

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Павлова Людмила Станиславовна

Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности

Дата подписания: 26.11.2025 12:21:29

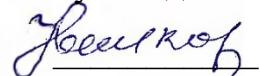
Уникальный программный ключ:

d1b168d67b4d7601372f8158b54869a0a60b0a21

Рассмотрено и рекомендовано
на заседании Ученого совета
математического факультета
В.П.Цветков
протокол №4 от 11.11.2025

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ООП



19.11.2025 г.



Программа государственного экзамена

Направление подготовки
02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Профиль подготовки
Математическое и компьютерное моделирование

Тверь 2025г.

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена включены в состав государственной итоговой аттестации решением Ученого совета ТвГУ, входят в блок «Государственная итоговая аттестация», который в полном объеме относится к базовой части программы и завершается присвоением квалификации, указанной в перечне специальностей и направлений подготовки высшего образования, утверждаемом Министерством образования и науки Российской Федерации.

Целями подготовки к сдаче и сдачи государственного экзамена являются формирование и проверка уровня сформированности компетенций:

- ОПК-1 готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;
- ОПК-3 способность к самостоятельной научно-исследовательской работе;
- ОПК-4 способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем;
- ПК-1 способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области;
- ПК-2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;
- ПК-4 способность публично представлять собственные и известные научные результаты.

Порядок проведения государственного экзамена

Государственный экзамен проводится в соответствии с графиком учебного процесса и предшествует защите выпускной квалификационной работы.

В программе представлены дисциплины, формирующие общепрофессиональные и профессиональные компетенции: фундаментальная и компьютерная алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия, основы компьютерных наук, дифференциальная геометрия и топология, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, комплексный анализ, дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках, стохастический анализ, технология программирования и работа на ЭВМ, численные методы.

К участию в государственном экзамене допускаются студенты, не имеющие академической задолженности.

Государственный экзамен проводится в устной форме с использованием экзаменационных билетов. Общее количество вопросов программы – 47.

Предусмотрена возможность прохождения государственного экзамена с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий в системах Microsoft teams или lms.

Каждый билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу по темам, входящим в программу государственного экзамена. Теоретические вопросы служат для проверки сформированности компетенций ОПК-1, ОПК-3, ПК-1 и ПК-4, задача – для проверки сформированности компетенций ОПК-4 и ПК-2. В качестве вопросов формулируются основные теоретические положения, предполагающие их развернутое обоснование при ответе. Формулировка каждого вопроса четко определяет рамки и объем содержания ответа. В приложении по каждому разделу указан рекомендуемый источник, доступный для использования в процессе подготовки к экзамену.

В начале экзамена каждый студент получает один экзаменационный билет. Замена билетов не допускается. Длительность подготовки студентом ответов на вопросы экзаменационного билета не должна превышать 2 академических часов, при этом студент вправе отвечать на вопросы экзаменационного билета без подготовки.

Ответ студента производится в форме выступления перед членами государственной экзаменационной комиссии, допускается использование записей, сделанных студентом при подготовке к ответу на вопросы комиссии. Продолжительность ответа 10–15 минут. Членами государственной экзаменационной комиссии студенту могут быть заданы дополнительные вопросы, относящиеся к дисциплинам, входящим в программу государственного экзамена.

Возможные оценки на государственном экзамене: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Результаты проведения государственного экзамена оглашаются после окончания государственного экзамена в день его проведения.

За каждый теоретический вопрос членами ГЭК студенту выставляется от 0 до 12 баллов согласно критериям оценки уровня сформированности компетенций ОПК-1, ОПК-3, ПК-1 и ПК-4. За задачу членами ГЭК студенту выставляется от 0 до 6 баллов согласно критериям оценки уровня сформированности компетенций ОПК-4 и ПК-2. Критерии оценки уровня сформированности компетенций приведены в таблице.

Критерии оценки уровня сформированности компетенций

Компетенция	Критерий	Шкала оценивания
ОПК-1	Определяется уровень знаний теоретических и методологических основ фундаментальных математических дисциплин.	<p><i>Ответ верный и полный</i> – 3 балла</p> <p><i>Ответ верный, но неполный</i> – 2 балла</p> <p><i>В ответе имеются ошибки</i> – 1 балл</p> <p><i>Ответ неверный или ответа нет</i> – 0 баллов</p>
ОПК-3	Определяется уровень знаний теоретических и методологических основ фундаментальных математических дисциплин.	<p><i>Ответ верный и полный</i> – 3 балла</p> <p><i>Ответ верный, но неполный</i> – 2 балла</p> <p><i>В ответе имеются ошибки</i> – 1 балл</p> <p><i>Ответ неверный или ответа нет</i> – 0 баллов</p>
ОПК-4	Оценивается владение умениями и навыками, приобретаемым	<i>Умения и навыки сформированы полностью</i>

