

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 22.07.2025 17:22:36  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Утверждаю:

Руководитель ООП



Е.М. Семенова

«24»

июня

2025 г.

Рабочая программа дисциплины

## Теория функций комплексного переменного

Закреплена за  
кафедрой:

**Физики конденсированного состояния**

Направление  
подготовки:

**03.03.02 Физика**

Направленность  
(профиль):

**Физика, технологии и компьютерное моделирование  
функциональных материалов**

Квалификация:

**Бакалавр**

Форма обучения:

**очная**

Семестр:

**3**

Программу составил(и):

*канд. физ.-мат. наук, доц., Кислова Инна Леонидовна*

Тверь, 2025

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели освоения дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины является:  
изучение основ теории аналитических функций комплексного переменного и ее приложение к физическим и техническим задачам.

### Задачи:

Задачами освоения дисциплины являются:

- знакомство с комплексными числами, их свойствами и операциями над комплексными числами;
- изучение основ работы с функциями комплексного переменного;
- описание основных физических представлений, связанных с теорией функций комплексного переменного;
- приобретение студентами навыков решения физических задач с использованием теории функций комплексного переменного.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О

### Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Уровень начальной подготовки обучающегося для успешного освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного»: успешное освоение дисциплины обучающихся основывается на их знаниях в области математического анализа, аналитической геометрии, умения определять вид кривой по ее уравнению, находить производную и первообразную функции действительного переменного, вычислять определенные и криволинейные интегралы, раскладывать функцию в ряд Тейлора, знать основные свойства рядов.

Математический анализ

Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Векторный и тензорный анализ

**Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

Квантовая механика

Интегральные уравнения

Методы математической физики

Электродинамика

Теоретическая механика

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| <b>Общая трудоемкость</b> | 3 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану   | 108   |
| <b>в том числе:</b>       |       |
| аудиторные занятия        | 34    |
| самостоятельная работа    | 44    |

## 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1.1: Анализирует физические объекты и процессы с применением базовых знаний в области физико-математических наук

Уровень 1    знать физические объекты и процессы применения теории функций комплексного переменного

Уровень 1 Применять правильные математические методы решения для решения прикладных задач

Уровень 1 базовыми методами решения физико-математических задач с применением комплексных функций

ОПК-1.2: Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности

Уровень 1 Методы и модели для решения физико-математических задач

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

Уровень 1 Знать: понятие комплексного числа, свойства комплексных чисел и основы теории функций комплексного переменного (ТФКП).

Уровень 1 Уметь: применять изученные математические методы ТФКП при решении профессиональных задач и задач с практическим содержанием.

Уровень 1 Владеть: математическим аппаратом, изученным в данном курсе и необходимым для освоения математического аппарата других курсов, а также для дальнейшего совершенствования и развития профессиональной деятельности.

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

Уровень 1 Знать варианты решения поставленной задачи

Уровень 1 Применять грамотные методы для решения поставленных задач

Уровень 1 Владеть математическим аппаратом по решению задач

## 5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

|                            |   |
|----------------------------|---|
| Виды контроля в семестрах: |   |
| зачеты                     | 3 |

## 6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

## 7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Код занят. | Наименование разделов и тем  | Вид занятия | Семестр / Курс | Часов | Источники        | Примечание |
|------------|--|-------------|----------------|-------|------------------|------------|
|            | Раздел 1. Комплексные числа  |             |                |       |                  |            |
| 1.1        | Понятие комплексного числа, его модуль и аргумент. Векторное, алгебраическое, тригонометрическое и показательное представления комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня комплексного числа, формула Муавра. | Лек         | 3              | 3     | Л1.2Л2.4<br>Л2.5 |            |

|     |   |     |   |   |                       |  |
|-----|---|-----|---|---|-----------------------|--|
| 1.2 | Понятие комплексного числа, его модуль и аргумент. Векторное, алгебраическое, тригонометрическое и показательное представления комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня комплексного числа, формула Муавра.  | Пр  | 3 | 3 | Л1.1Л2.1<br>Л2.2 Л2.3 |  |
| 1.3 | Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах   | Ср  | 3 | 6 |                       |  |
|     | Раздел 2. Функции комплексного переменного. Конформные отображения.   |     |   |   |                       |  |
| 2.1 | Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Непрерывность в сферической метрике. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в области. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Моногенные и голоморфные функции (определения, примеры). Условия Коши-Римана. Производная голоморфной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Определение конформного отображения в точке и области. Достаточные условия конформности отображения. Основные принципы теории конформных отображений, теорема Римана о конформных отображениях. | Лек | 3 | 4 |                       |  |

