

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 17.07.2025 14:15:01
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fec3ad1bf35f08

УП: 44.03.01 Пед обр
ФСООСПО 2025
ЗФО.plx

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ООП



Орлов Ю.Д.

4 марта 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Высшая математика

Закреплена за кафедрой:	Прикладной физики
Направление подготовки:	44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль):	Физика в системе основного, среднего общего и среднего профессионального образования
Квалификация:	бакалавр
Форма обучения:	заочная
Семестр:	1,2

Программу составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доц., Васильев Сергей Александрович

Тверь, 2025

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины является изучение основных математических понятий, представлений и их свойств, необходимых для формулирования и решения различных физических задач, формирование способностей работать самостоятельно, отыскивать оптимальные решения, использовать законы и методы математики при решении профессиональных задач, проводить теоретические исследования и численный эксперимент, описывать и анализировать экспериментальные данные.

Задачи :

Задачей изучения курса является овладение навыками составления и методами решения математических задач. Изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений. Формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей. Овладение студентами знаний по применению математики в различных разделах физики как при экспериментальном и теоретическом исследовании физических явлений, так и в педагогическом процессе. Усвоение студентами идей единства строения материи и неисчерпаемости процесса ее познания, понимание роли практики в познании

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О

Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Экономика

Практикум по решению школьных задач по физике

Механика

Методика преподавания физики

Молекулярная физика

Оптика

Основы теоретической физики

Электричество и магнетизм

Атомная физика

Электротехника

Обработка и визуализация данных

Программирование

Физика и технологии функциональных материалов

Контрольно-измерительные материалы по физике

Ведение в технологии искусственного интеллекта

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость	11 ЗЕТ
Часов по учебному плану	396
в том числе:	
самостоятельная работа	333
часов на контроль	27

4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-8.1: Применяет базовые знания в области физико-математических наук в образовательной деятельности

ОПК-8.2: Проводит научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывает и представляет экспериментальные данные

ОПК-8.3: Решает теоретические задачи и проводит моделирование физических объектов, систем и процессов в рамках научного исследования

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи

УК-1.3: Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля на курсах:	
экзамены	1, 2

6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Сем.	Часов	Примечание
	Раздел 1. Элементы высшей алгебры, Элементы аналитической геометрии, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление				
1.1	Элементы высшей алгебры, Элементы аналитической геометрии, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление	Лек	1	6	
1.2	Элементы высшей алгебры, Элементы аналитической геометрии, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление	Пр	1	6	
1.3	Элементы высшей алгебры, Элементы аналитической геометрии, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление	Ср	1	105	
1.4	Элементы высшей алгебры, Элементы аналитической геометрии, Введение в анализ, Дифференциальное исчисление	Экзамен	1	9	

	Раздел 2. Функции нескольких переменных, Интегральное исчисление, Дифференциальные уравнения, Элементы теории рядов и теории функций комплексного переменного				
2.1	Функции нескольких переменных, Интегральное исчисление, Дифференциальные уравнения, Элементы теории рядов и теории функций комплексного переменного	Лек	1	6	
2.2	Функции нескольких переменных, Интегральное исчисление, Дифференциальные уравнения, Элементы теории рядов и теории функций комплексного переменного	Пр	1	6	
2.3	Функции нескольких переменных, Интегральное исчисление, Дифференциальные уравнения, Элементы теории рядов и теории функций комплексного переменного	Ср	1	105	
2.4	Функции нескольких переменных, Интегральное исчисление, Дифференциальные уравнения, Элементы теории рядов и теории функций комплексного переменного	Экзамен	1	9	
	Раздел 3. Случайные события, Случайные величины, Элементы математической статистики, Элементы численных методов				
3.1	Случайные события, Случайные величины, Элементы математической статистики, Элементы численных методов	Лек	2	6	
3.2	Случайные события, Случайные величины, Элементы математической статистики, Элементы численных методов	Пр	2	6	
3.3	Случайные события, Случайные величины, Элементы математической статистики, Элементы численных методов	Ср	2	123	
3.4	Случайные события, Случайные величины, Элементы математической статистики, Элементы численных методов	Экзамен	2	9	