	обучающимися в процессе освоения учебных дисциплин.	<p>– 3 балла <i>Умения и навыки сформированы частично</i> – 2 балла <i>Сформированы отдельные умения и навыки</i> – 1 балл <i>Умения и навыки не сформированы</i> – 0 баллов</p>
ПК-1	Определяется уровень знаний теоретических и методологических основ фундаментальных математических дисциплин.	<p><i>Ответ верный и полный</i> – 3 балла <i>Ответ верный, но неполный</i> – 2 балла <i>В ответе имеются ошибки</i> – 1 балл <i>Ответ неверный или ответа нет</i> – 0 баллов</p>
ПК-2	Оценивается владение умениями и навыками, приобретаемым обучающимися в процессе освоения учебных дисциплин.	<p><i>Умения и навыки сформированы полностью</i> – 3 балла <i>Умения и навыки сформированы частично</i> – 2 балла <i>Сформированы отдельные умения и навыки</i> – 1 балл <i>Умения и навыки не сформированы</i> – 0 баллов</p>

ПК-4	<p>Оценивается владение умениями и навыками, приобретаемым обучающимися в процессе освоения учебных дисциплин.</p>	<i>Речь четкая, научный стиль выдержан полностью</i>
		<i>– 3 балла</i>
		<i>Речь четкая, научный стиль выдержан частично</i>
		<i>– 2 балла</i>

Общая сумма баллов за ответ на государственном экзамене составляет от 0 до 30 баллов.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со шкалой перевода полученных баллов.

Первичный балл	Итоговая оценка
25-30 баллов	«отлично»
21-24 баллов	«хорошо»
15-20 баллов	«удовлетворительно»
0-14 баллов	«неудовлетворительно»

Образцы экзаменационных билетов

Билет № 1

- Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней n – ой степени из 1.
- Метод Ньютона решения нелинейных алгебраических уравнений.
- Найдите все решения уравнения $y'' - 5y' + 6y = 6x + 1$.

Билет № 2

1. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Критерий взаимной простоты двух многочленов.
2. Изолированные особые точки. Классификация. Вычет в изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе первого и n -го порядков.
3. Вычислить определенный интеграл

$$J = \int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx.$$

Билет № 3

1. Понятие предела числовой последовательности и его основные свойства.
2. Схема независимых испытаний, формулы Бернулли, приближенные формулы для расчета биномиальных вероятностей.
3. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = e^x$, которая перпендикулярна прямой $y = -x$.

Содержание программы

Фундаментальная и компьютерная алгебра

1. Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней n -ой степени из 1.
2. Понятие линейного пространства и его базиса. Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований.
3. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений. Ядро линейного оператора и его образ.
4. Положительные определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
5. Базисы Грёбнера. Определение базисов Грёбнера. Базисы Грёбнера в полиномиальных, дифференциальных и разностных модулях. Инволютивные базисы.

Математический анализ

6. Предел и непрерывность функции в точке. Основные свойства.

7. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижении экстремальных значений функции, непрерывной на отрезке.
8. Дифференцируемость числовой функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость композиции функций и обратной функции.
9. Необходимые и достаточные условия экстремума функций одной вещественной переменной.
10. Понятие интеграла Римана. Основные свойства интеграла.
11. Первообразная и неопределенный интеграл.
12. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
13. Функциональные последовательности и ряды. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
14. Степенные ряды. Структура области сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
15. Тригонометрические ряды Фурье. Формула для частичных сумм Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля для тригонометрических рядов.
16. Мера открытого ограниченного множества на прямой. Основные свойства меры.
17. Измеримые функции и их свойства.
18. Интеграл Лебега от ограниченной функции. Определение интеграла Лебега. Теорема о среднем, интеграл от константы.
19. Понятие метрического пространства. Примеры метрических пространств. Сходимость в метрических пространствах.
20. Моногенные и голоморфные функции. Условия Коши-Римана. Критерий моногенности функции в точке.
21. Изолированные особые точки. Классификация. Вычет в изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе первого и n -го порядков.

Аналитическая геометрия

22. Различные виды уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
23. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов в пространстве. Определения свойства, выражение через координаты.

24.Определение кривых второго порядка, их канонические уравнения.
Эксцентризитет, директрисы кривых второго порядка, теорема об эксцентризите.

25.Построение алгебраических кривых и поверхностей в системе символьной математике MAPLE

Основы компьютерных наук

26.Алфавит языка C++. Простые типы данных.

27.Язык программирования C++. Переменные. Выражения. Операторы присваивания. Оператор перехода. Блоки и пустые операторы. Условный оператор.

28.Язык программирования C++. Оператор выбора. Оператор цикла while. Оператор цикла do. Оператор цикла for.

29.Массивы и строки в C++.

Дифференциальная геометрия и топология

30.Формулы Френе плоской кривой.

31.Кривизна и кручение пространственной кривой.

32.Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности.

33.Нормальные сечения. Вторая квадратичная форма поверхности.

Дифференциальные уравнения

34.Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Задача Коши. Теорема о существовании решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.

35.Линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Методы нахождения общего решения.

36.Понятие устойчивости по Ляпунову. Первый и второй методы Ляпунова исследования устойчивости решений систем дифференциальных уравнений.

Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках

- 37.Логико-математические языки: язык логики высказываний и язык логики предикатов. Выполнимость и тождественная истинность. Основные законы логики.
- 38.Алгоритмические проблемы в математике. Некоторые формализации понятия алгоритма: машины Тьюринга и конечные автоматы. Разрешимые и неразрешимые проблемы.
- 39.Булевы функции, алгебра логики. Выразимость, функциональная полнота и функциональная замкнутость. Критерий Поста функциональной полноты системы булевых функций.

Стохастический анализ

- 40.Схема независимых испытаний, формулы Бернулли, приближенные формулы для расчета биномиальных вероятностей.
- 41.Статистические модели, характеристика стандартных параметрических моделей, методы оценки параметров.

Технология программирования и работа на ЭВМ

42. Программирование в системе MAPLE. Операторы for, if, while. Процедуры в MAPLE.
43. Классы и объекты в C++.
44. Функции (подпрограммы) C++.

Численные методы

- 45.Аппроксимация численных массивов многочленами методом наименьших квадратов. Оценка погрешности аппроксимации.
- 46.Вычисление определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеции, Симпсона. Точныхные оценки формул интегрирования.
- 47.Метод Ньютона решения нелинейных алгебраических уравнений.

Приложение к программе государственного экзамена для бакалавров

Список литературы для подготовки к экзамену

Фундаментальная и компьютерная алгебра

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учебник / А.Г. Курош. - Москва: Лань, 2013. - 431 с.: ил. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=30198
2. Глухов М.М. Алгебра / Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. - Москва: Лань", 2015. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67458
3. Костриkin А.И. Введение в алгебру: Основные структуры алгебры / А. И. Кострикин.- Москва: МЦНМО, 2009. - 272 с. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по математическим специальностям. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399

Математический анализ

1. Математический анализ. Теория и практика: учебное пособие / В.С. Шипачев. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010073-9. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=469727>
2. Гурьянова, К.Н. Математический анализ: учебное пособие / К.Н. Гурьянова, У.А. Алексеева, В.В. Бояршинов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 332 с. - ISBN 978-5-7996-1340-2 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275708>
3. Будаев, В.Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] : учеб. / В.Д. Будаев, М.Я. Якубсон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 456 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96244>

Аналитическая геометрия

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.- Санкт-Петербург: Лань, 2009. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=493
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии: учебник для студентов вузов.- Москва: Физматлит, 2014. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=537806>

Основы компьютерных наук

1. Компьютерные науки. Деревья, операционные системы, сети / И.Ф. Астахова, И.К. Астанин, И.Б. Крыжко. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 88 с.: 60x90 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9221-1449-3. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=428176>
2. Грошев, А.С. Информатика : учебник для вузов / А.С. Грошев. - Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 484 с. : ил. - Библиогр.: с. 466. - ISBN 978-5-4475-5064-6 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428591>

Дифференциальная геометрия и топология

1. Игнаточкина, Л.А. Топология для бакалавров математики: учебное пособие / Л.А. Игнаточкина. - М. : Прометей, 2016. - 88 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9907453-1-5 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437314>.
2. Паньженский, В.И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67459

Дифференциальные уравнения

1. Зайцев, В.Ф. Дифференциальные уравнения (структурная теория) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.Ф. Зайцев, Л.В. Линчук, А.В. Флегонтов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 500 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91888>
2. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.К.

Хеннер, Т.С. Белозерова, М.В. Хеннер. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96873>

Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов : учебное пособие. - М. : РИЦ "Техносфера", 2012. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>
2. Триумфгородских М. В. Дискретная математика и математическая логика для информатиков, экономистов и менеджеров : учебное пособие / М.В. Триумфгородских. - М. : Диалог-МИФИ, 2011. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=136106>

Стохастический анализ

1. Теория вероятностей и случайные процессы/Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 238 с.: ISBN 978-5-7782-2382-0. — [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=546213>
2. Кацман, Ю. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы : учебник / Ю. Кацман ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет». - Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2013. - 131 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-4387-0173-6 ; То же [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=442107>

Технология программирования и работа на ЭВМ

1. Технология программирования: учебное пособие / Ю.Ю. Громов, О.Г. Иванова, М.П. Беляев, Ю.В. Минин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное

- бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов: Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. - 173 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1207-4 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277802>.
2. Программирование на языке высокого уровня. Программирование на языке Object Pascal : учеб. пособие / Т.И. Немцова, С.Ю. Голова, И.В. Абрамова ; под ред. Л.Г. Гагариной. — М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2018. — 496 с. + Доп. Материалы. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=944326>

Численные методы

1. Численные методы. Достоверное и точное численное решение дифференц.и алгебр.уравнений в САЕ-системах САПР: Уч.пос. / Маничев В.Б., Глазкова В.В., Кузьмина И.А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 152 с.: 60x90 1/16. - (ВО:Бакалавр.) (о) ISBN 978-5-16-010366-2. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=423817>
2. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 336 с.: ил.; 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (перепл) ISBN 978-5-8199-0333-9. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=370603>.