|     |  |    |   |   |  |  |
|-----|--|----|---|---|--|--|
| 2.2 | <p>Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Непрерывность в сферической метрике. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в области.</p> <p>Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Моногенные и голоморфные функции (определения, примеры). Условия Коши-Римана. Производная голоморфной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции.</p> <p>Определение конформного отображения в точке и области. Достаточные условия конформности отображения. Основные принципы теории конформных отображений, теорема Римана о конформных отображениях.</p> | Пр | 3 | 6 |  |  |
| 2.3 | <p>Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в области.</p> <p>Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Восстановление функции комплексного переменного (теорема Коши-Римана)</p>   | Ср | 3 | 6 |  |  |
|     | Раздел 3. Интегралы от функций комплексного переменного  |    |   |   |  |  |

|     |   |     |   |    |  |  |
|-----|---|-----|---|----|--|--|
| 3.1 | Криволинейные интегралы в теории функций комплексного переменного. Определение, свой-ства, примеры, связь с криволинейными инте-гралами 1-го и 2-го рода из курса действительно-го анализа. Переход к пределу под знаком инте-грала. Интегральная теорема Коши и её обобще-ние на многосвязные области. Интегральная формула Коши. Существование производных всех порядков у голоморфных функций. Формулы Коши для производных. Первообразная от функции комплексного переменного. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.  | Лек | 3 | 3  |  |  |
| 3.2 | Криволинейные интегралы в теории функций комплексного переменного. Определение, свой-ства, примеры, связь с криволинейными инте-гралами 1-го и 2-го рода из курса действительно-го анализа. Переход к пределу под знаком инте-грала. Интегральная теорема Коши и её обобще-ние на многосвязные области. Интегральная формула Коши. Существование производных всех порядков у голоморфных функций. Формулы Коши для производных. Первообразная от функции комплексного пере-менного. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера. | Пр  | 3 | 4  |  |  |
| 3.3 | Криволинейные интегралы функций комплексного переменного. Интегралы по замкнутому контуру. Теорема Коши.  | Ср  | 3 | 10 |  |  |
|     | Раздел 4. Ряды Тейлора и Лорана   |     |   |    |  |  |

|     |   |     |   |   |  |  |
|-----|---|-----|---|---|--|--|
| 4.1 | <p>Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о круге сходимости, формула Коши – Адамара. Ло-кально равномерная сходимость степенного ряда. Действия со степенными рядами, почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов.</p> <p>Теорема о представлении голоморфной функции степенным рядом, оценка радиуса сходимости. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда.</p> <p>Ряды Лорана, структура области сходимости. Теорема о представлении голоморфной функции рядом Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.</p> | Лек | 3 | 3 |  |  |
|-----|---|-----|---|---|--|--|

|     |   |     |   |    |  |  |
|-----|---|-----|---|----|--|--|
| 4.2 | <p>Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о круге сходимости, формула Коши – Адамара. Ло-кально равномерная сходимость степенного ряда. Действия со степенными рядами, почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов.</p> <p>Теорема о представлении голоморфной функции степенным рядом, оценка радиуса сходимости. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда.</p> <p>Ряды Лорана, структура области сходимости. Теорема о представлении голоморфной функции рядом Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.</p> | Пр  | 3 | 2  |  |  |
| 4.3 | <p>Степенные ряды. Ряды Лорана. Правильная и главная части рядов Лорана.</p> <p>Разложений функций в степенные ряды Лорана.</p>   | Ср  | 3 | 15 |  |  |
|     | Раздел 5. Изолированные особые точки и вычеты   |     |   |    |  |  |
| 5.1 | <p>Классификация и критерии изолированной особой точки на бесконечности.</p> <p>Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема Коши о вычетах. Теорема о сумме вычетов.</p>  | Лек | 3 | 4  |  |  |
| 5.2 | <p>Классификация и критерии изолированной особой точки на бесконечности.</p> <p>Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема Коши о вычетах. Теорема о сумме вычетов.</p>  | Пр  | 3 | 2  |  |  |

|     |  |    |   |   |  |  |
|-----|--|----|---|---|--|--|
| 5.3 | Классификация и критерии изолированной особой точки на бесконечности. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема Коши о вычетах. Теорема о сумме вычетов. | Ср | 3 | 7 |  |  |
|-----|--|----|---|---|--|--|

### Образовательные технологии

Лекции с применением мультимедийной техники.

