятие кольца. Примеры.
- Кольцо матриц.
- Элементарные матрицы и элементарные преобразования.
- Обратная матрица. Существование обратной матрицы для элементарной матрицы.
- Определитель произведения матрицы и элементарной матрицы. Определитель произведения двух матриц.
- Критерий существования обратной матрицы.
- Нахождение обратной матрицы (два способа: через алгебраические дополнения и путём приписывания единичной матрицы).
- Связь систем линейных уравнений и матричных уравнений.

**Глава 6. Кольцо многочленов от одной буквы**

- Построение кольца многочленов от одной буквы над кольцом. Степень произведения многочленов.
- Многочлен как функция. Определение корня многочлена. Теорема Безу и следствие из неё. Схема Горнера. Случаи совпадения и несовпадения двух определений многочлена.
- Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем. Определение делимости многочлена на многочлен.
- Определение наибольшего общего делителя. Алгоритм Евклида. Свойства взаимнопростых многочленов. Приводимые и неприводимые многочлены над данным полем. Существование и единственность разложения многочлена в произведение неприводимых.
- Основная теорема алгебры (без доказательства). Разложение многочлена в произведение неприводимых над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.
- Формальная производная. Показатель кратности неприводимого множителя. Отделение кратных множителей.
- Процедура отыскания рациональных корней многочлена.

**Глава 7. Линейные пространства**

- Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и линейная независимость. Понятие базиса. Примеры.

- Размерность пространства. Единственность разложения по базису. Замена базиса. Матрица перехода. Утверждение: $T_{a\to e} \times T_{e\to a} = E$. Следствия. Изменение координат вектора при переходе к другому базису.
- Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Критерий того, что $L_1$ является подпространством L.
- Линейная оболочка. Утверждение: всякая линейная оболочка является подпространством и всякое подпространство является линейной оболочкой.
- Замкнутость множества подпространств данного пространства относительно суммы и пересечения. Связь между размерностями подпространств и размерностями их суммы и пересечения. Прямая сумма подпространств. Связь между размерностями подпространств и размерностью их прямой суммы.
- Изоморфизм линейных подпространств. Свойства изоморфизма линейных подпространств. Изоморфность подпространств. Утверждение: отношение изоморфности подпространств является эквивалентности.
- Теорема об изоморфности линейных пространств одинаковой размерности.

**Глава 8. Линейные отображения**

- Понятие линейного отображения. Ядро и образ линейного отображения. Утверждение: ядро и образ являются линейными подпространствами. Ранг и дефект линейного отображения. Связь ранга и дефекта линейного отображения с размерностью конечномерного пространства-прообраза.
- Матрица линейного преобразования в базисе. Изменение координат вектора при действии на него линейного отображения. Изменение матрицы отображения при переходе к другому базису.
- Отношение подобия матриц. Утверждение: отношение подобия матриц является эквивалентностью.
- Собственные числа и собственные векторы линейного отображения. Характеристический многочлен. Равенство характеристических многочленов подобных матриц.
- Теорема: число является собственным числом линейного преобразования тогда и только тогда, когда оно является корнем характеристического многочлена этого преобразования.
- Критерий подобия матрицы линейного преобразования диагональной матрице. Следствие.

**Глава 9. Евклидовы пространства**

- Евклидовы пространства и подпространства. Их связь с геометрией. Унитарные пространства.
- Неравенство Коши. Следствие. Длина вектора. Теорема косинусов. Следствия.
- Ортогональность векторов. Процесс ортогонализации.

- Ортонормированный базис. Существование ортонормированного базиса евклидова пространства.
- Скалярное произведение в ортонормированном базисе.
- Изоморфизм евклидовых пространств. Теорема об изоморфности евклидовых пространств одинаковой размерности.
- Подпространства евклидова пространства. Ортогональное дополнение, свойства ортогонального дополнения.
- Группа ортогональных матриц. Ортогональные матрицы как матрицы перехода.
- Симметрические преобразования. Симметрические матрицы. Связь между симметрическими преобразованиями и симметрическими матрицами.
- Характеристические корни симметрического преобразования. Существование ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов симметрического преобразования.
- Ортогональные преобразования. Канонический вид матрицы ортогонального преобразования.

