

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Павлова Людмила Станиславовна
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности
Дата подписания: 26.11.2025 12:21:27
Уникальный программный ключ:
d1b168d67b4d7601372f8158b54869a0a60b0a21

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО Тверской государственный университет

Рассмотрено и рекомендовано
на заседании Ученого совета
математического факультета
В.П.Цветков
протокол №4 от 11.11.2025



УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ООП

19.11.2025 г.

Программа государственного экзамена

Направление подготовки

02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Профиль подготовки

Математическое и компьютерное моделирование

Тверь 2025г.

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена включены в состав государственной итоговой аттестации решением Ученого совета ТвГУ, входят в блок «Государственная итоговая аттестация», который в полном объеме относится к базовой части программы и завершается присвоением квалификации, указанной в перечне специальностей и направлений подготовки высшего образования, утверждаемом Министерством образования и науки Российской Федерации.

Целями подготовки к сдаче и сдачи государственного экзамена являются формирование и проверка уровня сформированности компетенций:

- ОПК-1 готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;
- ОПК-3 способность к самостоятельной научно-исследовательской работе;
- ОПК-4 способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем;
- ПК-1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области;
- ПК-2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;
- ПК-4 способность публично представлять собственные и известные научные результаты.

Порядок проведения государственного экзамена

Государственный экзамен проводится в соответствии с графиком учебного процесса и предшествует защите выпускной квалификационной работы.

В программе представлены дисциплины, формирующие общепрофессиональные и профессиональные компетенции: фундаментальная и компьютерная алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия, основы компьютерных наук, дифференциальная геометрия и топология, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, комплексный анализ, дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках, стохастический анализ, технология программирования и работа на ЭВМ, численные методы.

К участию в государственном экзамене допускаются студенты, не имеющие академической задолженности.

Государственный экзамен проводится в устной форме с использованием экзаменационных билетов. Общее количество вопросов программы – 47.

Предусмотрена возможность прохождения государственного экзамена с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий в системах Microsoft teams или lms.

Каждый билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу по темам, входящим в программу государственного экзамена. Теоретические вопросы служат для проверки сформированности компетенций ОПК-1, ОПК-3, ПК-1 и ПК-4, задача – для проверки сформированности компетенций ОПК-4 и ПК-2. В качестве вопросов формулируются основные теоретические положения, предполагающие их развернутое обоснование при ответе. Формулировка каждого вопроса четко определяет рамки и объем содержания ответа. В приложении по каждому разделу указан рекомендуемый источник, доступный для использования в процессе подготовки к экзамену.

В начале экзамена каждый студент получает один экзаменационный билет. Замена билетов не допускается. Длительность подготовки студентом ответов на вопросы экзаменационного билета не должна превышать 2 академических часов, при этом студент вправе отвечать на вопросы экзаменационного билета без подготовки.

Ответ студента производится в форме выступления перед членами государственной экзаменационной комиссии, допускается использование записей, сделанных студентом при подготовке к ответу на вопросы комиссии. Продолжительность ответа 10–15 минут. Членами государственной экзаменационной комиссии студенту могут быть заданы дополнительные вопросы, относящиеся к дисциплинам, входящим в программу государственного экзамена.

Возможные оценки на государственном экзамене: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Результаты проведения государственного экзамена оглашаются после окончания государственного экзамена в день его проведения.

За каждый теоретический вопрос членами ГЭК студенту выставляется от 0 до 12 баллов согласно критериям оценки уровня сформированности компетенций ОПК-1, ОПК-3, ПК-1 и ПК-4. За задачу членами ГЭК студенту выставляется от 0 до 6 баллов согласно критериям оценки уровня сформированности компетенций ОПК-4 и ПК-2. Критерии оценки уровня сформированности компетенций приведены в таблице.

Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Компетенция	Критерий	Шкала оценивания
ОПК-1	Определяется уровень знаний теоретических и методологических основ фундаментальных математических дисциплин.	<p><i>Ответ верный и полный</i> – 3 балла</p> <p><i>Ответ верный, но неполный</i> – 2 балла</p> <p><i>В ответе имеются ошибки</i> – 1 балл</p> <p><i>Ответ неверный или ответа нет</i> – 0 баллов</p>
ОПК-3	Определяется уровень знаний теоретических и методологических основ фундаментальных математических дисциплин.	<p><i>Ответ верный и полный</i> – 3 балла</p> <p><i>Ответ верный, но неполный</i> – 2 балла</p> <p><i>В ответе имеются ошибки</i> – 1 балл</p> <p><i>Ответ неверный или ответа нет</i> – 0 баллов</p>
ОПК-4	Оценивается владение умениями и навыками, приобретаемым	<i>Умения и навыки сформированы полностью</i>