### Список образовательных технологий

|   |  |
|---|--|
| 1 | Активное слушание  |
| 2 | Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.) |
| 3 | Занятия с применением затрудняющих условий   |

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

См. Приложение 1

### 8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

См. Приложение

### 8.3. Требования к рейтинг-контролю

Рейтинг за семестр

Первая контрольная точка. Содержание модуля 1: Темы 1, 2.

Всего за модуль – 40 баллов, из них 15 – текущая работа студентов, 20 – рубежная контрольная работа, 5 – посещаемость студентами лекций и лабораторных занятий.

Вторая контрольная точка. Содержание модуля 2: Темы 3 – 5.

Всего за модуль – 60 баллов, из них 20 – текущая работа студентов, 30 – рубежная контрольная работа, 10 – посещаемость студентами лекций и лабораторных занятий.

Программой предусматривается выполнение письменных контрольных работ в качестве форм рубежного контроля в конце каждого модуля. Для подготовки к рубежному контролю предполагается выполнение домашних заданий по каждой пройденной в течение модуля теме и использование банка контрольных вопросов и заданий УМК.

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 9.1. Рекомендуемая литература

#### 9.1.1. Основная литература

| Шифр | Литература  |
|------|---|
| Л1.1 | Эйдерман, Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-05498-9, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/538317">https://urait.ru/bcode/538317</a> |

|      |   |
|------|---|
| Л1.2 | Ганичева А. В., Основы теории функции комплексной переменной. Операционное исчисление, Санкт-Петербург: Лань, 2023, ISBN: 978-5-507-47283-3, URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/353696">https://e.lanbook.com/book/353696</a> |
|------|---|

### 9.1.2. Дополнительная литература

| Шифр | Литература   |
|------|--|
| Л2.1 | Рубашкина, Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа, Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016, ISBN: 978-5-16-011858-1, URL: <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=17915">https://znanium.com/catalog/document?id=17915</a> |
| Л2.2 | Гарипов Д. С., Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Интегральное исчисление функций одной переменной. Комплексные числа, Самара: СамГУПС, 2022, ISBN: , URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/379319">https://e.lanbook.com/book/379319</a>                   |
| Л2.3 | Волков Ю. В., Ермолаева Н. Н., Козынченко В. А., Курбатова Г. И., Практические занятия по алгебре. Комплексные числа, многочлены, Санкт-Петербург: Лань, 2022, ISBN: 978-5-8114-1743-8, URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211694">https://e.lanbook.com/book/211694</a>         |
| Л2.4 | Данилкина О. Ю., Шур В. Л., Сеницкий А. Ю., Теория функций комплексной переменной, Самара: СамГУПС, 2011, ISBN: , URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/130275">https://e.lanbook.com/book/130275</a>   |
| Л2.5 | Казунина Г. А., Чередниченко А. В., Липина Г. А., Специальные главы математики, Кемерово: КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2016, ISBN: 978-5-906888-35-8, URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/105433">https://e.lanbook.com/book/105433</a>   |

### 9.3.1 Перечень программного обеспечения

|   |                      |
|---|----------------------|
| 1 | Adobe Acrobat Reader |
|---|----------------------|

### 9.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

|   |             |
|---|-------------|
| 1 | ЭБС «Лань»  |
| 2 | ЭБС ТвГУ    |
| 3 | ЭБС «ЮРАИТ» |

## 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Аудит-я | Оборудование   |
|---------|--|
| 3-226   | комплект учебной мебели, Микшерный пульт, Аудиокомплект, Интерактивная система, проектор, Телекоммуникационные шкафы, экран, компьютер |
| 3-228   | комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран   |

## 11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Самостоятельная работа студентов предполагает:

- обязательное выполнение заданий, предусмотренных в рамках проведения лекций и практических занятий;
- углубленное изучение литературы по пройденным темам и по вопросам, дополнительно указанным преподавателем;
- использование материалов УМК для систематизации знаний и подготовке к занятиям и контрольным работам.