**Глава 10. Теория чисел**

- Делимость целых чисел. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Разложение НОД. Критерий взаимной простоты.
- Простые числа. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Существование и единственность разложения на простые множители.
- Классы вычетов по данному модулю. Решение сравнений первой степени. Сравнения и их основные свойства.
- Кольцо вычетов. Поле вычетов по простому модулю. Приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера, Ферма и Вильсона.
- Сравнения с одним неизвестным. Применение сравнений к решению диофантовых уравнений первой степени. Системы сравнений, китайская теорема об остатках. Сравнения по простому и составному модулю.
- Решение сравнений второй степени. Квадратичные вычеты. Закон взаимности квадратичных вычетов.
- Функция Эйлера, её вычисление и применение.
- Функция Мёбиуса. Формула обращения Мёбиуса.
- Первообразные корни и индексы. Дискретный логарифм.

**Глава 11. Квадратичные формы**

- Понятие квадратичной формы. Линейная замена букв квадратичной формы. Изменение матрицы формы при замене букв. Следствие.
- Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
- Нормальный вид квадратичной формы. Приводимость действительной квадратичной формы к нормальному виду.

- Приведение квадратичной формы к главным осям.
- Закон инерции квадратичных форм.
- Положительно определённые квадратичные формы. Утверждение: действительная квадратичная форма является положительно определённой тогда и только тогда, когда на ненулевых наборах она принимает положительные значения.
- Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичной формы.
- Связь квадратичных форм и скалярного произведения.
- симметрического преобразования.

**Глава 12. Жорданова форма матриц**

- Корневые векторы и корневые подпространства.
- Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.
- Жорданова форма матрицы линейного преобразования, имеющего единственное собственное значение.
- Единственность жордановой формы матрицы преобразования.

**Глава 13. Основы теории групп**

- Полугруппы. Свойства степеней. Понятие группы. Простейшие свойства. Критерий группы.
- Подгруппы. Подгруппа четных подстановок.
- Изоморфизм групп. Примеры. Теорема Кэли.
- Смежные классы. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа о делимости порядка группы на порядок подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Подгруппы циклических групп. Строение групп простого порядка.
- Нормальные подгруппы. Примеры нормальных подгрупп. Контрпримеры. Нормальность подгрупп индекса 2. Понятие факторгруппы и его корректность. Примеры построения факторгрупп.
- Понятие гомоморфизма групп. Теорема о гомоморфизме групп.
  Восстановление подгруппы в прообразе из подгруппы в образе.
- Отношение сопряженности в группе. Свойства сопряженных элементов группы. Централизатор элемента. Теорема об индексе централизатора элемента конечной группы. Центр группы. Нетривиальность центра ***p***-группы.
- Существование в коммутативной группе порядка делящегося на простое ***p*** элемента порядка ***p.*** Формулировка теоремы Силова. Доказательство теоремы Силова в части «существование».
- Прямые произведения групп. Критерий разложения группы в прямое произведение своих подгрупп. Теорема о строении конечных коммутативных групп.

**Типовые вопросы и задачи для проверки самостоятельной работы**

**Системы линейных уравнений. Метод Гаусса**

1. Что называется решением системы уравнений?
2. Решите систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

3. Имеются три банка 1, 2 и 3, каждый из которых начисляет вкладчику определённый годовой процент (свой для каждого банка). В начале года 1/3 вклада размером 6000 ден.ед. вложили в банк 1, 1/2 вклада – в банк 2 и оставшуюся часть – в банк 3 и к концу года сумма этих вкладов возросла до 7250 ден.ед. Если бы первоначально 1/6 вклада положили в банк 1, 2/3 – в банк 2 и 1/6 вклада – в банк 3, то к концу года сумма вклада составила бы 7200 ден.ед.; если бы 1/2 вклада положили в банк 1, 1/6 – в банк 2 и 1/3 вклада – в банк 3, то сумма вкладов к концу года составила бы вновь 7250 ден.ед. Какой процент выплачивает каждый банк?

**Теория определителей. Правило Крамера решения систем линейных уравнений**

1. Как вычислить определитель второго порядка?
2. Как вычислить определитель третьего порядка?
3. Как вычислить определитель четвёртого порядка?
4. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} 14 & 4 \\ 3 & -16 \end{vmatrix}$; а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \end{cases}$$

применив теорему Крамера.

**Арифметические векторные пространства**

1. Выясните, являются ли векторы $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$ линейно зависимыми:

а) $\vec{a}_1 = (2; -1; 3)$, $\vec{a}_2 = (1; 4; -1)$, $\vec{a}_3 = (0; -9; 5)$;

б) $\vec{a}_1 = (1; 2; 0)$, $\vec{a}_2 = (3; -1; 1)$, $\vec{a}_3 = (0; 1; 1)$.