Список образовательных технологий

1	Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.)
2	Информационные (цифровые) технологии
3	Активное слушание

8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

См. Приложение 1

8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзаменам

Семестр 1

1. Система линейных уравнений, решение системы, эквивалентные системы.
2. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений
3. Определители второго и третьего порядка
4. Метод Крамера решения системы линейных уравнений
5. Свойства определителя
6. Сложение матриц и умножение матрицы на число
7. Произведение матриц
8. Единичная матрица и обратная матрица. Пример отыскания.
9. Комплексные числа, их сложение, умножение, деление
10. Комплексная плоскость, тригонометрическая форма комплексного числа, модуль и аргумент комплексного числа
11. Изменение модуля и аргумента при умножении, извлечение корней из комплексных чисел
12. Декартова система координат на плоскости и в пространстве
13. Расстояние между точками с известными координатами. Деление отрезка в данном отношении.
14. Уравнение линии на плоскости, уравнение окружности.
15. Уравнения прямой на плоскости.
16. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых
17. Векторы, сложение векторов и умножение вектора на число
18. Координаты вектора, их свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Скалярное произведение в координатах.
19. Векторное произведение и его свойства. Векторное произведение в координатах.
20. Смешанное произведение векторов, смешанное произведение в координатах
21. Уравнение плоскости в пространстве, расстояние от точки до плоскости.
22. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве.
23. Определение и каноническое уравнение эллипса.
24. Определение и каноническое уравнение гиперболы.
25. Определение и каноническое уравнение параболы.
26. Определение и способы задания функции. Сложная функция или композиция функций.
27. Основные элементарные функции, элементарные функции.
28. Предел последовательности и его свойства. Бесконечные значения предела.
29. Монотонные последовательности, второй замечательный предел.
30. Односторонние пределы, предел функции.
31. Свойства предела функции и его вычисление.
32. Определение и геометрический смысл производной, уравнение касательной
33. Производная функция, дифференцирование и его свойства
34. Дифференцирование сложной функции, примеры
35. Правило Лопиталя.
36. Основные свойства графика функции.
37. Участки возрастания и убывания функции и их отыскание. Точки экстремума, их определение и отыскание.
38. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.
39. Асимптоты графика функции, их классификация и отыскание.

Семестр 2

1. Частные производные и полный дифференциал. Примеры.
2. Частные производные высших порядков. Примеры.
3. Экстремум функций двух переменных. Примеры.
4. Первообразная и неопределённый интеграл. Определения и примеры.
5. Таблица интегралов. Вывод формулы интеграла от степени.
6. Метод разложения. Примеры.
7. Формула замена переменной в интеграле. Занесение под дифференциал, примеры.
8. Формула линейной замены переменной, примеры.
9. Явная замена переменной в интеграле. Примеры.
10. Интегрирование по частям. Примеры.
11. Определённый интеграл. Геометрический смысл и определение. Примеры.
12. Свойства определённого интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Примеры.
13. Применения определённого интеграла к вычислению площади и объёма. Пример.
14. Интеграл по бесконечному промежутку (несобственный интеграл).
15. Метод разделения переменных. Общий интеграл и общее решение. Пример.
16. Дифференциальное уравнение первого порядка, решение, начальное условие.
17. Определение общего решения для дифференциального уравнения первого порядка.
18. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли.

Пример.

19. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

20. Числовой ряд и его сумма, свойства сходящихся рядов.

21. Свойства рядов с неотрицательными членами, признаки сходимости.

22. Степенные ряды их свойства, область и радиус сходимости.

23. Ряд Тейлора и оценка его остатка.

24. Степенные ряды для экспоненты, синуса и косинуса.

25. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение натурального логарифма в степенной ряд.

Семестр 3

1. Статистический смысл вероятности. Относительная частота, случайное событие, случайный эксперимент, вероятность.

2. Классический способ подсчёта вероятности, равновероятные исходы, благоприятные исходы.

3. Геометрические вероятности.

4. Упорядоченные и неупорядоченные наборы. Принцип произведения. Примеры.

5. Размещения. Примеры. Вывод формулы для числа размещений. Перестановки.

6. Сочетания. Вывод формулы для числа сочетаний.

7. Сложение и умножение событий и их свойства.

