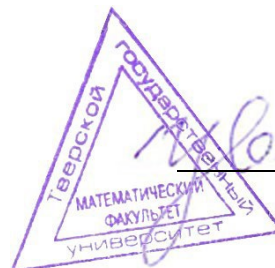


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 08.04.2025 08:43:19
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Утверждаю:

Руководитель ООП

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Цветков В.П.

«10» апреля 2024г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Математический анализ

Направление
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
«Математическое и компьютерное моделирование»

Для студентов 1, 2 курсов очной формы обучения

Составитель:
Чемарина Ю.В.

Тверь 2024

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются:

- 1) изучение основных понятий математического анализа, необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности;
- 2) изучение аналитических функций комплексной переменной и их приложений к физическим и техническим задачам;
- 3) овладение математическим аппаратом функционального анализа.

Задачами освоения дисциплины являются:

- 1) освоение основных понятий и идей теории функций;
- 2) овладение навыками и приемами решения математических, физических и технических задач методами теории функций вещественной и комплексной переменной;
- 3) приобретение практических навыков использования аппарата функционального анализа для решения математических задач.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Данная дисциплина входит в обязательную часть ООП «Математика и компьютерные науки».

Математический анализ имеет логические и содержательно-методические взаимосвязи со всеми дисциплинами ООП, формирующими общепрофессиональные и профессиональные компетенции. Для освоения дисциплины необходимы устойчивое знание школьного курса математики и наличие устойчивых навыков работы с объектами элементарной математики.

3. Объем дисциплины: 25 зачетных единиц, 900 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа:

лекции – 210 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

практические занятия – 210 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

самостоятельная работа: 480 часов, в т.ч. КСР – 17 часов, контроль – 81 час.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК–1 Способен консультировать и использовать	ОПК–1.1 Использует базовые знания в области математики для решения задач

фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	математического моделирования естественных и социально-экономических систем ОПК–1.2 Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности ОПК–1.3 Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования
ОПК–2 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ОПК–2.1 Применяет принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала ОПК–2.2 Решает научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой ОПК–2.3 Проводит научные исследования в конкретной области профессиональной деятельности
ОПК–3 Способен самостоятельно представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты	ОПК–3.1 Составляет научные обзоры, рефераты, публикации и библиографии по тематике проводимых исследований на русском и английском языке ОПК–3.2 Представляет научные результаты, научные документы и отчеты ОПК–3.3 Демонстрирует навык публичных выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения – экзамен в 1, 3, 4 семестрах, зачет во 2 семестре, курсовая работа в 3 семестре.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

1 семестр

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятел ьная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			всего	в т.ч. практическая подготовка	
Логические знаки. Элементы теории множеств. Действительные числа. Неравенства Коши.	46	10	10	0	26
Определение и примеры. Свойства сходящихся последовательнос тей. Монотонные последовательнос ти. Подпоследователь ности и их свойства. Фундаментальные последовательнос ти и критерий Коши.	46	10	10	0	26
Предел функции в точке. Исследование локального поведения функций. Непрерывные функции. Теорема Вейерштрасса.	60	16	16	0	28

Правила вычисления. Теоремы о функциях, имеющих производную. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы старших порядков. Приложения производной.	64	15	15	0	34
ИТОГО	216	51	51	0	114

2 семестр

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятел ьная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			всего	в т.ч. практическая подготовка	
Неопределённый интеграл. Элементарные свойства неопределённого интеграла. Интегрирование с помощью подстановки и по частям. Интегрирование функций из некоторых классов.	40	11	11	0	18

Определение интеграла и интегрируемой по Риману функции. Свойства сумм Дарбу. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Интеграл как предел интегральных сумм. Свойства интеграла Римана. основная формула интегрального исчисления. Формулы замены переменной и интегрирования по частям. предельный переход под знаком интеграла. Приложения определённого интеграла.	48	12	12	0	24
Определение интегралов по неограниченным интервалам.	18	4	4	0	10

