

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 09.09.2024 12:08:35  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:

Руководитель ООП:

 Шаров Г.С.  
«28» 05 2024 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Дискретная математика и математическая логика

Направление подготовки

02.03.03 — Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем

Профиль подготовки

Математические основы информатики

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Для студентов 1 курса

Форма обучения

Очная

Составитель:

к.ф.-м.н. Рыбаков М.Н.

Тверь – 2024

## I. Аннотация

### 1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины являются: освоение основ фундаментальных знаний, позволяющих разобраться в математическом описании проблем, связанных с математической логикой, умение решать стандартные задачи, давать интерпретацию полученным результатам.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП подготовки специалиста

Дисциплина относится к обязательной части блока дисциплин, формирует универсальные и общепрофессиональные компетенции.

Предварительные знания, необходимые для освоения дисциплины, — это знания, полученные при изучении школьной программы по математическим дисциплинам, а также знания основ компьютерных наук.

### 3. Объем дисциплины:

8 зачетных единиц, 288 академических часов, **в том числе**

**контактная работа:** лекции 36 часов, практические занятия 72 часа, **самостоятельная работа:** 180 часов.

### 4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя её базовые составляющие УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Определяет круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними УК-2.2 Предлагает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; оценивает предложенные способы с точки зрения соответствия цели проекта

<p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Оперировать базовыми знаниями в области основных математических и естественно-научных дисциплин, предусмотренных учебным планом  ОПК-1.2 Решает типовые задачи основных математических и естественно-научных дисциплин, применяя стандартные приемы и методы  ОПК-1.3 Выбирает различные методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных при изучении основных математических и естественно-научных дисциплин</p> <p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>
--	---

### 5. Формы промежуточной аттестации

Зачет в 1-ом семестре, экзамен во 2-ом.

6. Язык преподавания – русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

#### 1. Структура дисциплины для студентов очной формы обучения

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)	
		Лекции		Практические занятия			Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)
		всего	в т.ч. практическая подготовка	всего	в т.ч. практическая подготовка		
1. Алгебра и логика высказываний	60	6		12	2	42	
2. Логика предикатов	80	10		20	2	50	

3. Неразрешимость логики предикатов	80	12		24			44
4. Исчисления	68	8		16			44
ИТОГО	288	36		72	4		180

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Алгебра и логика высказываний	Лекция, практическое занятие	Активное слушание, лекция, методы группового решения задач
2. Логика предикатов	Лекция, практическое занятие	Активное слушание, лекция, методы группового решения задач
3. Неразрешимость логики предикатов	Лекция, практическое занятие	Активное слушание, лекция, методы группового решения задач
4. Исчисления	Лекция, практическое занятие	Активное слушание, лекция, методы группового решения задач

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

#### 1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций.

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Докажите тождественную истинность формулы логики предикатов, приведите пример выполнимой формулы.	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 7 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 6 баллов. Большое количество ошибок – 0 баллов.

	Докажите справедливость заданной равносильности формул, приведите примеры формул, описывающих рассуждения «от противного».	Правильное выполнение задания – 5 баллов. Наличие отдельных ошибок – 2 – 4 балла. Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов.
	Выясните, какие из данных формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.	Глубокие знания – 4 балла. Неуверенные знания – 2 – 3 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Докажите неразрешимость проблемы выполнимости формул логики предикатов.	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 7 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 6 баллов. Большое количество ошибок – 0 баллов.
	Приведите примеры тождественно истинных и тождественно ложных формул логики предикатов.	Правильное выполнение задания – 5 баллов. Наличие отдельных ошибок – 2 – 4 балла. Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов.
	Постройте таблицу истинности для формулы $(\neg A \vee B) \wedge (A \rightarrow B)$	Глубокие знания – 4 балла. Неуверенные знания – 2 – 3 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов

## 2. Экзаменационные вопросы и задания по учебной дисциплине.

- Высказывания. Пропозициональные связки  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\neg$ ,  $\leftrightarrow$ , истинностные таблицы. Основные равносильности логики высказываний. Построение кнф, днф, скнф, сднф.
- Предикаты и кванторы. Интерпретация логики предикатов. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты. Примеры.
- Формулы логики предикатов. Запись на языке логики предикатов. Свободные и связанные вхождения переменной в формулу. Ограниченные кванторы.
- Равносильные формулы логики предикатов. Основные равносильности логики предикатов. Префиксная нормальная форма.