8. Противоположное событие. Свойства. Законы де Моргана.

9. Невозможное и достоверное события. Законы поглощения.

10. Несовместные события, свойства вероятности. Вероятность противоположного события.

11. Независимые события. Формулы для вероятности суммы событий и их применение.

12. Условная вероятность. Определение и примеры.

13. Теорема произведения вероятностей. Примеры.

14. Полная группа событий, формула полной вероятности и её применение.

15. Формула Байеса и её применение.

16. Последовательные независимые испытания, формулы Бернулли.

17. Случайная величина и её функция распределения.

18. Ряд распределения и математическое ожидание дискретной случайной величины. Основное свойство ряда распределения.

19. Плотность распределения и математическое ожидание непрерывной случайной величины.

20. Свойства математического ожидания.
 21. Функции от случайных величин. Примеры.
 22. Дисперсия, её вычисление для дискретных и непрерывных случайных величин.
 23. Свойства дисперсии.
 24. Независимые случайные величины, свойства математического ожидания и дисперсии независимых случайных величин.
 25. Биномиальное распределение, его параметры, математическое ожидание и дисперсия.
 26. Показательное распределение, его параметры, математическое ожидание и дисперсия.
 27. Нормальное распределение, его параметры, математическое ожидание и дисперсия.
 28. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в заданный интервал, функция Лапласа, её свойства, правило трёх сигм.
 29. Понятие о центральной предельной теореме, формула Муавра-Лапласа.

8.3. Требования к рейтинг-контролю

Студенты, освоившие программу курса, могут получить оценку по итогам семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положению о рейтинговой системе обучения ТвГУ» (протокол №8 от 30 апреля 2020 г.). Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то экзамен сдается согласно «Положению о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) обучающихся по программам высшего образования ТвГУ» (протокол №11 от 28 апреля 2021 г.)

Распределение баллов в каждом семестре одинаковое
 Модуль 1 - 30 баллов
 Выполнение модульной контрольной работы - 20 баллов
 Работа в аудитории, выполнение домашних заданий с последующим представлением результатов с пояснениями - 10 баллов.

Модуль 2 - 30 баллов
 Выполнение модульной контрольной работы - 20 баллов
 Работа в аудитории, выполнение домашних заданий с последующим представлением результатов с пояснениями - 10 баллов.

Экзамен - 40 баллов
 Теоретический вопрос 1 - 15 баллов
 Теоретический вопрос 2 - 15 баллов
 Решение задачи - 10 баллов

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рекомендуемая литература

Основная

Шифр	Литература
Л.1.1	Хорошилова, Высшая математика. Лекции и семинары, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-10024-2, URL: https://urait.ru/bcode/541572
Л.1.2	Бугров, Никольский, Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 1, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-02148-6, URL: https://urait.ru/bcode/538131

Л.1.3	Бугров, Никольский, Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-03009-9, URL: https://urait.ru/bcode/535746
-------	--

Перечень программного обеспечения

1	Google Chrome
2	Adobe Acrobat Reader
3	OpenOffice
4	Mozilla Firefox
5	ОС Linux Ubuntu

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	Репозиторий ТвГУ
2	ЭБС ТвГУ
3	ЭБС «Лань»

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудит-я	Оборудование
3-2026	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, переносной мультимедийный проектор, экран
3-218	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-227	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-226	комплект учебной мебели, Микшерный пульт, Аудиокомплект, Интерактивная система, проектор, Телекоммуникационные шкафы, экран, компьютер
3-228	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-28	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран настенный

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Самостоятельная работа начинается до прихода студента на лекцию. Целесообразно использование «системы опережающего чтения», т.е. предварительного прочитывания лекционного материала, содержащегося в учебниках и учебных пособиях, закладывающего базу для более глубокого восприятия лекции. Работа над лекционным материалом включает два основных этапа: конспектирование лекций и последующую работу над лекционным материалом. Под конспектированием подразумевают составление конспекта, т.е. краткого письменного изложения содержания чего-либо (устного выступления – речи, лекции, доклада и т.п. или письменного источника – документа, статьи, книги и т.п.).

