

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 13.09.2024 15:45:20  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ  
Руководитель ООП  
Медведева О.Н.

" \_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ г.

Рабочая программа дисциплины

**МАТЕМАТИКА**  
**Дифференциальные уравнения**

Закреплена за кафедрой: **Физики конденсированного состояния**

Направление подготовки: **27.03.05 Инноватика**

Направленность (профиль): **Управление в технологических системах**

Квалификация: **Бакалавр**

Форма обучения: **очная**

Семестр: **4**

Программу составил(и):  
*канд. физ.-мат. наук, доц., Кузнецова Юлия Васильевна*

Тверь, 2024

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели освоения дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является получение знаний по методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений, необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

### Задачи:

Задачами освоения дисциплины являются:  
приобретение знаний и навыков решения задач по следующим разделам: простейшие дифференциальные уравнения, линейные дифференциальные уравнения высших порядков и линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, уравнения в частных производных первого порядка.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О.10Б1.О

### Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Теория функций комплексного переменного  
Математический анализ  
Аналитическая геометрия и линейная алгебра  
Теория вероятностей и математическая статистика

**Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

«Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ»  
Интегральные уравнения  
Обработка и анализ данных физического эксперимента  
Квантовая механика  
Электродинамика  
Термодинамика и статистическая физика  
Методы математической физики

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>Общая трудоемкость</b>	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
<b>в том числе:</b>	
аудиторные занятия	64
самостоятельная работа	53
часов на контроль	27

## 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1.1: Проводит анализ поставленных задач используя законы и методы математики

- Уровень 1 .Анализ задачи, выделяя ее базовые составляющие
- Уровень 1 Определять, интерпретировать и ранжировать информацию, требуемую для решения поставленной задачи.
- Уровень 1 системным подходом для решения поставленных задач

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

### 5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля в семестрах:	
экзамены	4

### 6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

### 7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занят.	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Источники	Примечание
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка					
1.1	1. Общие понятия. Интегрируемые типы уравнений первого порядка, разрешенные относительно производной.	Лек	4	1	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.1 Л2.2 Э1	
1.2	1. Общие понятия. Интегрируемые типы уравнений первого порядка, разрешенные относительно производной.	Пр	4	2	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.1 Л2.2 Э1	
1.3	Особые решения	Ср	4	4	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.1 Э1	
1.4	2. Вопросы существования решений уравнений первого порядка, разрешенного относительно производной	Лек	4	1	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.3 Э2	
1.5	2. Вопросы существования решений уравнений первого порядка, разрешенного относительно производной	Пр	4	1	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.3 Э1	
1.6	Вопросы существования решений уравнений первого порядка, разрешенного относительно производной	Ср	4	5	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.3 Э1	
1.7	Линейные уравнения первого порядка	Лек	4	2	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
1.8	Линейные уравнения первого порядка	Пр	4	6	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	

1.9	Линейные уравнения первого порядка	Ср	4	5	Л1.2 Л1.3 Л1.5Л2.2 Л2.3 Э1	
1.10	3. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной	Лек	4	1	Л1.3 Л1.5 Л1.13Л2. 2 Л2.3 Э1	
1.11	Уравнения в полных дифференциалах	Лек	4	3	Л1.5 Л1.13Л2. 2 Л2.3 Э1 Э2	
1.12	3. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной	Пр	4	6	Л1.2 Л1.3 Л1.5 Л1.13Л2. 2 Л2.3 Э1	
1.13	Уравнения, не разрешенные относительно прозводной	Ср	4	5	Л1.2 Л1.3 Л1.5 Л1.13Л2. 2 Э1	
1.14	Особые точки. Фазовая плоскость	Ср	4	5	Л1.3 Л1.5 Л1.9 Л1.13Л2. 3 Э1	
	Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков					
2.1	Дифференциальные уравнения высших порядков	Лек	4	2	Л1.1 Л1.4 Л1.6 Л1.7 Л1.11 Л1.12Л2. 1 Л2.2 Э1	
2.2	Дифференциальные уравнения высших порядков	Пр	4	5	Л1.4 Л1.6 Л1.7Л2.1 Э1	
2.3	Общая теория линейных дифференциальных уравнений	Лек	4	1	Л1.4 Л1.6 Л1.7 Л1.12Л2. 1 Э1	