Элементарные свойства. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Абсолютно и условно сходящиеся интервалы. Несобственные интегралы от неограниченных функций.	22	6	6	0	10
Элементарные свойства сходящихся рядов.	22	6	6	0	10
Ряды с неотрицательным и членами. Сходимость рядов с произвольными членами.	36	10	10	0	16
Другие свойства сходящихся рядов. Произведение рядов. Бесконечные произведения.	30	8	8	0	14
ИТОГО	216	57	57	0	102

3 семестр

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятел ьная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			всего	в т.ч. практическая подготовка	

Понятие числового ряда. Элементарные свойства сходящихся рядов.	20	6	6	0	8
Ряды с неотрицательным и членами. Признаки сходимости.	20	4	4	0	12
Сходимость рядов с произвольными членами. Другие свойства сходящихся рядов.	22	5	5	0	12
Произведение рядов.	18	2	2	0	14
Бесконечные произведения.	20	4	4	0	12
Равномерная и поточечная сходимость последовательнос ти функций. Свойства равномерно сходящихся последовательнос тей.	22	4	4	0	14
Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов.	22	4	4	0	14
Степенные ряды. Степенные ряды с комплексными членами.	22	6	6	0	10

Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.	20	4	4	0	12
Ряд Фурье по ортонормированн ой системе функций. Сходимость в среднем квадратичном. Ряд Фурье по тригонометрическ ой системе функций. Равномерная сходимость, дифференцирован ие и интегрирование ряда Фурье.	18	4	4	0	10
Интеграл Фурье.	20	4	4	0	12
Преобразование Фурье.	18	4	4	0	10
Курсовая работа	10				10
ИТОГО	252	51	51	0	150

4 семестр

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятел ьная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			всего	в т.ч. практическая подготовка	

Метрическое пространство. Функции на метрических пространствах. Компактные множества и их свойства. Свойства непрерывных функций на компактах. Принцип сжимающих отображений.	15	4	4	0	7
Непрерывность функции в точке и на множестве. Производная функции в точке по направлению. Свойства производных по направлению. Частные производные и их свойства. Основные теоремы о производных по направлению. Градиент скалярной функции в точке. Дифференцируемые функции. Дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости.	35	8	8	0	19

Свойства дифференцируемых функций. Производные и дифференциалы старших порядков. Формула Тейлора. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условия. Векторные функции от векторного аргумента.	26	8	8	0	10
Непрерывные отображения. Дифференцируемые отображения. Свойства дифференцируемых функций. Теоремы о неявной и обратной функциях. Локальный относительный экстремум. Необходимое и достаточное условия.	27	6	6	0	15
Несобственные интегралы. Функции, определяемые с помощью интегралов. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра	20	6	6	0	8

Свойства функций, определяемых с помощью несобственных интегралов. Гамма-функция. Бета-функция.	30	6	6	0	18
Кратные интегралы по брусу. Множества, измеримые в смысле Жордана. Мера Жордана. Кратные интегралы по измеримым множествам.	21	4	4	0	13
Формула замены переменных. Несобственные кратные интегралы. Определения и примеры.	19	4	4	0	11
Поверхностные интегралы второго рода. Криволинейные интегралы второго рода. Формулы Остроградского, Грина и Стокса. Поверхностные интегралы первого рода. Криволинейные интегралы первого рода.	23	5	5	0	13
ИТОГО	216	51	51	0	114

III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий, курсовой работы. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

Образовательные технологии

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

Современные методы обучения

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

1 семестр

Вопросы для практических (семинарских) занятий

1. Определение точных граней множества.
2. Пример ограниченного множества, не имеющего максимального и минимального элементов.
3. Найти точные грани множеств
а) $\{0,9; 0,99; 0,999; \dots\}$ б) $\left\{(-1)^n \frac{n-1}{n+1} \mid n \in N\right\}$.
4. Пример множества, имеющего точную нижнюю грань и не имеющего минимального элемента.
5. Определение функции.
6. Примеры последовательностей, имеющих конечный предел и не имеющих предела.