Методика работы при конспектировании устных выступлений значительно отличается от методики работы при конспектировании письменных источников. Конспектируя письменные источники, студент имеет возможность неоднократно прочитать нужный отрывок текста, поразмыслить над ним, выделить основные мысли автора, кратко сформулировать их, а затем записать. При необходимости он может отметить и свое отношение к этой точке зрения. Слушая же лекцию, студент большую часть комплекса указанных выше работ должен откладывать на другое время, стремясь использовать каждую

минуту на запись лекции, а не на ее осмысление – для этого уже не остается времени. Поэтому при конспектировании лекции рекомендуется на каждой странице отделять поля для последующих записей в дополнение к конспекту.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к зачету. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить логические связи между его элементами, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы. Беседа студента и преподавателя может дать многое - это простой прием получения знаний. Самостоятельная работа носит сугубо индивидуальный характер, однако вполне возможно и коллективное осмысление проблем.

Приложение 1

Примеры заданий Фонда оценочных материалов для проведения текущей аттестации

Задание № 1.

Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника ABC . Требуется **найти**: А) уравнение стороны AC ; Б) уравнение высоты, проведенной из вершины B ; В) длину высоты, проведенной из вершины A ; Г) величину угла B (в радианах); Д) уравнение биссектрисы угла B .

Варианты:

1. $A(5; 3)$, $B(-11; -9)$, $C(-4; 15)$.	6. $A(-9; 6)$, $B(3; 1)$, $C(6; 5)$.
2. $A(-7; 2)$, $B(5; -3)$, $C(8; 1)$.	7. $A(20; 5)$, $B(-4; 12)$, $C(-8; 9)$.
3. $A(1; -15)$, $B(6; -3)$, $C(2; 0)$.	8. $A(-3; -7)$, $B(2; 5)$, $C(-2; 8)$.
4. $A(-8; 3)$, $B(4; -2)$, $C(7; 2)$.	9. $A(10; 1)$, $B(-6; 13)$, $C(1; -11)$.
5. $A(6; 3)$, $B(-10; -9)$, $C(-3; 15)$.	10. $A(0; -9)$, $B(5; 3)$, $C(1; 6)$.

Задание № 2.

Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Средствами векторной алгебры найти: А) длину ребра A_1A_2 ; Б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_3 ; В) площадь грани $A_1A_2A_3$; Г) длину высоты пирамиды, проведенной из вершины A_4 ; Д) уравнение высоты пирамиды, проведенной из вершины A_4 ; Е) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$.

Варианты:

1. $A_1(7; 0; 3)$, $A_2(3; 0; -1)$, $A_3(3; 0; 5)$, $A_4(4; 3; -2)$.	2. $A_1(3; 1; 2)$, $A_2(5; 0; -1)$, $A_3(0; 3; 6)$, $A_4(3; 7; 10)$.
3. $A_1(-1; 2; 5)$, $A_2(-4; 6; 4)$, $A_3(2; 1; 5)$, $A_4(-1; -2; 2)$.	4. $A_1(1; -1; 6)$, $A_2(2; 5; -2)$, $A_3(-3; 3; 3)$, $A_4(4; 1; 5)$.
5. $A_1(2; -1; 9)$, $A_2(1; 1; 5)$, $A_3(7; 3; 1)$, $A_4(2; 6; -2)$.	6. $A_1(3; 6; 1)$, $A_2(6; 1; 4)$, $A_3(3; -6; 10)$, $A_4(7; 5; 4)$.
7. $A_1(1; -2; 2)$, $A_2(-1; -3; 4)$, $A_3(5; 5; -1)$, $A_4(2; -4; 5)$.	8. $A_1(1; 1; 3)$, $A_2(6; 1; 4)$, $A_3(6; 4; 1)$, $A_4(0; 5; 6)$.
9. $A_1(1; 1; 3)$, $A_2(7; 1; 1)$, $A_3(2; 2; 2)$, $A_4(4; 1; -1)$.	10. $A_1(4; 4; 5)$, $A_2(10; 2; 3)$, $A_3(-3; 5; 4)$, $A_4(6; -2; 2)$.

Задание № 3.

Найти матрицу $C=3A-2B$, где $A= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$, B (см. табл.1)

Таблица 1 - Варианты задания 3.