	обучающимися в процессе освоения учебных дисциплин.	<p>– 3 балла</p> <p><i>Умения и навыки сформированы частично</i></p> <p>– 2 балла</p> <p><i>Сформированы отдельные умения и навыки</i></p> <p>– 1 балл</p> <p><i>Умения и навыки не сформированы</i></p> <p>– 0 баллов</p>
ПК-1	Определяется уровень знаний теоретических и методологических основ фундаментальных математических дисциплин.	<p><i>Ответ верный и полный</i></p> <p>– 3 балла</p> <p><i>Ответ верный, но неполный</i></p> <p>– 2 балла</p> <p><i>В ответе имеются ошибки</i></p> <p>– 1 балл</p> <p><i>Ответ неверный или ответа нет</i></p> <p>– 0 баллов</p>
ПК-2	Оценивается владение умениями и навыками, приобретаемым обучающимися в процессе освоения учебных дисциплин.	<p><i>Умения и навыки сформированы полностью</i></p> <p>– 3 балла</p> <p><i>Умения и навыки сформированы частично</i></p> <p>– 2 балла</p> <p><i>Сформированы отдельные умения и навыки</i></p> <p>– 1 балл</p> <p><i>Умения и навыки не сформированы</i></p> <p>– 0 баллов</p>

ПК-4	Оценивается владение умениями и навыками, приобретаемым обучающимися в процессе освоения учебных дисциплин.	<p><i>Речь четкая, научный стиль выдержан полностью</i> – 3 балла</p> <p><i>Речь четкая, научный стиль выдержан частично</i> – 2 балла</p> <p><i>Речь нечеткая, научный стиль выдержан частично</i> – 1 балл</p> <p><i>Речь нечеткая, научный стиль не выдержан или ответа нет</i> – 0 баллов</p>
------	---	---

Общая сумма баллов за ответ на государственном экзамене составляет от 0 до 30 баллов.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со шкалой перевода полученных баллов.

Первичный балл	Итоговая оценка
25-30 баллов	«отлично»
21-24 баллов	«хорошо»
15-20 баллов	«удовлетворительно»
0-14 баллов	«неудовлетворительно»

Образцы экзаменационных билетов

Билет № 1

1. Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней n – ой степени из 1.
2. Метод Ньютона решения нелинейных алгебраических уравнений.
3. Найдите все решения уравнения $y'' - 5y' + 6y = 6x + 1$.

Билет № 2

1. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Критерий взаимной простоты двух многочленов.
2. Изолированные особые точки. Классификация. Вычет в изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе первого и n -го порядков.
3. Вычислить определенный интеграл

$$J = \int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx.$$

Билет № 3

1. Понятие предела числовой последовательности и его основные свойства.
2. Схема независимых испытаний, формулы Бернулли, приближенные формулы для расчета биномиальных вероятностей.
3. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = e^x$, которая перпендикулярна прямой $y = -x$.

Содержание программы

Фундаментальная и компьютерная алгебра

1. Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней n -ой степени из 1.
2. Понятие линейного пространства и его базиса. Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований.
3. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений. Ядро линейного оператора и его образ.
4. Положительные определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
5. Базисы Грёбнера. Определение базисов Грёбнера. Базисы Грёбнера в полиномиальных, дифференциальных и разностных модулях. Инволютивные базисы.

Математический анализ

6. Предел и непрерывность функции в точке. Основные свойства.

7. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижении экстремальных значений функции, непрерывной на отрезке.
8. Дифференцируемость числовой функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость композиции функций и обратной функции.
9. Необходимые и достаточные условия экстремума функций одной вещественной переменной.
10. Понятие интеграла Римана. Основные свойства интеграла.
11. Первообразная и неопределенный интеграл.
12. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
13. Функциональные последовательности и ряды. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
14. Степенные ряды. Структура области сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
15. Тригонометрические ряды Фурье. Формула для частичных сумм Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля для тригонометрических рядов.
16. Мера открытого ограниченного множества на прямой. Основные свойства меры.
17. Измеримые функции и их свойства.
18. Интеграл Лебега от ограниченной функции. Определение интеграла Лебега. Теорема о среднем, интеграл от константы.
19. Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах.
20. Моногенные и голоморфные функции. Условия Коши-Римана. Критерий моногенности функции в точке.
21. Изолированные особые точки. Классификация. Вычет в изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе первого и n -го порядков.

Аналитическая геометрия

22. Различные виды уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
23. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов в пространстве. Определения свойства, выражение через координаты.

- 24.Определение кривых второго порядка, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы кривых второго порядка, теорема об эксцентриситете.
- 25.Построение алгебраических кривых и поверхностей в системе символьной математике MAPLE

Основы компьютерных наук

- 26.Алфавит языка C++. Простые типы данных.
- 27.Язык программирования C++. Переменные. Выражения. Операторы присваивания. Оператор перехода. Блоки и пустые операторы. Условный оператор.
- 28.Язык программирования C++. Оператор выбора. Оператор цикла while. Оператор цикла do. Оператор цикла for.
- 29.Массивы и строки в C++.

Дифференциальная геометрия и топология

- 30.Формулы Френе плоской кривой.
- 31.Кривизна и кручение пространственной кривой.
- 32.Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности.
- 33.Нормальные сечения. Вторая квадратичная форма поверхности.