7. Определение предела функции в точке.
8. Примеры функций, имеющих предел и не имеющих предела в точке.
9. Определение непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на множестве.
10. Определение односторонней непрерывности функции в точке.
11. Равномерная непрерывность.
12. Определение производной функции в точке.
13. Связь между производной и непрерывностью функции в точке. Примеры.
14. Являются ли функции $f(x) = x^2 \operatorname{sign} x$ и $f(x) = x \operatorname{sign} x$ дифференцируемыми в точке $x = 0$.
15. Найдите производные функций $f(x) = \cos^2\left(12x + \frac{\pi}{12}\right)$, $f(x) = e^{2(x+1)^2}$.
16. Дифференциал, дифференцируемость функции. Связь с производной функции в точке.
17. Определение локального максимума и минимума функции. Примеры. Геометрическая интерпретация.
18. Необходимое условие локального экстремума функции.
19. Достаточное условие локального экстремума функции.
20. Примеры функций, не имеющих локальных экстремумов.
21. Определить точки экстремумов функций $f(x) = x^2(x-1)$, $f(x) = x \cdot |x-1|$, $f(x) = |x| \cdot e^{-x}$.
22. Найти наибольшее и наименьшее значения функций на множестве Δ
 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^4 - 1$, $\Delta = [-1, 1]$; $f(x) = x \cdot e^{-x}$, $\Delta = [-1, 1]$.

2 семестр

Задания для практических (семинарских) занятий

1. Найти первообразную F функции $f(x) = \operatorname{sign} x$, такую, что $F(0) = 0$.
2. Привести формулу разложения рациональной дроби на элементарные.
3. Найти неопределённые интегралы $\frac{dx}{x^2 - x - 2}$; $\int \frac{dx}{x^2 - 1}$.
4. Сформулировать определение интеграла Римана по отрезку.
5. Описать классы интегрируемых по Риману функций.
6. Привести пример неинтегрируемой функции.
7. Найти определённые интегралы: $\int_1^2 \frac{\lg x}{x^2} dx$; $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$; $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$.
8. Найти интегралы:

$$\int (x-1)(2x+3)^{12} dx, \quad \int \frac{(x^2-2x+2)\ln(x+1)+2x}{x^2-2x+2} dx, \quad \int \frac{2x^3-2x^2+4x}{(x+1)(x-1)^2(x^2+1)} dx,$$

$$\int x \cdot \sin 3x dx, \quad \int \frac{\sqrt{2+x}}{x+\sqrt[3]{2+x}} dx, \quad \int \frac{e^{2x+1}}{\sqrt{1+e^x}} dx, \quad \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

9. Найти интегралы:

$$\int_{-3}^1 x \sqrt{\frac{3+x}{2}} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin 2x - \cos x}{\sin x + \cos^2 x} dx, \quad \int_0^1 \left(x^3 + e^{\frac{x}{10}} - \sin \frac{\pi}{6} x - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) dx, \quad \int_0^{0.5} (2x-1) \cdot e^{4x^2-4x+1} dx$$

$$\int_1^e \ln 2x \cdot dx, \quad \int_{-1}^0 x^3 \sqrt{1-x^2} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2+x^2+\arctg x}{1+x^2} dx$$

10. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = \sin 2x$ и $y = \frac{4}{\pi} x$

11. Найти длину кривой $x = 2t^2, \quad y = \frac{4}{3}t^3, \quad t \in [0; 2]$

12. Исследовать на сходимость несобственный интеграл:

$$\int_1^{+\infty} \ln \frac{x^2+1}{x^2} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\cos \pi x}{\sqrt{x}} dx.$$

3 семестр

Задания для практических (семинарских) занятий

1. Исследуйте на сходимость ряды:

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+3} \quad 1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^5+3}} \quad 1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n} \quad 1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+3^n}$$

$$1.5. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{n^2-1}{\sqrt{n^4+1}} \right) \quad 1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot (n!)^2}{(2n)!} \quad 1.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \cos \frac{\pi}{2n}.$$

2. Исследуйте функциональную последовательность $\{f_n\}$ на сходимость и равномерную сходимость на множестве A .

$$2.1. f_n(x) = \frac{nx}{1+n+x}, \quad A = [0; 1]. \quad 2.2. f_n(x) = \frac{\arctg nx}{\sqrt{n+x}}, \quad A = (0; +\infty).$$

3. Исследуйте на равномерную сходимость функциональный ряд на множестве A .