1. $\begin{pmatrix} 5 & 9 & -2 & -2 \\ 2 & -3 & 4 & 4 \\ -5 & -7 & 2 & 2 \\ 4 & -5 & 8 & 8 \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 & -1 \\ -5 & 6 & 5 & 2 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ -1 & -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 5 \\ 2 & 8 & 10 & 13 \\ 2 & 5 & 13 & 11 \\ 2 & -2 & 7 & 2 \end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 13 & 3 \\ 4 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$	5. $\begin{pmatrix} 9 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 6 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	7. $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 & 4 \\ 4 & 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	9. $\begin{pmatrix} -2 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 7 & 3 & 5 \\ -4 & -2 & 5 & -2 \\ -6 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	10. $\begin{pmatrix} 5 & -6 & 10 & -7 \\ -3 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -4 & 5 \\ 6 & -8 & 7 & -4 \end{pmatrix}$

Задание № 4.

Вычислить определитель матрицы A (см. табл.2).

Таблица 2 - Варианты задания 4.

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 9 & 7 & 8 \\ 6 & 12 & 13 & 9 \\ 4 & 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	5. $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 8 & -4 & -3 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	7. $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 & -2 \\ -4 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	9. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 4 & 8 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	10. $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 & 3 \\ 8 & 2 & 3 & 3 \\ 10 & 2 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Задание № 5.

Дана матрица A (см. табл.3). Найдите Матрицу A^{-1} и установите, что $AA^{-1}=E$.

Таблица 3 – Варианты задания 5.

1. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$	5. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} 17 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$	7. $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	9. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	10. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Задание № 6. Решите систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

Варианты:

1. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$	2. $\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 2x-y-2z=10 \\ -2x+3y+4z=-1 \end{cases}$	3. $\begin{cases} 2x-y+3z=4 \\ -x+2y+z=-6 \\ 3x+y-2z=12 \end{cases}$	4. $\begin{cases} 3x-y+2z=-5 \\ 2x+2y-3z=1 \\ x-2y+z=6 \end{cases}$	5. $\begin{cases} x-3y+z=-7 \\ 2x+y-2z=4 \\ -2x+2y-3z=2 \end{cases}$
6. $\begin{cases} -x+3y+2z=4 \\ 2x-y+3z=6 \\ -2x+2y-z=8 \end{cases}$	7. $\begin{cases} x+3y-z=8 \\ 2x-y+4z=-1 \\ -2x+2y+z=4 \end{cases}$	8. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$	9. $\begin{cases} 4x-y+z=6 \\ x-2y-2z=-3 \\ 2x+y-3z=2 \end{cases}$	10. $\begin{cases} 2x-y+3z=-6 \\ x-2y-z=8 \\ 3x-2y+2z=2 \end{cases}$

Задание № 7.

Решить 3 системы методом Гаусса (в табл. 5 даны элементы расширенных матриц систем 4-х уравнений с 4-мя неизвестными).

Таблица 5 – Варианты задания 7.