2. Векторы $e_1$=(1, 1, 1), $e_2$=(1, 1, 2), $e_3$=(1, 2, 3) и $x$=(6, 9, 14) заданы своими координатами в некотором базисе покажите, что векторы $e_1$, $e_2$, $e_3$ сами образуют базис и найдите координаты вектора $x$ в этом базисе.

3. Какую матрицу называют расширенной матрицей системы?

4. Найдите общее решение и фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 0. \end{cases}$$

5. Методом Гаусса решите систему и найдите все её базисные решения

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1. \end{cases}$$

**Комплексные числа. Алгебраические многочлены**

1. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 12i$, $z_2 = -6 + 8i$. Найдите $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 z_2$, $\dfrac{z_1}{z_2}$.

2. Комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ представьте в показательной форме и найдите $z_1 z_2$ и $\dfrac{z_1}{z_2}$.

3. Вычислите $\dfrac{(1+i)^{100}}{\left(\sqrt{3} - i\right)^{50}}$.

4. Выполните арифметические действия над комплексными числами:

а) $\left(\sqrt{2} - \sqrt{6}i\right)^5$;  б) $\left(-\sqrt{6} + \sqrt{2}i\right)^5$;

в) $\sqrt[3]{\dfrac{(2-2i)^4 + 72 + 4i}{(1-2i)^2 + 5i}}$;  г) $\sqrt[4]{\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^6 - 60 + 2i}{(2-i)^3 - 6 + 9i}}$;

д) $\sqrt[5]{64\sqrt{2}\left(1+\sqrt{3}i\right)}$; е) $\sqrt[5]{64\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+i\right)}$.

5. Решите в комплексных числах квадратные уравнения:

а) $z^2+z+1=0$; б) $z^2+3z+\frac{25}{4}=0$;

в) $z^2-5z+6=0$; г) $z^2-2z+5=0$.

**Алгебра матриц. Связь систем линейных уравнений и матричных уравнений**

1. Всегда ли можно найти произведение двух матриц?
2. Верно ли, что а) $A + B = B + A$; б) $A(B + C) = AB + AC$;
с) $AB = BA$; д) $A(BC) = (AB)C$;
е) $AE = EA$.
4. Для каких матриц определена операция возведения в степень?
5. Вычислите произведение $A\cdot B$, если $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 3\\ 0 & -2 & 3\end{pmatrix}$.
6. Найдите $AB$ и $BA$, если $A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.
7. Найдите $A^3$: $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ -1 & 3 & 1\\ 3 & 0 & 2\end{pmatrix}$.
8. Решите матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}1 & 0 & 7\\ 8 & 1 & 2\end{pmatrix}$; б) $X\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 8\\ 1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

## Вопросы к экзамену по дисциплине (1-й семестр)

1. Метод Гаусса: доказательство теоремы о возможности приведения системы к трапецоидальному виду. Общее и частное решение.
2. Свойства перестановок. Свойства подстановок.
3. Понятие определителя, его свойства.
4. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя.
5. Теорема Крамера.
6. Определитель Вандермонда.

7. Понятие арифметического пространства, определения линейно зависимой и независимой системы векторов. Критерий линейной зависимости.
8. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций и следствия из нее.
9. Базис и ранг системы векторов.
10. Эквивалентные системы векторов: их свойства, доказательство равенства рангов эквивалентных систем.
11. Теорема о ранге матрицы.
12. Равенство рангов системы строк и столбцов матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Перечисление базисов системы векторов.
13. Критерий того, что определитель квадратной матрицы равен 0.
14. Система линейных однородных уравнений. Ранг и базис множества решений.
15. Системы неоднородных линейных уравнений: теорема Кронекера-Капелли; связь с соответствующей системой линейных однородных уравнений.
16. Понятие алгебраической операции. Примеры и контр-примеры. Понятие полугруппы. Единственность единицы. Единственность обратного элемента в полугруппах.
17. Группы. Группа подстановок. Примеры подгрупп.
18. Понятие кольца. Понятие поля. Делители нуля в кольце и их отсутствие в поле. Примеры.
19. Построение поля комплексных чисел.
20. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в этой форме. Формула Муавра. Свойства модуля комплексного числа.
21. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа в тригонометрической форме. Расположение корней на плоскости.
22. Группа корней из единицы. Понятие первообразного корня, примеры.