- Разрешимые и неразрешимые проблемы; кодирование машин Тьюринга; неразрешимость проблемы самоприменимости машин Тьюринга.
- Нетривиальные и инвариантные свойства машин Тьюринга, теорема Райса–Успенского, неразрешимость проблемы остановки машин Тьюринга.
- Теорема Чёрча о неразрешимости логики предикатов первого порядка.
- Понятие исчисления. Вывод и выводимость в исчислении. Исчисление высказываний.
- Теорема о дедукции.
- Теорема о полноте для исчисления высказываний.
- Метод резолюций для логики высказываний.
- Исчисление предикатов. Теорема о дедукции.
- Теорема о полноте для исчисления предикатов.
- Метод резолюций.
- Рекурсивная перечислимость множеств.
- Рекурсивная перечислимость множества тождественно истинных формул первого порядка.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература**

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс] : учебное пособие. - М.: Litres, 2022 . -. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>
2. Унучек С. А. Математическая логика [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. А. Унучек. - Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 240 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69312.html>

### **б) Дополнительная литература**

1. Триумфгородских М.В. Дискретная математика и математическая логика для информатиков, экономистов и менеджеров [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. В. Триумфгородских. - М. : Диалог-МИФИ, 2011. - 180 с. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=136106>

### **2) Программное обеспечение**

#### **а) Лицензионное программное обеспечение**

1. Kaspersky Endpoint Security 10 (акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022)

#### **б) Свободно распространяемое программное обеспечение**

1. Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО

2. ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО
3. OpenOffice Бесплатное ПО, лицензионное соглашение:  
<https://wiki.openoffice.org/wiki/RU/license/lmpl>
4. Google Chrome бесплатное ПО
5. Яндекс Браузер бесплатное ПО

### **3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com) ;
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/> ;
3. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>;
4. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
5. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru/>
6. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
7. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

### **4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:**

1. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. МЦНМО, 2008.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=9307](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=9307)
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции. МЦНМО, 2008.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=9308](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=9308)
3. Успенский В.А. Вводный курс математической логики. Физматлит, 2007.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2355](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2355)
4. Рыбаков М.Н. Видеокурс «Логика», 2022.  
<https://openedu.ru/course/hse/Logics/>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины**

Для полноценного усвоения курса студенту необходимо овладеть основными понятиями дисциплины, знать определения, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этим определениям, а также примеры объектов, не удовлетворяющих им. Кроме того, необходимо знать факты, связанные с изучаемыми понятиями. Требуется знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями. Студент должен освоить доказательства основных утверждений и фактов, изучаемых в рамках дисциплины. Часть из этих доказательств целесообразно обсуждать на практических занятиях, например, в форме опроса или докладов.

## Примеры заданий для текущей и промежуточной аттестации

**6.** Проверьте правильность рассуждения.

Если подозреваемый совершил эту кражу, то либо она была тщательно подготовлена, либо он имел соучастника. Если бы кража была подготовлена тщательно, то, если бы был соучастник, украдено было бы гораздо больше. Значит, подозреваемый невиновен.

**7.** Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow \neg(C \wedge B), \quad (C \rightarrow B) \wedge \neg(A \wedge \neg B), \quad (\neg C \vee B) \wedge (A \rightarrow B)$$

**8.** Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$(A \vee \neg B \rightarrow A \wedge C) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg A) \vee (B \wedge \neg C)$$

**9.** Докажите справедливость следующей равносильности:

$$\neg(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \equiv \neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n.$$

10.

**11.** Проверьте правильность рассуждения.

Заработная плата возрастет, только если будет инфляция. Если стоимость жизни не увеличится, то инфляции не будет. Заработная плата возрастает. Следовательно, увеличится стоимость жизни.