2	1	3	1	11	2	1	-1	3	-8	2	1	-11	3	9
1	-1	0	1	7	1	1	1	-2	-5	1	1	1	-2	2
3	7	-1	3	29	3	2	0	1	-14	3	2	0	1	-14
1	2	0	1	5	-1	3	1	-1	5	-1	3	1	-2	5
2	1	-1	3	8	5	-3	2	1	9	3	2	1	0	3
1	-1	4	-3	-4	1	-1	4	-3	-1	1	0	4	-1	1
3	2	0	1	-14	2	-3	0	-3	2	2	2	0	1	3
-1	3	1	-1	5	3	0	2	4	7	3	1	-3	2	4
2	2	3	1	11	3	2	4	0	4	2	1	3	3	7
1	-1	0	1	7	1	0	4	-1	1	1	0	4	-1	1
3	7	-1	3	29	2	2	0	1	3	2	2	0	1	3
2	1	0	2	12	3	1	-3	2	1	3	1	-3	2	4
5	-3	2	1	9	-3	0	1	2	-5	2	-1	3	1	2
1	-1	4	-3	-1	-3	1	3	1	2	1	2	3	-2	5
2	1	-3	1	2	4	-3	2	1	3	-1	1	2	3	2
3	0	2	4	7	0	1	2	1	7	0	3	5	-5	10
2	1	3	1	11	2	1	3	3	7	-1	1	0	2	4
1	-1	0	1	7	1	-1	0	4	-1	3	-2	1	4	4
3	7	-1	3	29	2	-1	0	7	0	2	-1	1	6	6
2	1	0	2	14	1	0	0	3	1	2	0	1	-1	-2
3	-1	1	4	2	2	-1	3	1	3	2	1	3	1	5
1	0	4	-1	1	1	2	3	-2	5	2	1	-5	-1	2
2	2	0	1	3	-1	1	2	-3	2	4	2	-2	0	-6
3	1	-3	2	1	0	3	5	-5	7	3	-1	1	5	-2
5	-3	2	1	9	-1	1	2	2	2	1	4	6	-1	5
1	-1	4	-3	-1	3	-2	1	4	4	1	3	1	-3	3
2	-3	0	-3	5	2	-1	1	5	6	0	1	2	-1	11
1	0	2	4	7	2	0	1	-1	-2	-1	-2	1	3	-11
-3	0	1	2	-5	2	1	3	1	5	1	2	0	3	4
1	-1	-2	1	-4	2	1	-6	-1	-1	-5	-3	1	-1	3
4	-3	2	1	3	4	2	-2	0	-6	-3	1	2	2	12
0	1	2	-1	7	3	-1	1	5	-2	6	5	-1	4	-6

Задание № 8. Межотраслевой балансовый метод. Постановка задачи: машиностроительное предприятие состоит из трех цехов, каждый из которых выпускает определенный тип продукции. По данным за отчетный год построен баланс производства и распределения продукции в денежном выражении. Схема балансовой модели представлена в таблице № 6, где каждый цех рассматривается с двух сторон: как производитель продукции (строка таблицы) и как потребитель продукции (столбец таблицы).

Таблица № 6

Наименование показателей	Внутрипроизводственное потребление по цехам			Внутри заводской оборот	Товарная продукция	Валовой оборот
	№ 1	№ 2	№ 3			
Цехи № 1	X11	X12	X13		У1	X1
№ 2	X21	X22	X23		У2	X2
№ 3	X31	X32	X33		У3	X3
Сырье и основные материалы, тыс. руб.	M1	M2	M3			
Затраты труда, тыс. нормо-час.	T1	T2	T3			

Таким образом, в каждом столбце балансовой модели показаны затраты деталей узлов и узлов собственного производства, покупных материалов, сырья и трудовые затраты.

Строки модели показывают, где используется продукция каждого цеха (т. е. в какой цех поступает и сколько идет на реализацию).

На следующий год планируется выпуск товарной продукции первого цеха увеличить на 50 %, а остальных цехах оставить без изменения. Рассчитать следующие показатели:

коэффициенты прямых материальных; коэффициенты полных затрат и коэффициенты косвенных затрат; сбалансированные объемы производства в каждом цехе (валовой оборот), исходя из запланированного объема конечной продукции; трудовые затраты в каждом цехе на плановый период; затраты сырья и материалов на плановый период; величины материальных потоков между цехами; на основе полученных значений показателей построить баланс производства и распределения продукции на плановый период (представить в виде таблицы 6) и проверить, выполняется ли основное соотношение баланса.

Для каждого варианта необходимо взять из таблицы 7 три строки, указанные в номере варианта, добавить к ним строку с затратами сырья и материалов и строку с затратами труда. Информацию выбранных строк записать в виде таблицы 6.

Таблица 7

Наименование показателей	Внутрипроизводственное потребление по цехам			Внутризаводской оборот	Товарная продукция	Валовой оборот
	№ 1	№ 2	№ 3			
1.	60	10	0	70	130	200
2.	10	10	20	40	60	100
3.	40	70	0	110	90	200
4.	30	25	0	55	45	100
5.	0	40	10	50	50	100
6.	20	0	30	50	150	200
7.	15	35	60	110	90	200
8.	10	10	20	40	60	100
9.	60	10	0	70	30	100
10.	0	30	40	70	130	200
Сырье и основные материалы, тыс. руб.	200	400	500			
Затраты труда, тыс. нормо-час.	100	150	200			

Варианты (номер варианта и номера строк таблицы):

1. 1, 3, 5.	2. 2, 7, 10.	3. 1, 4, 7.	4. 3, 6, 9.	5. 2, 5, 8.
6. 2, 4, 6.	7. 3, 8, 9.	8. 2, 5, 8.	9. 1, 8, 10.	10. 3, 7, 10.