Дифференциальные уравнения

- 34.Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Задача Коши. Теорема о существовании решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
- 35.Линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Методы нахождения общего решения.
- 36.Понятие устойчивости по Ляпунову. Первый и второй методы Ляпунова исследования устойчивости решений систем дифференциальных уравнений.

Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках

37. Логико-математические языки: язык логики высказываний и язык логики предикатов. Выполнимость и тождественная истинность. Основные законы логики.
38. Алгоритмические проблемы в математике. Некоторые формализации понятия алгоритма: машины Тьюринга и конечные автоматы. Разрешимые и неразрешимые проблемы.
39. Булевы функции, алгебра логики. Выразимость, функциональная полнота и функциональная замкнутость. Критерий Поста функциональной полноты системы булевых функций.

Стохастический анализ

40. Схема независимых испытаний, формулы Бернулли, приближенные формулы для расчета биномиальных вероятностей.
41. Статистические модели, характеристика стандартных параметрических моделей, методы оценки параметров.

Технология программирования и работа на ЭВМ

42. Программирование в системе MAPLE. Операторы for, if, while. Процедуры в MAPLE.
43. Классы и объекты в C++.
44. Функции (подпрограммы) C++.

Численные методы

45. Аппроксимация численных массивов многочленами методом наименьших квадратов. Оценка погрешности аппроксимации.
46. Вычисление определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеции, Симпсона. Точностные оценки формул интегрирования.
47. Метод Ньютона решения нелинейных алгебраических уравнений.

Приложение к программе государственного экзамена для бакалавров

Список литературы для подготовки к экзамену

Фундаментальная и компьютерная алгебра

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учебник / А.Г. Курош. - Москва: Лань, 2013. - 431 с.: ил. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=30198
2. Глухов М.М. Алгебра / Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. - Москва: Лань", 2015. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67458
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: Основные структуры алгебры / А. И. Кострикин.- Москва: МЦНМО, 2009. - 272 с. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по математическим специальностям. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399

Математический анализ

1. Математический анализ. Теория и практика: учебное пособие / В.С. Шипачев. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=469727>
2. Гурьянова, К.Н. Математический анализ: учебное пособие / К.Н. Гурьянова, У.А. Алексеева, В.В. Бояршинов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 332 с. - ISBN 978-5-7996-1340-2 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275708>
3. Будаев, В.Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] : учеб. / В.Д. Будаев, М.Я. Якубсон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 456 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96244>

Аналитическая геометрия

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.- Санкт-Петербург: Лань, 2009. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=493
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии: учебник для студентов вузов.- Москва: Физматлит, 2014. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=537806>

Основы компьютерных наук

1. Компьютерные науки. Деревья, операционные системы, сети / И.Ф. Астахова, И.К. Астанин, И.Б. Крыжко. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 88 с.: 60х90 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9221-1449-3. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=428176>
2. Грошев, А.С. Информатика : учебник для вузов / А.С. Грошев. - Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 484 с. : ил. - Библиогр.: с. 466. - ISBN 978-5-4475-5064-6 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428591>

Дифференциальная геометрия и топология

1. Игнаточкина, Л.А. Топология для бакалавров математики: учебное пособие / Л.А. Игнаточкина. - М. : Прометей, 2016. - 88 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9907453-1-5 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437314>.
2. Паньженский, В.И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67459

Дифференциальные уравнения

1. Зайцев, В.Ф. Дифференциальные уравнения (структурная теория) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.Ф. Зайцев, Л.В. Линчук, А.В. Флегонтов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 500 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91888>
2. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.К.

Хеннер, Т.С. Белозерова, М.В. Хеннер. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96873>

Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов : учебное пособие. - М. : РИЦ "Техносфера", 2012. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>
2. Триумфгородских М. В. Дискретная математика и математическая логика для информатиков, экономистов и менеджеров : учебное пособие / М.В. Триумфгородских. - М. : Диалог-МИФИ, 2011. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=136106>

Стохастический анализ

1. Теория вероятностей и случайные процессы/Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0. — [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=546213>
2. Кацман, Ю. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы : учебник / Ю. Кацман ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет». - Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2013. - 131 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-4387-0173-6 ; То же [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=442107>

Технология программирования и работа на ЭВМ

1. Технология программирования: учебное пособие / Ю.Ю. Громов, О.Г. Иванова, М.П. Беляев, Ю.В. Минин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное

бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов: Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. - 173 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1207-4 ; То же [Электронный ресурс]. –Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277802>.

2. Программирование на языке высокого уровня. Программирование на языке Object Pascal : учеб. пособие / Т.И. Немцова, С.Ю. Голова, И.В. Абрамова ; под ред. Л.Г. Гагариной. — М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2018. — 496 с. + Доп. Материалы. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=944326>

Численные методы

1. Численные методы. Достоверное и точное численное решение дифференц.и алгебр.уравнений в САЕ-системах САПР: Уч.пос. / Маничев В.Б., Глазкова В.В., Кузьмина И.А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 152 с.: 60х90 1/16. - (ВО:Бакалавр.) (о) ISBN 978-5-16-010366-2. — [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=423817>
2. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 336 с.: ил.; 60х90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0333-9. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=370603>.