2.4	Общая теория линейных дифференциальных уравнений	Пр	4	6	Л1.1 Л1.4 Л1.6 Л1.7 Л1.11 Л1.12Л2. 1 Э1
2.5	Общая теория линейных дифференциальных уравнений	Ср	4	5	Л1.1 Л1.4 Л1.6 Л1.7 Л1.11 Л1.12Л2. 1 Э1
2.6	Частные виды линейных дифференциальных уравнений	Лек	4	2	Л1.6 Л1.7 Л1.11 Л1.12Л2. 1 Э1
2.7	Частные виды линейных дифференциальных уравнений	Пр	4	6	Л1.4 Л1.6 Л1.7 Л1.12Л2. 1 Э1
2.8	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	Лек	4	2	Л1.4 Л1.6 Л1.7 Л1.11 Л1.12Л2. 1 Э1 Э2
2.9	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	Пр	4	6	Л1.4 Л1.6 Л1.12Л2. 1 Э1
2.10	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Ср	4	8	Л1.10Л2. 1 Э1 Э2
2.11	Уравнения в частных производных первого порядка	Лек	4	1	Л1.2 Л1.3 Л1.8 Л1.9Л2.1 Э1
2.12	Уравнения в частных производных первого порядка	Пр	4	6	Л1.9 Л1.11 Л1.13Л2. 1 Э1

2.13	Уравнения в частных производных первого порядка	Ср	4	10	Л1.8 Л1.9 Л1.13Л2. 1 Э1	
2.14	Краевые задачи	Пр	4	4	Л1.11Л2. 1 Л2.3 Э1	
2.15	Краевые задачи. Устойчивость	Ср	4	6	Л1.3 Л1.11Л2. 1 Л2.3 Э1	
2.16		Экзамен	4	27		

### Список образовательных технологий

1	Активное слушание
2	Занятия с применением затрудняющих условий

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Задание:

№1 Найти интегрирующий множитель и решить уравнение:

$$(2xy^2-3y^3)dx+(7-3xy^2)dy=0, \square=\square(x)$$

Планируемый результат: найден интегрирующий множитель, получено необходимое и достаточное условие существования уравнения в полных дифференциалах, решено уравнение.

№2 Решить уравнение Эйлера:  $x^2y''-xy'+2y=x\ln x$

Планируемый результат: Правильно применена подстановка, с помощью которой уравнение сведено к линейному уравнению с постоянными коэффициентами. Решено полученное уравнение, правильно записан ответ.

№3 Решить линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:  $y'''+2y''+y'=0$

Планируемый результат: Правильно составлено характеристическое уравнение, найдены его корни и верно записано решение.

### 8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

ПРИМЕР ЗАДАНИЯ:

№1

$$(x^3+xy^2)dx+(x^2y+y^3)dy$$

№2

$$(x+y^2)dx-2xydy=0, \square=\square(x)$$

№3

$$y'=\exp(y/y)$$

№4

$$y''=1+y/2$$

№5

$$y=2xy'+\ln y'$$

№6

$$y''' - 2y'' - 3y' = 0$$

№7

Решить уравнение Эйлера

$$x^2 y'' - xy' + 2y = x \ln x$$

№8

Проинтегрировать методом вариации постоянных следующие уравнения:

$$y'' + y = 1/\sin x$$

№9

Определить вид частного решения следующего ЛНДУ:

$$y'' - y = x + \sin x$$

### 8.3. Требования к рейтинг-контролю

Шкала оценивания за весь семестр: Максимальная возможная оценка за модуль составляет 30 баллов. Она складывается из оценки за контрольную работу (максимум 16 баллов), за задания для практических занятий (максимум 10 баллов), за самостоятельную работу студентов и выполнение письменных домашних заданий (4 балла). Итого семестр: 60 баллов.

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 9.1. Рекомендуемая литература

#### 9.1.1. Основная литература

Шифр	Литература
Л1.1	Михеев, Рыжиков Ю. А., Цветков, Цветков, Кудинов, Егоров, Дифференциальные уравнения высших порядков. Понижение порядка уравнения, Тверь: Тверской государственный университет, 2022, ISBN: , URL: <a href="http://megapro.tversu.ru/megaPro/UserEntry?Action=FindDocs&amp;ids=5457977">http://megapro.tversu.ru/megaPro/UserEntry?Action=FindDocs&amp;ids=5457977</a>
Л1.10	Киселёв В. Ю., Калугина Т. Ф., Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений, Иваново: ИГЭУ, 2023, ISBN: , URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/369719">https://e.lanbook.com/book/369719</a>
Л1.11	Ендуткина Е. А., Решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков, Самара: Самарский университет, 2021, ISBN: 978-5-7883-1673-4, URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/256970">https://e.lanbook.com/book/256970</a>
Л1.12	Тлячев В. Б., Ушхо А. Д., Ушхо Д. С., Дифференциальные уравнения высших порядков. Руководство к практическим занятиям, Майкоп: АГУ, 2020, ISBN: 978-5-85108-354-9, URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/231419">https://e.lanbook.com/book/231419</a>
Л1.13	Федюков А. А., Дифференциальные уравнения первого порядка: практикум, Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021, ISBN: , URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/191630">https://e.lanbook.com/book/191630</a>
Л1.2	Шестакова, Дифференциальные уравнения первого порядка, Тверь: Тверской государственный университет, 2021, ISBN: , URL: <a href="http://megapro.tversu.ru/megaPro/UserEntry?Action=FindDocs&amp;ids=5030757">http://megapro.tversu.ru/megaPro/UserEntry?Action=FindDocs&amp;ids=5030757</a>
Л1.3	Аксенов, Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-9916-7420-1, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/537659">https://urait.ru/bcode/537659</a>
Л1.4	Зайцев, Полянин, Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-02690-0, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/538669">https://urait.ru/bcode/538669</a>