Задание № 9. Z_1, Z_2 – комплексные числа. Выполнить действия:А) $Z_1 + Z_2$; Б) $Z_1 \cdot Z_2$; В) Z_1/Z_2 .**Варианты:**

1. $Z_1=5-4i$; $Z_2=-1-i$.	2. $Z_1=-6+3i$; ; $Z_2=2-i$.	3. $Z_1=3-2i$; $Z_2=-45+i$.	4. $Z_1=4-3i$; $Z_2=1-i$.	5. $Z_1=2-i$; $Z_2=5-3i$.
6. $Z_1=3+2i$; $Z_2=-3+4i$.	7. $Z_1=5-i$; $Z_2=4-3i$.	8. $Z_1=6-2i$; $Z_2=-1-4i$.	9. $Z_1=1-5i$; $Z_2=-3+2i$.	10. $Z_1=5+2i$; $Z_2=-3-2i$.

Задание № 10.

Записать комплексное число в тригонометрической и показательной формах.

Варианты:

1. $Z=-1-2i$.	2. $Z=-1-i$.	3. $Z=1+2i$.	4. $Z=3+i$.	5. $Z=2+i$.
6. $Z=1-i$.	7. $Z=2-i$.	8. $Z=4-3i$.	9. $Z=3-2i$.	10. $Z=2+2i$.

Задание № 11.

Вычислить указанные пределы, не используя правило Лопиталья.

Варианты:

1.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - x - 10}{7x - x^2 - 10}$	А) $X_0 = 1$	Б) $X_0 = 2$	В) $X_0 = \infty$
2.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 6x + 5}{2x^2 + x - 1}$	А) $X_0 = 3$	Б) $X_0 = -1$	В) $X_0 = \infty$
3.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - x - 6}$	А) $X_0 = 3$	Б) $X_0 = 1$	В) $X_0 = \infty$
4.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$	А) $X_0 = 2$	Б) $X_0 = 1$	В) $X_0 = \infty$
5.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 4x + 3}$	А) $X_0 = -1$	Б) $X_0 = 1$	В) $X_0 = \infty$
6.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + 3x + 2}$	А) $X_0 = -2$	Б) $X_0 = 1$	В) $X_0 = \infty$
7.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 6x + 5}$	А) $X_0 = 1$	Б) $X_0 = -1$	В) $X_0 = \infty$
8.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}$	А) $X_0 = 2$	Б) $X_0 = 3$	В) $X_0 = \infty$
9.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}$	А) $X_0 = 3$	Б) $X_0 = -3$	В) $X_0 = \infty$
10.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}$	А) $X_0 = -3$	Б) $X_0 = -2$	В) $X_0 = \infty$

Задание № 12.

Найти производные функций.

Варианты:

