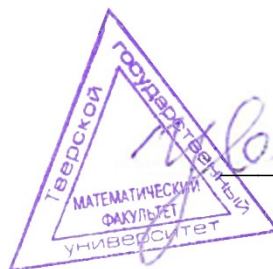


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 07.08.2024 10:58:42
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП



Цветков В.П.

«10» апреля 2024г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Комплексный анализ

Направление подготовки / Специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математическое и компьютерное моделирование

Для студентов 3 курса очной формы обучения

Составитель: _____ С.А.Михеев

Тверь, 2024

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является:

- овладение математическим аппаратом комплексного анализа;
- развитие умений применять методы комплексного анализа к конкретным математическим объектам в других областях математики.

Задачами освоения дисциплины являются:

- обобщение и систематизация знаний, полученных при изучении математического анализа, линейной алгебры и геометрии;
- усвоение базовых понятий комплексного анализа;
- приобретение практических навыков использования аппарата комплексного анализа для решения математических задач.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части профессионального цикла. Она базируется на знаниях, полученных студентами в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Аналитическая геометрия».

Требования к начальному уровню подготовки студента, необходимому для успешного освоения дисциплины: знание основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

Дисциплина «Комплексный анализ» формирует у студента компетенции, которые будут использоваться при изучении дисциплины «Функциональный анализ», в дальнейшей научно-исследовательской работе, а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. Объем дисциплины: 5 зачетных единиц, 180 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 34 часов, практические занятия 34 часов;

самостоятельная работа: 85 часов, контроль работы 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Использует базовые знания в области математики для решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем. ОПК-1.2 Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности. ОПК-1.3 Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования.

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения экзамен – 5 семестр.

6. Язык преподавания русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с
указанием отведенного на них количества академических часов и видов
учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			всего	в т.ч. практическая подготовка	
1. Комплексные числа	18	4	4	0	10
2. Функции комплексной переменной	28	6	6	0	16
3. Дифференцирование функции комплексной переменной	24	4	4	0	16
4. Конформные отображения	34	6	6	0	22
5. Интегрирование функции комплексной переменной	28	6	6	0	16
6. Представление голоморфных функций рядами	26	4	4	0	18
7. Теория вычетов	22	4	4	0	14
ИТОГО	180	34	34	0	112

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Комплексные числа	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
2. Функции комплексной переменной	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
3. Дифференцирование функции комплексной переменной	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
4. Конформные отображения	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
5. Интегрирование функции комплексной переменной	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
6. Представление голоморфных функций рядами	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
7. Теория вычетов	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов УК-1.1, УК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь формализовать знания в виде формул, необходимых для решения задачи	1. Найти модуль, аргумент, главное значение аргумента комплексного числа: а) $z = \sqrt{3} + i$; б) $z = -4 + 3i$ 2. Найти геом. место точек, удовлетворяющих условию $\begin{cases} z + 1 < 3, \\ \operatorname{Im} z < 0. \end{cases}$ 3. Найти все значения корня $\sqrt[3]{8i}$ 4. Написать условия Коши-Римана моногенности функции в точке.	Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов; - Имеется верное решение части задачи – 2 балла; - Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора УК-1.5

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	1. Решить уравнение $\sin z - \cos z = 1$. 2. Найти образы прямых $x = 1$, $y = -1$ при отображении $w = z^2 - 2z$. Построить прямые и их образы. 3. Выяснить, какая часть плоскости сжимается, а какая растягивается при отображении $w(z) = 3z^2 - 2z$.	Дан полный верный ответ – 5 баллов; - Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла; - Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании

		ИЛИ ответ не дан – 0 баллов
--	--	--------------------------------

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов ОПК-1.1

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Использует базовые знания в области математики для решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем.	1. Восстановить голоморфную функцию $f(z) = u + i v$ по условию: $u = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} - y;$ 2. Вычислить интеграл: $\int_C \bar{z} \operatorname{Re}(z) dz, \text{ где } C -$ прямолинейный отрезок, соединяющий точку -2 с точкой $1 + 2i$	Дан полный верный ответ – 5 баллов; - Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла; - Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании ИЛИ ответ не дан – 0 баллов

