

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Лельчицкий Игорь Лавылович
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности
Дата подписания: 15.06.2026 12:35
Уникальный программный ключ:
aa5b5ee17d97a2e4d94e98e995320af94f043ce2

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ПА:
Граф С.Ю.
«29» марта 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (или модуля) (с аннотацией)

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Научная специальность

1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Для аспирантов 3 курса

Составитель: *к.ф.-м.н., доцент Граф С.Ю.*

Тверь, 2023

I. Аннотация

1. Наименование дисциплины (или модуля) в соответствии с учебным планом – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

2. Цель и задачи дисциплины (или модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование у аспирантов глубоко проработанного теоретического фундамента и современных компетенций в области вещественного, комплексного и функционального анализа, необходимых для проведения фундаментальных и прикладных исследований в рамках научной специальности 1.1.1 и успешного прохождения кандидатского экзамена.

Задачами освоения дисциплины являются:

- систематизация и углубление знаний о локальных и глобальных свойствах функций вещественных переменных, мере и интеграле Лебега, функциональных рядах;

- изучение теории аналитических функций одного и многих комплексных переменных, аналитического продолжения, граничных свойств и конформных отображений;

- формирование компетенций в области функционального анализа: теории нормированных и банаховых пространств, операторов, спектральной теории, обобщенных функций;

- подготовка аспирантов к самостоятельной научной работе и написанию диссертации;

- обеспечение подготовки к кандидатскому экзамену по специальности.

3. Объем дисциплины (или модуля):

5 зачетных единиц, 180 академических часа, в том числе **контактная работа:** лекции 10 часов; практические занятия 10 часов; **самостоятельная работа:** 160 часов.

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (или модулю):

Формируемые компетенции:

ПК-1 способность изучать, совершенствовать и получать новые научные результаты в теории функций вещественного и комплексного переменного

ПК-2 способность изучать, совершенствовать и получать новые научные результаты в области функционального анализа

5. Форма промежуточной аттестации – кандидатский экзамен

II. Содержание дисциплины (или модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

| Наименование разделов и тем | Всего (час.) | Контактная работа (час.) | Самостоятельная работа (час.) |
|---|---------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| | | Лекции | Практические занятия |
| Раздел 1. Вещественный анализ | 48 | 3 | 3 |
| 1.1. Локальные и глобальные свойства функций вещественных переменных | 12 | 1 | 1 |
| 1.2. Мера и интеграл Лебега на прямой | 16 | 1 | 1 |
| 1.3. Дифференциальные свойства функций, теория производных | 10 | 0.5 | 0.5 |
| 1.4. Функциональные (ортогональные) ряды и их приложения | 10 | 0.5 | 0.5 |
| Раздел 2. Комплексный анализ | 54 | 3 | 3 |
| 2.1. Аналитические функции одного комплексного переменного | 14 | 1 | 1 |
| 2.2. Аналитические функции многих комплексных переменных | 12 | 0.5 | 0.5 |
| 2.3. Аналитическое продолжение, граничные свойства аналитических функций | 12 | 1 | 1 |
| 2.4. Конформные отображения, геометрическая теория функций | 10 | 0.5 | 0.5 |
| 2.5. Краевые задачи для аналитических функций, теория потенциала | 6 | 0.5 | 0.5 |
| Раздел 3. Функциональный анализ | 78 | 4 | 4 |
| 3.1. Теория векторных пространств, геометрия нормированных пространств | 16 | 1 | 1 |
| 3.2. Линейные операторы и функционалы, теория банаховых алгебр | 18 | 1 | 1 |
| 3.3. Спектральная теория операторов, теория возмущений | 14 | 0.5 | 0.5 |
| 3.4. Интегрирование и меры в функциональных пространствах | 12 | 0.5 | 0.5 |
| 3.5. Теория обобщенных функций, специальные функции и интегральные преобразования | 14 | 0.5 | 0.5 |
| 3.6. Вариационное исчисление, теория рассеяния | 4 | 0.5 | 0.5 |
| ИТОГО | 180 | 10 | 10 |

III. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Для дисциплины, заканчивающейся кандидатским экзаменом: Перечень вопросов для подготовки к экзамену:

Локальные и глобальные свойства функций вещественных переменных. Теоремы Вейерштрасса, Католееса.

Мера Лебега на прямой. Свойства меры, измеримые функции.

Интеграл Лебега. Сравнение с интегралом Римана. Теоремы о переходе к пределу под интегралом.

Сходимость функциональных рядов. Теорема Дини, равномерная сходимость.

Ортогональные ряды. Полнота систем, ряды Фурье.

Функции комплексного переменного. Аналитические функции, условия Коши-Римана.

Интегральная формула Коши, свойства аналитических функций.

Ряды Лорана, изолированные особые точки

Аналитическое продолжение. Теорема Монтеля, граничные свойства.

Конформные отображения. Теорема Римана о отображении, биголоморфные функции.

Краевые задачи для аналитических функций. Задача Дирихле, задача Гильберта.

Нормированные пространства. Банаховы пространства, теорема Хана-Банаха.

Линейные операторы. Нормы операторов, теорема об открытом отображении.

Спектральная теория операторов. Спектр самопараллельного оператора, спектральное разложение.

Банаховы алгебры. Теорема Гельфанда, спектр в алгебре.