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1+n^4 x^2}, \quad A = (0; +\infty). \quad 3.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n!)}, \quad A = (0; +\infty).$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\arctg x}{n+x^2}, \quad A = (-\infty; +\infty). \quad 3.4. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x^2} \cos nx, \quad A = [0; \pi].$$

4. Найдите радиус интервал и область сходимости степенного ряда.

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} x^n. \quad 4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n!)} x^n.$$

5. Функцию f разложите в ряд Маклорена и найдите область сходимости этого ряда.

$$5.1. \quad f(x) = e^{-x^2}. \quad 5.2. \quad f(x) = \frac{1}{1-x-x^2}. \quad 5.3. \quad f(x) = \ln^2(1-x).$$

6. Найдите сумму ряда

$$6.1. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}.$$

$$6.2. \quad \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n.$$

7. Функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & x \in [0; \frac{3}{4}\pi], \\ 2(\pi - x), & x \in (\frac{3}{4}\pi; \pi] \end{cases}$ разложите в ряд Фурье по косинусам на

отрезке $[0; \pi]$.

8. Функцию $f(x) = \text{sign}(\sin \pi x)$ разложите в ряд Фурье на всей числовой прямой. Напишите равенство Парсеваля. Найдите суммы рядов

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{2m-1}, \quad \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2}.$$

Вопросы для практических (семинарских) занятий

1. Приведите определения числового ряда, сходящегося числового ряда. Приведите примеры сходящихся и расходящихся рядов.
2. Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда. Является ли необходимое условие сходимости достаточным. Приведите примеры.
3. Сформулируйте достаточные признаки сходимости положительных рядов. Являются ли достаточные условия сходимости необходимыми.
4. Сформулируйте определения абсолютно сходящегося числового ряда, условно сходящегося числового ряда. Приведите примеры.
5. Сформулируйте достаточные признаки сходимости рядов с произвольными членами. Приведите примеры, показывающие, что все условия теорем являются существенными.
6. Сформулируйте признаки абсолютной сходимости.
7. Сформулируйте определение знакопередающегося сходящегося числового ряда, признаки сходимости. Приведите примеры, показывающие, что все условия теорем являются существенными.
8. Сформулируйте определение функциональной последовательности, определения поточечной сходимости, области сходимости, предельной функции.
9. Сформулируйте определение равномерной сходимости функциональной последовательности.
10. Сформулируйте достаточные условия непрерывности предельной функции. Являются ли достаточные условия необходимыми? Может ли

последовательность непрерывных функций сходиться равномерно к разрывной функции.

11. Сформулируйте достаточные условия дифференцируемости предельной функции. Являются ли достаточные условия необходимыми?
 12. Сформулируйте определение функционального ряда, определения поточечной сходимости, области сходимости, суммы ряда.
 13. Сформулируйте определение равномерной сходимости функционального ряда.
 14. Сформулируйте достаточные условия непрерывности суммы ряда. Являются ли достаточные условия необходимыми?
 15. Сформулируйте достаточные условия дифференцируемости суммы ряда. Являются ли достаточные условия необходимыми?
 16. Сформулируйте определение степенного ряда, опишите структуру области сходимости, характер сходимости.
 17. Приведите способы отыскания радиуса сходимости степенного ряда.
 18. Сформулируйте определения рядов Тейлора, Маклорена.
 19. Сформулируйте достаточные условия разложения функции в ряд Тейлора.
 20. Получите разложения в степенной ряд основных элементарных функций, укажите области сходимости полученных рядов.
 21. Сформулируйте определение тригонометрического ряда, тригонометрического ряда Фурье.
 22. Сформулируйте теоремы о сходимости в точке ряда Фурье кусочно непрерывной, непрерывной функций.
 23. Опишите идеологию разложения в ряд Фурье непериодических функций.
 24. Сформулируйте определение интеграла Фурье, признаки сходимости.
- 4 семестр