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов ОПК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности.	1. Разложить функцию $f(z) = \frac{iz}{z+2}$ в ряд Тейлора в точке $z_0 = -1$ и указать: а) радиус сходимости ряда; б) коэффициент перед $(z - z_0)^6$. 2. а) Привести классификацию изолированных особых точек. б) Найти изолированные особые точки функции $f(z) = \frac{e^z}{(z^2 + 4)}$ и указать их тип.	Дан полный верный ответ – 5 баллов; - Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла; - Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании ИЛИ ответ не дан – 0 баллов

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки
индикатора ОПК-1.3

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования.	1. Найти разложение функции $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+3)}$ в ряд Лорана в кольце $1 < z < 3$ ($f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot z^n$) и найти коэффициенты: а) c_{-3}; б) c_4. 2. Вычислить интеграл $\oint_{\gamma} \frac{z}{(z-2)(z-4)} dz$ с помощью теоремы Коши о вычетах, где: контур $\gamma = \{z : z-2 = 3\}$ 3. Найти функцию $w = w(z)$, конформно отображающую область $D = \{\operatorname{Re} z > 0\}$ на область $D^* = \{\operatorname{Im} w < 0\}$ и удовлетворяющую условиям $w(i) = 1, w(1) = -5 \cdot i$.	Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов; - Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла; - Имеется верное решение части задачи – 2 балла; - Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. Рекомендуемая литература

а) Основная литература:

[1] Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9.
URL: <https://e.lanbook.com/book/151505> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

[2] Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное

пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1921-0

URL: <https://e.lanbook.com/book/67463> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

[3] Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. — 4-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 312 с. — ISBN 5-9221-0264-8.

URL: <https://e.lanbook.com/book/2763> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

[4] Посицельская, Л. Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. Н. Посицельская. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 136 с. — ISBN 978-5-9221-0794-5.

URL: <https://e.lanbook.com/book/59465> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

MS Office 365 proplus— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

MicrosoftWindows 10 Enterprise— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

MicrosoftOffice 365 proplus— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

MicrosoftWindows 10 Enterprise— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018

KasperskyEndpointSecurity 10 для Windows – Акт на передачу прав

№956 от 18 октября 2018 г.

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

Adobe Reader XI

Any Video Converter 5.9.0

Google Chrome

3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com;
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru>
3. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru>;
4. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
5. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru>
6. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp
8. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

Общероссийский портал Math-Net.Ru <http://www.mathnet.ru/>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по подготовке к практическим занятиям.

Подготовка к практическим занятиям по дисциплине включает в себя:

- изучение лекционного материала, необходимого для решения практических задач;
- решение практических задач, заданных преподавателем на дом;
- подготовку к контрольным и самостоятельным работам.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется изучить теоретический материал соответствующих разделов литературы из обязательного и дополнительного списков.

Темы занятий:

1. Комплексные числа

Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Число, сопряженное данному. Комплексная плоскость. Геометрическая иллюстрация. Модуль и аргумент комплексного числа. Формула Эйлера. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Геометрический смысл операций над комплексными числами. Корень n -й степени из комплексного числа. Стереографическая проекция. Расширенная комплексная плоскость.

2. Функции комплексной переменной

Определение функции комплексной переменной. Геометрическая интерпретация. Области однолиственности функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Определение экспоненты и ее свойства: теорема сложения, необращение в нуль, периодичность, области однолиственности. Риманова поверхность логарифма. Логарифмическая функция. Ветви и главное значение логарифма. Степенная функция с натуральным показателем. Области однолиственности. Риманова поверхность и ветви радикала. Общая степенная функция. Тригонометрические и гиперболические функции. Соотношения между ними. Дробно-линейные функции. Глобальная однолиственность, групповое и круговое свойства.