**Вопросы к экзамену по дисциплине (2-й семестр)**

1. Действия с матрицами. Кольцо квадратных матриц над кольцом.
2. Элементарные матрицы. Связь элементарных преобразований с элементарными матрицами.
3. Ранг произведения матриц.
4. Определитель произведения матриц.
5. Критерий обратимости квадратной матрицы над полем. Построение обратной матрицы способом, связанным с алгебраическими дополнениями.
6. Критерий обратимости квадратной матрицы над полем. Способ построения обратной матрицы, связанный с приписыванием единичной матрицы.
7. Построение кольца многочленов от одной буквы над кольцом.
8. Теорема о делении с остатком для кольца многочленов над полем.

9. Многочлен как функция. Схема Горнера. Теорема Безу. Теорема о числе корней. Достаточные условия совпадения двух определений многочлена.
10. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Ассоциированность наибольших общих делителей.
11. Разложение НОД. Критерий взаимной простоты. Свойства взаимно простых многочленов.
12. Понятие приводимого многочлена над полем. Взаимная простота неприводимых неассоциированных многочленов. Теорема о разложении многочлена над полем в произведение многочленов, неприводимых над этим полем.
13. Кратность неприводимого множителя в каноническом разложении многочлена; ее связь с кратностью этого множителя в производной. Отделение кратных множителей.
14. Формулировка основной теоремы алгебры комплексных чисел. Вид неприводимых многочленов над полями комплексных и действительных чисел.
15. Понятие линейного пространства. Базис конечномерного линейного пространства. Ранг системы векторов в конечномерном пространстве. Корректность определения ранга.
16. Замена базиса в конечномерном линейном пространстве. Матрица перехода. Связь между координатами одного вектора в разных базисах.
17. Подпространства линейного пространства. Сумма подпространств. Пересечение подпространств. Связь размерности суммы с размерностью пересечения.
18. Построение базиса суммы двух подпространств. Построение базиса пересечения двух подпространств. Прямая сумма подпространств.
19. Изоморфизм линейных пространств.
20. Линейные отображения. Ядро и образ. Теорема о связи между рангом и дефектом линейного отображения. Способы определения (введения) линейного отображения.
21. Матрица линейного преобразования конечномерного линейного пространства и ее изменения при переходе к другому базису. Подобные матрицы.
22. Понятие алгебры. Алгебра многочленов от одной буквы над полем. Алгебра квадратных матриц над полем. Изоморфизм алгебр. Алгебра линейных преобразований линейного пространства и ее изоморфизм подходящей алгебры матриц.
23. Совпадение характеристических корней и собственных чисел линейного преобразования. Линейная независимость системы собственных векторов,

принадлежащих попарно различным собственным значениям. Собственные подпространства.

24. Критерий того, что матрица подобна диагональной. Инвариантные подпространства.

25. Определение евклидова пространства. Ортогонализация. Существование ортонормированного базиса.

26. Определение евклидова пространства. Вычисление скалярных произведений в произвольном базисе. Вычисление скалярных произведений в ортонормированном базисе. Изоморфизм евклидовых пространств.

27. Подпространства евклидова пространства. Дополнение ортонормированного базиса подпространства до ортонормированного базиса пространства. Ортогональное дополнение. Свойства ортогональных дополнений.

28. Неравенство Коши. Определения длины вектора и угла между вектором и подпространством. Их корректность. Неравенство треугольника.

29. Ортогональные матрицы как матрицы перехода в евклидовом пространстве. Симметрические преобразования евклидовых пространств.

Существование инвариантных подпространств размерности 1 или 2 в линейном пространстве над полем действительных чисел. Ортогональные преобразования евклидовых пространств.

**Вопросы к экзамену по дисциплине (3-й семестр)**

1. Делимость целых чисел. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Разложение НОД. Критерий взаимной простоты.
2. Простые числа. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Существование и единственность разложения на простые множители.
3. Классы вычетов по данному модулю. Решение сравнений первой степени. Сравнения и их основные свойства.
4. Кольцо вычетов. Поле вычетов по простому модулю. Приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера, Ферма и Вильсона.
5. Сравнения с одним неизвестным. Применение сравнений к решению диофантовых уравнений первой степени. Системы сравнений, китайская теорема об остатках. Сравнения по простому и составному модулю.
6. Решение сравнений второй степени. Квадратичные вычеты. Закон взаимности квадратичных вычетов.
7. Функция Эйлера, её вычисление и применение.
8. Функция Мёбиуса. Формула обращения Мёбиуса.
9. Первообразные корни и индексы. Дискретный логарифм.
10. Понятие квадратичной формы. Линейная замена букв квадратичной формы. Изменение матрицы формы при замене букв. Следствие.

11. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
12. Нормальный вид квадратичной формы. Приводимость действительной квадратичной формы к нормальному виду.
13. Приведение квадратичной формы к главным осям.
14. Закон инерции квадратичных форм.
15. Положительно определённые квадратичные формы. Утверждение: действительная квадратичная форма является положительно определённой тогда и только тогда, когда на ненулевых наборах она принимает положительные значения.
16. Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичной формы.
17. Связь квадратичных форм и скалярного произведения.
18. симметрического преобразования.
19. Корневые векторы и корневые подпространства.
20. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.
21. Жорданова форма матрицы линейного преобразования, имеющего единственное собственное значение.
22. Единственность жордановой формы матрицы преобразования.
23. Полугруппы. Свойства степеней. Понятие группы. Простейшие свойства. Критерий группы.
24. Подгруппы. Подгруппа четных подстановок.
25. Изоморфизм групп. Примеры. Теорема Кэли.
26. Смежные классы. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа о делимости порядка группы на порядок подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Подгруппы циклических групп. Строение групп простого порядка.
27. Нормальные подгруппы. Примеры нормальных подгрупп. Контрпримеры. Нормальность подгрупп индекса 2. Понятие факторгруппы и его корректность. Примеры построения факторгрупп.
28. Понятие гомоморфизма групп. Теорема о гомоморфизме групп.
29. Восстановление подгруппы в прообразе из подгруппы в образе.
30. Отношение сопряженности в группе. Свойства сопряженных элементов группы. Централизатор элемента. Теорема об индексе централизатора элемента конечной группы. Центр группы. Нетривиальность центра ***p***-группы.
31. Существование в коммутативной группе порядка делящегося на простое ***p*** элемента порядка ***p*.** Формулировка теоремы Силова. Доказательство теоремы Силова в части «существование».

32. Прямые произведения групп. Критерий разложения группы в прямое произведение своих подгрупп. Теорема о строении конечных коммутативных групп.

## Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

**1. Работа с учебными пособиями.** Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

**2. Самостоятельное изучение тем.** Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

**3. Подготовка к практическим занятиям.** При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

**4. Составление глоссария.** В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы.

Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

**5. Составление конспектов.** В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

**6. Подготовка к экзамену.** При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.
- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| **Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы** | **Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы** | **Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа** |
|---|---|---|
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, *учебная аудитория:* ***№*** **314** ***(170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)*** | *Комплект учебной мебели, ноутбук, проектор, настенный моториз. экран, усилитель, микшер, микрофон, шкаф напольный, рециркулятор 2 шт.* | Google Chrome – бесплатно<br>Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022<br>Lazarus – бесплатно<br>OpenOffice – бесплатно<br>Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно<br>ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно |
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной | *Комплект учебной мебели, CD-магнитола, компьютер: (системный блок + монитор), многофункциональный лазер. копир/принтер/сканер, видеоплеер,* | Google Chrome – бесплатно<br>Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022<br>Lazarus – бесплатно<br>OpenOffice – бесплатно<br>Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно<br>ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – |

| | | |
|---|---|---|
| аттестации,<br>*учебная аудитория:* **№ 208**<br>*(170002 Тверская обл., г. Тверь,<br>пер. Садовый, д. 35))* | *телевизор, DVD плеер.* | бесплатно |
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,<br>*учебная аудитория:* **№ 203**<br>*(170002 Тверская обл., г. Тверь,<br>пер. Садовый, д. 35)* | Комплект учебной мебели, интерактивная система со встроенным проектором, компьютер (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) 1 шт., рециркулятор. | Google Chrome – бесплатно<br>Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022<br>Lazarus – бесплатно<br>OpenOffice – бесплатно<br>Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно<br>ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно |
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,<br>*учебная аудитория:* **№ 207**<br>*(170002 Тверская обл., г. Тверь,<br>пер. Садовый, д. 35)* | Комплект учебной мебели, интерактивная система со встроенным проектором. | Google Chrome – бесплатно<br>Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022<br>Lazarus – бесплатно<br>OpenOffice – бесплатно<br>Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно<br>ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно |

## VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

| № п.п. | Обновленный раздел рабочей программы дисциплины | Описание внесенных изменений | Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения |
|---|---|---|---|
| **1.** | | | |
| **2.** | | | |