Л1.5	Боровских, Перов, Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-01777-9, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/537308">https://urait.ru/bcode/537308</a>
Л1.6	Боровских, Перов, Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-02097-7, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/537801">https://urait.ru/bcode/537801</a>
Л1.7	Аксенов, Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-9916-7422-5, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/537660">https://urait.ru/bcode/537660</a>
Л1.8	Панов, Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных, Москва: Гостехиздат, 1943, ISBN: , URL: <a href="http://texts.lib.tversu.ru/texts/149369ogl.pdf">http://texts.lib.tversu.ru/texts/149369ogl.pdf</a>
Л1.9	Бобылева Т. Н., Ерохин С. В., Полянина А. С., Уравнения в частных производных, Москва: МИСИ – МГСУ, 2023, ISBN: 978-5-7264-3293-9, URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/369869">https://e.lanbook.com/book/369869</a>

### 9.1.2. Дополнительная литература

Шифр	Литература
Л2.1	Михеев С. А., Рыжиков, Цветков, Цветков, Балашов А. Н., Сергеева О. Н., Линейные дифференциальные уравнения высших порядков в MAPLE, Тверь: Тверской государственный университет, 2023, ISBN: , URL: <a href="http://megapro.tversu.ru/megaPro/UserEntry?Action=FindDocs&amp;ids=5468888">http://megapro.tversu.ru/megaPro/UserEntry?Action=FindDocs&amp;ids=5468888</a>
Л2.2	Новак, Рязанова, Новак, Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения, Москва: Юрайт, 2022, ISBN: 978-5-534-08358-3, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/492235">https://urait.ru/bcode/492235</a>
Л2.3	Сесекин, Шориков, Гребенщиков, Гредасова, Ложников, Матвийчук, Дифференциальные уравнения. Устойчивость и оптимальная стабилизация, Москва: Юрайт, 2021, ISBN: 978-5-534-08215-9, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/473767">https://urait.ru/bcode/473767</a>

### 9.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	:
Э2	:

### 9.3.1 Перечень программного обеспечения

#### 9.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	ЭБС ТвГУ
2	ЭБС «Лань»
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
4	ЭБС «ЮРАИТ»

### 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудит-я	Оборудование
3-218	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран



## 11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1) Вопросы для подготовки к экзамену:

1. Дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка. Основные понятия. Интегральные кривые. Задача Коши. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.
4. Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним. Примеры.
5. Теорема об общем решении линейного дифференциального уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.
6. Уравнения в полных дифференциалах. Признак уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметров. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро.
8. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные понятия и определения. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Примеры.
9. Линейные дифференциальные уравнения. Линейный дифференциальный оператор.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Свойства их решений.
11. Определитель Вронского. Теорема об определителе Вронского (необходимое условие линейной зависимости системы функций). Условие линейной независимости решений линейного однородного уравнения.
12. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
13. Линейные неоднородные уравнения. Структура общего решения.
14. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных как метод нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
16. Системы линейных Д.У. с постоянными коэффициентами.
17. Интегрирование систем Д.У. Приближенные методы интегрирования уравнений 1-ого порядка и систем уравнений.
18. Особые точки дифференциального уравнения и системы ДУ.
19. Уравнения в частных производных первого порядка

2) Вопросы для самостоятельного изучения

1. Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых.
2. Геометрические и физические задачи.
3. Однородные уравнения.
4. Линейные уравнения.
5. Особые точки.
6. Интегрирующий множитель в уравнениях в полных дифференциалах.
7. Общий метод введения параметра.
8. Уравнения Лагранжа и Клеро.
9. Особые решения. Задача о траекториях.
10. Типы уравнений n-го порядка, разрешаемые в квадратурах.
11. Уравнения, допускающие понижение порядка.
12. Уравнения, левая часть которых является точной производной.
13. Неоднородные линейные уравнения. Сопряженное уравнение.
14. Существование производных по начальным значениям от решений системы.
15. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
16. Симметричная форма системы дифференциальных уравнений.

17. Устойчивость по Ляпунову.
18. Фазовая плоскость
19. Теорема об устойчивости по первому приближению.
20. Приближенные методы интегрирования уравнений 1-ого порядка и систем уравнений.
21. Применение линейных дифференциальных уравнений в изучении колебательных явлений
22. Простейшие типы точек покоя.
23. Геометрический критерий устойчивости.