3. Производная функции комплексной

Производная функции комплексной переменной в точке. Определения моногенной и голоморфной функции. Условия Коши-Римана. Критерий моногенности функции в точке. Правила дифференцирования функций комплексной переменной. Гармонические функции. Восстановление голоморфной функции по ее реальной (мнимой) части. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.

4. Конформные отображения.

Понятие конформного отображения I-го и II-го рода. Основные свойства конформных отображений. Критерий конформности отображения в области. Основная задача теории конформных отображений. Теорема Римана. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии Римана-Шварца. Нормировочные условия. Конформные отображения, реализуемые дробно-линейными функциями: верхней полуплоскости на верхнюю полуплоскость, верхней полуплоскости на единичный круг, единичного круга на единичный круг.

5. Интегрирование функции комплексной переменной

Контурный интеграл от функции комплексной переменной. Теорема Коши. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши.

6. Представление голоморфных функций рядами

Равномерная сходимость функциональных рядов. Теоремы Вейерштрасса о рядах голоморфных функций. Ряд Тейлора. Область сходимости. Теорема единственности. Нули голоморфных функций. Факторизация функции в окрестности нуля. Ряд Лорана. Область сходимости.

7. Теория вычетов

Изолированные особые точки. Классификация. Критерии. Вычет в изолированной особой точке. Способы нахождения. Бесконечность как изолированная особая точка. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме всех вычетов. Теорема Коши о вычетах. Применение вычетов для вычисления определенных интегралов.

Вопросы к экзамену (примерный список)

1. Понятие комплексного числа. Поле комплексных чисел.
2. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.
3. Понятие функции комплексной переменной. Экспонента и логарифм.

4. Степенная функция.
5. Тригонометрические функции.
6. Функция Жуковского.
7. Дифференцируемость ФКП в смысле действительного и комплексного анализа.
8. Моногенность. Условия Коши-Римана.
9. Голоморфность ФКП. Гармонические функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной или мнимой части.
10. Геометрический смысл производной.
11. Понятие конформного отображения.
12. Свойства конформных отображений.
13. Дробно-линейное отображение и его свойства.
14. Отображения, осуществляемые дробно-линейными функциями.
15. Интегрирование функции комплексной переменной. Контурный интеграл от ФКП, его свойства. Пример.
16. Интегрирование функции комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегрирование с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Примеры.
17. Степенной ряд. Первая теорема Абеля. Теорема Коши-Адамара.
18. Поведение ряда на границе круга сходимости. Примеры.
19. Ряд Тейлора. Примеры разложения элементарных функций в ряд Тейлора. Нули голоморфных функций.
20. Ряд Лорана. Ряд Лорана в окрестности бесконечной точки.
21. Изолированные особые точки. Бесконечность как изолированная особая точка.
22. Вычеты. Теорема о сумме всех вычетов, теорема Коши о вычетах. Примеры.

Требования к рейтинг-контролю:

учебный материал разбивается на 2 модуля.

1 модуль

Вид контроля	Формы контроля	Максимальный балл
Текущий контроль	работа на занятиях	15
	посещаемость	5
Рубежный контроль	Контрольная(ые) работа(ы)	10
Общая сумма баллов:		30

2 модуль

Вид контроля	Формы контроля	Максимальный балл
Текущий контроль	работа на занятиях	15
	посещаемость	5
Рубежный контроль	Контрольная(ые) работа(ы)	10
Общая сумма баллов:		30

Рейтинг студента складывается из баллов, полученных в каждом модуле. Форма итоговой аттестации – экзамен. Максимальная сумма баллов за семестр – 60 и 40 баллов выносятся на экзамен.

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Материально-техническое оснащение помещений
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 19 (170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35)	Набор учебной мебели, меловая доска, переносной ноутбук. Интерактивная система Smart Board 880I4 со встроенным проектором и системой управления .

Для организации самостоятельной работы студентов необходимо наличие персональных компьютеров с доступом в Интернет.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)