1.	A) $y = 5x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \sin \frac{\pi}{4}$; B) $y = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$;	Б) $y = 2^x \cos x$; Г) $y = \ln \sqrt{x^3 + 4}$
2.	A) $y = 3x^2 - \arcsin x + \frac{1}{x^5}$; B) $y = \frac{e^x}{x^2 - 4x - 3}$;	Б) $y = e^x \cdot (x^2 - 1)$; Г) $y = \sqrt[3]{1 - 4x^2}$
3.	A) $y = 2x^3 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + e^x$; B) $y = \frac{\ln x}{x^2}$;	Б) $y = (x^2 + 1)\arctg x$; Г) $y = \sqrt{1 - \sin 5x}$
4.	A) $y = 4x^2 + \sqrt[3]{x} - \cos x$; B) $y = \frac{e^x}{x^2 - 4x - 3}$;	Б) $y = (x^2 + 1)\arctg x$; Г) $y = (3^{\sin x} + 4)^5$
5.	A) $y = 5x^2 + \frac{4}{x^2} - \sqrt[3]{x}$; B) $y = \frac{\arctg x}{x^2 + 1}$;	Б) $y = e^x(x^3 + 4)$; Г) $y = \ln(e^{x^2+4} - 1)$
6.	A) $y = 3x^2 - \arcsin x + \frac{1}{x^5}$; B) $y = \frac{\tg x}{x^2}$;	Б) $y = \ln(x^3 + 3x)$; Г) $y = (3^x - 4)^6$
7.	A) $y = 5x^2 - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} - e^x$; B) $y = \frac{3^x}{x^2 - 1}$;	Б) $y = \arctg x(x^3 + 3x)$; Г) $y = \sin^2(5x - 1)$
8.	A) $y = 4x^5 + \sqrt[5]{x} - 2\sin x$; B) $y = \frac{\arctg x}{x^2 + 1}$;	Б) $y = (e^x - 2)(x^3 - 6x)$; Г) $y = 3^{1-x^2}$
9.	A) $y = 3x^{12} + 4\sqrt[3]{x^7} - \frac{1}{x^2} + \sqrt[4]{10}$; B) $y = \frac{e^x}{x^2 - 4x + 3}$;	Б) $y = (\ln x - x^2)(1 - x^3)$; Г) $y = \sqrt[3]{1 - 4x^2}$
10.	A) $y = x - \frac{5}{x^3} + \sqrt[3]{x^2}$; B) $y = \frac{\tg x}{x - 1}$;	Б) $y = \ln x(x^3 - x)$; Г) $y = \ln \frac{x^4}{x + 1}$

Задание № 13.

Исследовать данную функцию методами дифференциального исчисления и построить ее график.

Варианты:

1. $y = \frac{2}{1+x^2}$	2. $y = \frac{4x}{16+x^2}$	3. $y = \frac{2x}{4+x^2}$	4. $y = \frac{9x}{9+x^2}$	5. $y = \frac{(x+2)^2}{4+x^2}$
6. $y = \frac{6}{3+x^2}$	7. $y = \frac{3-x^2}{9+x^2}$	8. $y = \frac{(3-x)^2}{9+x^2}$	9. $y = \frac{x^2}{5+x^2}$	10. $y = \frac{x^2-1}{1+x^2}$

Задание № 14.

Вычислить неопределенные интегралы.

Варианты:

1.	A) $\int x \cos 2x dx$;	Б) $\int x^2(1-x^3)^5 dx$;	В) $\int \frac{\ln^2 x dx}{x}$.
2.	A) $\int x e^{-2x} dx$;	Б) $\int \sin x \cos^2 x dx$;	В) $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$.
3.	A) $\int x \sin 3x dx$;	Б) $\int x e^{3x^2} dx$;	В) $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$.
4.	A) $\int x e^{3x} dx$;	Б) $\int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x}$;	В) $\int \frac{xdx}{(2-3x^2)^4}$.
5.	A) $\int x^4 \ln x dx$;	Б) $\int \cos 2x \sin^5 2x dx$;	В) $\int x \sqrt{1-2x^2} dx$.
6.	A) $\int x e^{-3x} dx$;	Б) $\int \frac{x^2 dx}{5+2x^3}$;	В) $\int \cos x \sin^4 x dx$.
7.	A) $\int x^2 \ln x dx$;	Б) $\int x \sqrt{2x^2+3} dx$;	В) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$
8.	A) $\int x^3 \ln x dx$;	Б) $\int \frac{xdx}{5-4x^2}$;	В) $\int \sin 3x \cos^3 3x dx$
9.	A) $\int x^5 \ln x dx$;	Б) $\int \operatorname{ctg} 5x dx$;	В) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$.
10.	A) $\int x e^{\frac{x}{2}} dx$;	Б) $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$;	В) $\int \sin x \sqrt{2+\cos x} dx$.

Задание № 15.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=ax^2+bx+c$ и $y=tx+n$ (параметры a, b, c, t, n заданы в таблице). Построить график.

Варианты:

	a	b	c	t	n
1.	1	-4	3	1	-1
2.	1	2	0	1	2
3.	1	4	3	1	3
4.	1	-6	10	1	0
5.	1	-2	1	1	-1
6.	1	6	8	1	4
7.	1	-6	13	1	3
8.	1	8	15	1	5
9.	1	0	0	1	2
10.	1	0	-1	1	1