4 семестр

Задания для практических (семинарских) занятий

1. Найдите $\frac{\partial f(0,0,0)}{\partial z}$ для функции $f(x, y, z) = \begin{cases} z \cdot \sin \frac{1}{z} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, & z \neq 0, \\ 0, & z = 0 \end{cases}$
2. Найдите $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ и $\frac{\partial f}{\partial z}$ для функции $f(x, y, z) = x^{x \cdot \ln yz}$
3. Найдите $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z}$ для функции $f(x, y, z) = e^{xyz} \cdot \cos x$
4. Найдите $df\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$ и $d^2 f\left(\frac{\pi}{2}, 1, 0\right)$ для функции $f(x, y, z) = z \cdot \sin xy + \frac{1}{y} \cdot \cos xz$
5. Найдите касательную плоскость к функции $f(x, y) = 1 + x^2 - y^2$, параллельную плоскости $p(x, y) = 1 - x + y$

6. Найдите точки локального экстремума функции

6.1 $f(x, y, z) = xy^2(1 - x - y - z)$ 6.2 $f(x, y) = \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{1 + x^2 + y^2}$

7. Найдите точки условного экстремума функции f , при заданных ограничениях.

7.1. $f(x, y, z) = xy^2, \quad x + y = z$

7.2. $f(x, y, z) = xy + z, \quad x^2 + y^2 = 2, \quad x + y + z = 3.$

8. Найдите двойной интеграл по области ограниченной указанными линиями

8.1. $\iint_G \cos(x - y) dx dy, \quad x = y, \quad x = 0, \quad y = \pi$

8.2. $\iint_G xy dx dy, \quad x = y, \quad x = 1, \quad y = 0$

8.3. $\iint_G e^{2x-y} dx dy, \quad 2x = y, \quad 2x = y + 1, \quad y = 0, \quad y = 1$

8.4. $\iint_G \frac{2y}{x} dx dy, \quad x^2 = y, \quad 2x = y, \quad x = 1, \quad x = 2$

8.5. $\iint_G \frac{2}{1 + x^2} dx dy, \quad x = \operatorname{tg} y, \quad x = 0, \quad y = 1$

9. Найдите тройной интеграл по области, ограниченной указанными поверхностями

9.1. $\iiint_G x dx dy dz, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 1, \quad x + y + z = 2$

9.2. $\iiint_G \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+y^2} dx dy dz, \quad x = \frac{1}{2}, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad z = x^2 + y^2$

9.3. $\iiint_G (x^2 + y^2) dx dy dz, \quad x = 0, \quad z = 0, \quad z = 1, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad (x \geq 0)$

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

10.1. $4y = x^2 - 4x, \quad x = y + 3$

10.2. $x = 2y, \quad y = 3x, \quad 3x = 2 - y, \quad x = 4 - 2y$

11. Найдите объем тела ограниченного поверхностями

11.1. $x^2 + y^2 = 2x, \quad z = x^2 + y^2, \quad z = 0$

11.2. $\iiint_G x dx dy dz, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 1, \quad x + y + z = 2$

12. Найдите криволинейные интегралы

$$12.1. \int_l (2x + y)ds, l = ABOA, A = (1, 0), B = (0, 2), O = (0, 0)$$

$$12.2. \int_l \sqrt{y}ds, l: x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$12.3. \int_l ydx - xdy, l: y = x^3, 0 \leq x \leq 2$$

$$12.4. \int_l (x - y)dx - (x + y)dy, l - \text{произвольный путь, соединяющий точки} \\ A = (2, -1), B = (1, 0)$$

13. Используя формулу Грина, найдите интеграл

$$\int_{\partial G} e^x(1 - \cos y)dx - e^x(y - \sin y)dy, G = \{(x, y) : x \in [0, \pi], 0 \leq y \leq \sin x\}$$

$$14. \text{ Найдите предел } \lim_{\alpha \rightarrow 1} \int_0^{\infty} \frac{2 - \alpha^2}{\sqrt{1 - (\alpha - 3)x^2 + \alpha x^4}} dx.$$

$$15. \text{ Найдите производную функции } J(\alpha) = \int_{\alpha}^{2\alpha} \frac{\sin 2\alpha x}{x}.$$