Меры в функциональных пространствах. Интеграл по мере, теорема Радона-Никодима.

Обобщенные функции.

Специальные функции. Функции Бесселя, сферические функции.

Интегральные преобразования. Преобразование Фурье, Лапласа.

Вариационное исчисление. Прямые методы, теорема существования.

Критерии оценивания и шкала оценивания:

| | Оценка | Критерии |
|---|---------------|--|
| 5 | Отлично | Полное и глубокое знание теории, способность к самостоятельному доказательству теорем, уверенное решение сложных задач, умение связывать различные разделы анализа |
| 4 | Хорошо | Знание теории, умение доказывать основные теоремы, решение стандартных и нескольких усложненных задач, небольшие ошибки в деталях |

| | | |
|---|---------------------|--|
| 3 | Удовлетворительно | Знание основных понятий и теорем, умение доказывать простейшие теоремы, решение базовых задач, существенные пробелы в углубленной теории |
| 2 | Неудовлетворительно | Незнание основных понятий, неспособность доказать простейшие теоремы, неспособность решить базовые задачи |

IV. Образовательные технологии

| Учебная программа – наименование разделов и тем | Вид занятия | Образовательные технологии |
|---|------------------------|--|
| Раздел 1. Вещественный анализ (1.1–1.4) | Лекции | Лекция (традиционная, лекция-визуализация) |
| Раздел 1. Вещественный анализ (1.1–1.4) | Практические занятия | Мозговой штурм, метод case-study |
| Раздел 2. Комплексный анализ (2.1–2.5) | Лекции | Лекция-визуализация (геометрическая теория функций) |
| Раздел 2. Комплексный анализ (2.1–2.5) | Практические занятия | Метод группового решения творческих задач (метод Дельфи) |
| Раздел 3. Функциональный анализ (3.1–3.6) | Лекции | Лекция вдвоем (операторы + спектральная теория) |
| Раздел 3. Функциональный анализ (3.1–3.6) | Практические занятия | Case-study, тренинг по решению задач на операторы |
| Все разделы | Самостоятельная работа | Портфолио, информационные (цифровые) технологии |
| Подготовка к экзамену | Коллоквиум | Дискуссионные технологии (панельная дискуссия, фасилитированная дискуссия) |

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература

Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 572 с. — ISBN 978-5-9221-0266-7

Рудин У. Функциональный анализ. — СПб.: Лань, 2005. — 444 с. — ISBN 5-8114-0759-1

Владимиров В.С. Уравнения математической физики. 4-е изд., испр. и доп. — М.: Наука, 1981. — 512 с.

Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Часть 1. Функции одного переменного. 4-е изд., стер. — СПб.: Лань-Пресс, 2004. — 336 с. — ISBN 5-8114-0568-5

Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. 1, 2. 3-е изд. — СПб.: Лань, 2009. — 480 с.

Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-0976-1

б) Дополнительная литература

Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Введение в теорию функций действительного переменного. Мера и интеграл Лебега на прямой. — Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2011. — 164 с.

Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. — М.: Мир, 1976. — 398 с.

У. Рудин. Основы математического анализа. — СПб.: Лань, 2004. — 368 с.

Садовничий В.А. Теория операторов. — М.: Дрофа, 2004. — 320 с.

Вулих Б.З. Краткий курс теории функций вещественной переменной. Введение в теорию интеграла. — М.: Наука, 1973. — 288 с.

Смолянов О.Г., Шавгулидзе Е.Т. Континуальные интегралы. — М.: ЛЕНАНД, 2015. — 224 с.

Браттели У., Робинсон Д. Операторные алгебры и квантовая статистическая механика. — М.: Мир, 1982. — 512 с.

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы (*Доступ с компьютеров сети ТвГУ*)

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com;
2. ЭБС «ЮРАИТ» www.biblio-online.ru;
3. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/> ;
4. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>;
5. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
6. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru/>
7. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
8. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp? ;

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- <https://e.lanbook.com> — Электронно-библиотечная система «Лань» (основная литература)
- <https://www.mathecon.cz/uw/> — Материалы по вещественному и функциональному анализу
 - <https://math.stackexchange.com> — Форум по математике
 - <https://arxiv.org> — Архив предварительных научных статей (математика)

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

- Google Chrome,

- Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows,
- MS Office 365 pro plus,
MS Windows 10 Enterprise

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания к практическим занятиям по каждому разделу (с примерами решения задач).

Сборник задач по вещественному, комплексному и функциональному анализу (включает задачи уровня кандидатского экзамена).

Глоссарий основных понятий и определений по дисциплине.

Примеры экзаменационных билетов кандидатского экзамена за последние 5 лет.

Рекомендации по подготовке к кандидатскому экзамену.

VII. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническая база необходимая и применяемая для осуществления образовательного процесса и программное обеспечение по дисциплине включает:

- специальные помещения (аудитории), укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации в аудитории;
- мультимедийное оборудование (ноутбук, экран и проектор);
- ПК для работы студентов в компьютерном классе с выходом в Интернет.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

| № п.п. | Обновленный раздел рабочей программы дисциплины | Описание внесенных изменений | Реквизиты документа, утвердившего изменения |
|--------|---|------------------------------|---|
| 1. | | | |
| 2. | | | |