**12.** Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(\neg A \leftrightarrow B) \rightarrow \neg(C \rightarrow \neg B), \quad (\neg A \vee \neg B) \wedge (C \rightarrow \neg B), \quad (A \rightarrow \neg B) \wedge \neg(C \wedge B)$$

**13.** Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$(\neg A \vee C) \wedge (B \rightarrow (B \rightarrow (B \rightarrow A)))$$

**14.** Докажите справедливость следующей равносильности:

$$\neg(A_1 \vee \dots \vee A_n) \equiv \neg A_1 \wedge \dots \wedge \neg A_n.$$

**15.** Проверьте правильность рассуждения.

Если он принадлежит к нашей компании, то он храбр и на него можно положиться. Он не принадлежит к нашей компании. Значит, он не храбр или же на него нельзя положиться.

**16.** Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(\neg A \rightarrow B) \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg B \wedge \neg A), \quad (\neg A \vee \neg B) \vee (C \rightarrow \neg B),$$

$$\neg (\neg (A \rightarrow \neg B) \wedge (C \wedge B))$$

17. Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$\neg ((A \rightarrow \neg (B \rightarrow \neg C \vee A)) \wedge (B \rightarrow A \wedge C))$$

18. Докажите справедливость следующей равносильности:

$$A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow (A_3 \rightarrow \dots \rightarrow (A_n \rightarrow B) \dots )) \equiv A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B.$$

19. Выясните, являются ли следующие формулы тождественно истинными:

$$(\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x)),$$

$$\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)).$$

20. Построить вывод данной формулы в исчислении высказываний.

### Темы курсовых работ.

- Разрешимые теории первого порядка
- Логика одноместных предикатов
- Равенство и нормальные модели
- Неразрешимость логики двухместного предиката
- Неаксиоматизируемость теории конечных моделей
- Полнота исчисления высказываний
- Полнота исчисления предикатов

### Вопросы к экзамену

2. Высказывания. Пропозициональные связки  $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow$ , истинностные таблицы. Основные равносильности логики высказываний. Построение кнф, днф, скнф, сднф.
3. Предикаты и кванторы. Интерпретация логики предикатов. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты. Примеры.
4. Формулы логики предикатов. Запись на языке логики предикатов. Свободные и связанные вхождения переменной в формулу. Ограниченные кванторы.
5. Равносильные формулы логики предикатов. Основные равносильности логики предикатов. Префиксная нормальная форма.
6. Разрешимые и неразрешимые проблемы; кодирование машин Тьюринга; неразрешимость проблемы самоприменимости машин Тьюринга.
7. Нетривиальные и инвариантные свойства машин Тьюринга, теорема Райса–Успенского, неразрешимость проблемы остановки машин Тьюринга.

8. Теорема Чёрча о неразрешимости логики предикатов первого порядка.
9. Понятие исчисления. Вывод и выводимость в исчислении. Исчисление высказываний.
10. Теорема о дедукции.
11. Теорема о полноте для исчисления высказываний.
12. Метод резолюций для логики высказываний.
13. Исчисление предикатов. Теорема о дедукции.
14. Теорема о полноте.
15. Метод резолюций.
16. Рекурсивная перечислимость множеств.
17. Рекурсивная перечислимость множества тождественно истинных формул первого порядка.

#### **Требования к рейтинг-контролю.**

1. Распределение баллов между промежуточным и итоговым контролем: в первом семестре все 100 баллов отводятся на текущий контроль, во втором семестре 60 баллов – на текущий контроль и 40 баллов – на итоговый контроль (экзамен).
2. Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться, при этом должны быть выполнены следующие ниже условия.
3. На второй модуль должно быть отведено не менее 50% баллов, отведённых на промежуточный контроль.
4. Суммарно на письменные контрольные работы за два модуля должно быть отведено не менее 50% баллов, отведённых на промежуточный контроль.

#### **VII. Материально-техническое обеспечение**

Учебные аудитории, оснащенные средствами мультимедиа.

#### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п. п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1	Разделы II - VI	Приведение в соответствие новым требованиям	09.06.2017 г, протокол № 7
2	Разделы I, II, VI	Обновление содержания, по разделам; добавление разбивки баллов по модулям	20.04.2023 г, протокол № 7