16. Исследуйте интегралы на равномерную сходимость

$$16.1. \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha x + \cos \alpha x}{4 + x^2} dx, \alpha \in R \quad 16.2. \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-\alpha x}}{xe^x} dx.$$

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

1 семестр

Вопросы к экзамену:

1. Логические знаки. Понятие множества. Действия над множествами.
2. Общее понятие отображения или функции. Образ и прообраз множества. Инъекция, сюръекция, биекция. Сложная функция. Обратная функция.
3. Мощность множества. Счётные множества. Принцип математической индукции.
4. Действительные числа. Числовая прямая. Элементарные свойства действительных чисел. Аксиома Архимеда.
5. Отношение порядка. Мажоранты, миноранты, грани множества. Существование граней множества действительных чисел.

6. Действия над числами. Лемма о вложенных отрезках.
7. Неравенства Коши.
8. Предел последовательности. Единственность предела. Примеры.
9. Свойства сходящихся последовательностей.
10. Линейное преобразование последовательности. Теорема Теплица. Теорема Штольца.
11. Монотонные последовательности. Свойства монотонных последовательностей. Число e .
12. Подпоследовательности. Частичные пределы. Свойства подпоследовательностей и частичных пределов.
13. Верхний и нижний пределы последовательностей.
14. Фундаментальные последовательности и критерий Коши.
15. Предел функции в точке. Определения Коши и Гейне.
16. Свойства предела функции в точке.
17. Односторонние пределы. Существование предела функции в точке. Критерий Коши.
18. Локальное поведение функции. Отношение « O ». Свойства отношения « O ».
19. Отношение « o ». Свойства отношения « o ».
20. Эквивалентные функции. Свойства отношения эквивалентности.
21. Порядок одной функции относительно другой. Шкала сравнения. Главная часть. Понятие об асимптотическом разложении.
22. Непрерывность функции в точке. Непрерывность в точке слева и справа.
23. Элементарные свойства непрерывных функций.
24. Теорема 1 об ограниченности функции, непрерывной на отрезке.
25. Теорема 2 об экстремуме функции, непрерывной на отрезке.
26. Теорема 3 о нуле функции, непрерывной на отрезке.
27. Теорема 4 о промежуточном значении.
28. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
29. Классификация точек разрыва. Теорема о точках разрыва монотонной на отрезке функции.
30. Теорема Вейерштрасса о приближении многочленами функции, непрерывной на отрезке.

2 семестр

Вопросы к зачету:

1. Понятие первообразной.
2. Неопределённый интеграл. Элементарные свойства. Примеры.

3. Интегрирование с помощью подстановки и по частям. Примеры.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегралы от иррациональных функций.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Определение интеграла Римана и интегрируемой по Риману функции.
8. Свойства сумм Дарбу.
9. Критерий интегрируемости.
10. Классы интегрируемых по Риману функций.
11. Интеграл, как предел интегральных сумм.
12. Свойства интеграла Римана.
13. Основная формула интегрального исчисления (Ньютона-Лейбница).
14. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
15. Предельный переход под знаком интеграла.
16. Теоремы и среднем значении для интеграла Римана.
17. Приложения интеграла Римана.
18. Определение интегралов по неограниченным интервалам (I-го рода).
19. Элементарные свойства.
20. Сходимость несобственных интегралов от неотрицательных функций.
21. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы.
22. Несобственные интегралы от неограниченных функций (II-го) рода.
23. Несобственные интегралы с несколькими особенностями (III-го) рода.
24. Проанализировать интегралы

$$\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}, \quad \int_0^b \frac{dx}{x^p}, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

3 семестр

Вопросы к экзамену:

1. Элементарные свойства сходящихся рядов.
2. Признаки сравнения рядов с неотрицательными членами.
3. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
4. Абсолютная и условная сходимость рядов.
5. Признаки сходимости рядов с произвольными членами.
6. Группировка и перестановка членов ряда.
7. Умножение рядов.
8. Бесконечные произведения. Достаточные условия сходимости.
9. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов.
Критерий Коши равномерной сходимости.
10. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

11. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.
12. Теорема о почленном интегрировании функционального ряда.
13. Теорема о почленном дифференцировании функционального ряда.
14. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара.
15. Равномерная сходимость степенного ряда.
16. Свойства суммы степенного ряда.
17. Ряд Тейлора. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора.
18. Степенные ряды с комплексными членами. Формулы Эйлера.
19. Ряды Фурье. Теорема о наилучшем приближении.
20. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя.
21. Ряды Фурье. Теорема о представлении ядер Дирихле и Фейера.
22. Ряды Фурье. Теорема о локализации.
23. Ряды Фурье. Теорема Фейера.
24. Ряды Фурье. Теорема Парсеваля.

Темы курсовой работы (3 семестр)

1. Тонкие признаки сходимости положительных числовых рядов.
2. Абсолютная сходимость числовых рядов.
3. Некоторые приемы отыскания сумм числовых рядов.
4. Интегральный признак сходимости числовых рядов.
5. Отыскание области сходимости функциональных рядов.
6. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
7. Дифференцирование функциональных рядов.
8. Интегрирование функциональных рядов.
9. Контрпримеры в теории функциональных рядов.
10. Область сходимости степенного ряда.
11. Разложение функций в степенные ряды.
12. Приближенные вычисления с помощью функциональных рядов.
13. Экспонента и логарифм, как сумма ряда.
14. Тригонометрические и гиперболические функции, как суммы функциональных рядов.

4 семестр

Вопросы к экзамену:

1. Метрическое пространство. Свойства расстояния. Декартово произведение метрических пространств.
2. Предел последовательности элементов метрического пространства.
3. Шары, ограниченные множества, предельная точка.

4. Открытые и замкнутые множества.
5. Сепарабельные метрические пространства. Полные метрические пространства.
6. Предел функции в точке. Понятие о повторных пределах.
7. Непрерывные функции. Элементарные свойства.
8. Равномерная непрерывность.
9. Компактные множества и их свойства.
10. Свойства функций, непрерывных на компактах.
11. Принцип сжимающихся отображений.
12. Непрерывность функции в точке и на множестве. Производная функции в точке по направлению.
13. Свойства производных по направлению. Частные производные и их свойства.
14. Основные теоремы о производных по направлению. Градиент скалярной функции в точке.
15. Дифференцируемые функции. Дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости.
16. Свойства дифференцируемых функций.
17. Производные и дифференциалы старших порядков. Формула Тейлора.
18. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условия.
19. Векторные функции от векторного аргумента.
20. Непрерывные отображения.
21. Дифференцируемые отображения. Свойства дифференцируемых функций.
22. Теоремы о неявной и обратной функциях.
23. Локальный относительный экстремум. Необходимое и достаточное условия.
24. Кратные интегралы по брусу.
25. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства интеграла от непрерывной функции по брусу.
26. Измеримые множества. Мера Жордана.
27. Кратные интегралы по измеримым множествам.
28. Формула замены переменных.
29. Несобственные кратные интегралы.
30. Поверхностные интегралы второго рода.
31. Криволинейные интегралы второго рода.
32. Формула Остроградского.
33. Формула Грина.
34. Формула Стокса.
35. Поверхностные интегралы второго рода.

36. Криволинейные интегралы первого рода.
37. Гамма-функция. Свойства гамма-функции.
38. Бетта-функция и её свойства.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Том 1 — 2021. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-7061-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154399>
2. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Том 2 — 2020. — 800 с. — ISBN 978-5-8114-4866-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126708>
3. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020 — Том 3 — 2020. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-6652-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/149365>
4. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник / И. И. Привалов. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-0913-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167779>

б) дополнительная литература

1. Рощенко, О. Е. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения : учебно-методическое пособие / О. Е. Рощенко, Е. А. Лебедева. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. — 76 с. — ISBN 978-5-7782-3944-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/98715.html>
2. Жукова, Г. С. Математический анализ в примерах и задачах. Часть 1 : учебное пособие / Г. С. Жукова, М. Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 260 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015963-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072156>
3. Кутузов, А. С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : [16+] / А. С.

- Кутузов. – 2-е изд. стер. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2017. – 127 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166>
4. Шершнева, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями : учеб. пособие / В.Г. Шершнева. — Москва : ИНФРА-М, 2018. — 164 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-005487-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/958345>
 5. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е. С. Половинкин. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 254 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-013608-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1125614>
 6. Ахтамова, С. С. Теория функций комплексного переменного : учебно-методическое пособие / С. С. Ахтамова, Е.К. Лейнартас, А. П. Ляпин. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. - 100 с. - ISBN 978-5-7638-4330-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1816573>
 7. Богомолова, Е. В. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / Е. В. Богомолова. — Дубна : Государственный университет «Дубна», 2018. — 107 с. — ISBN 978-5-89847-540-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154470>
 8. Пономарев, А. В. Теория функций комплексного переменного : методические указания / А. В. Пономарев, И. Э. Бессарабская. — Москва : РТУ МИРЭА, 2019. — 46 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/171497>
 9. Нахман, А. Д. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / А. Д. Нахман. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 212 с. — ISBN 978-5-4486-0597-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/80317.html>

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

MS Office 365 pro plus;

MS Windows 10 Enterprise;

MATLAB R2012b Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений;

Mathcad 15 M010 Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением.

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

Google Chrome;

MiKTeX 2.9 Открытый дистрибутив TeX для платформы Windows.

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. www.math.ru – сайт посвящён Математике и математикам. Этот сайт для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой

2. <http://www.edu.ru/> – Федеральный портал «Российское образование»

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. www.exponenta.ru – образовательный математический сайт

2. www.matematicus.ru – учебный материал по различным математическим курсам

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к экзамену. При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках

установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

Методические указания для самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью изучения дисциплины. Кроме того, в темах, изучаемых при контактной работе со студентами, есть отдельные учебные вопросы, которые студенты должны изучить самостоятельно. Контроль знаний при самостоятельном изучении тем и вопросов дисциплины осуществляется при проведении текущего контроля в виде устных опросов, письменных контрольных работ и тестирования во время рейтинг-контроля. Вопросы для самостоятельной работы также включаются в темы рефератов, которые студенты защищают на семинарских занятиях, и в перечень вопросов для экзамена.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к экзамену. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить логические связи между его элементами, в ряде случаев показать их графически, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя. При работе над текстом лекции студенту необходимо обратить особое внимание на проблемные вопросы, поставленные преподавателем при чтении лекции, а также на его задания и рекомендации. Работая над текстом лекции, необходимо иметь под рукой справочные издания: словарь-справочник, энциклопедический экономический словарь, в

которых можно найти объяснение многим встречающимся в тексте терминам, содержание которых студент представляет себе весьма туманно, хотя они ему и знакомы.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы.

VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория: 207 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Интерактивная система Smart Board 660iv со встроенным проектором. Меловая доска, комплект учебной мебели.	Microsoft Office профессиональный плюс 2013 – Акт приема передачи № 689 от 05.07.2019 г.; Microsoft Windows 10 Enterprise Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.; Google Chrome – бесплатное ПО; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №969 18.10.2018 г.
Учебная аудитория: 208 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Меловая доска, комплект учебной мебели.	Microsoft Office профессиональный плюс 2013 – Акт приема передачи № 689 от 05.07.2019 г.; Microsoft Windows 10 Enterprise Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.; Google Chrome – бесплатное ПО; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №969 18.10.2018 г.
Учебная аудитория: 312 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Интерактивная система Promethean ActivBoard 587. Меловая доска, комплект учебной мебели	Microsoft Office профессиональный плюс 2013 – Акт приема передачи № 689 от 05.07.2019 г.; Microsoft Windows 10 Enterprise Акт приема передачи №689 от 05.07.2019 г.; Google Chrome – бесплатное ПО; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №969 18.10.2018 г.

VIII. Перечень обновлений рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.			
2.			