

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 30.06.2025 14:04:52
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:
Руководитель ООП

Малышкина О.В.
«30»  2025 г.


Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

Специальность

10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация

Математические методы защиты информации

Для студентов 2 курса очной формы обучения

Уровень образования

СПЕЦИАЛИТЕТ

Составитель: к.ф.-м.н., доцент М.Н. Рыбаков

Тверь, 2025

I. Аннотация

1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины являются освоение основ фундаментальных знаний, позволяющих разобраться в математическом описании проблем, связанных с математической логикой и теорией алгоритмов, решать стандартные задачи, давать интерпретацию полученным результатам.

2. Место дисциплины в структуре ООП подготовки специалиста

Дисциплина относится к базовой части блока 1 и является формирующей общепрофессиональные компетенции.

Предварительные знания, необходимые для освоения дисциплины, — это знания, полученные при изучении школьной программы по математическим дисциплинам.

3. Объём дисциплины:

4 зачётные единицы, 144 академических часа, в том числе

контактная работа:

лекции 36 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

практические занятия 36 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

самостоятельная работа: 45 часов;

контроль: 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3: Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.4: Производит основные логические операции в исчислении высказываний и исчислении предикатов
	ОПК-3.5: Оценивает сложность алгоритмов и вычислений
	ОПК-3.6: Применяет методы математической логики и теории алгоритмов к решению задач математической кибернетики

5. Формы промежуточной аттестации

Текущий контроль: зачёт.

6. Язык преподавания – русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)
с указанием отведенного на них количества академических часов и видов
учебных занятий**

1. Структура дисциплины для студентов очной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятельная работа, в т.ч. контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		
		всего	в т.ч. практическая подготовка	всего	в т.ч. практическая подготовка	
1. Алгебра и логика высказываний	24	6	–	6	–	12
2. Логика предикатов	24	6	–	6	–	12
3. Булевы функции	24	6	–	6	–	12
4. Конечные автоматы	24	6	–	6	–	12
5. Формализация понятия алгоритма	24	6	–	6	–	12
6. Алгоритмические проблемы	24	6	–	6	–	12
ИТОГО	144	36	–	36	–	72

III. Образовательные технологии

1. Классическая лекция.
2. Проблемная лекция.
3. Мозговой штурм.
4. Технология развития креативного мышления.
5. Методы группового решения творческих задач.

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Примеры заданий для текущего контроля

1. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Построить таблицу истинности для формулы логики высказываний.

2. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Определить принадлежность булевой функции предполным классам булевых функций
3. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Найти ПНФ для данной формулы логики предикатов.
4. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Построить таблицу Поста для данного класса булевых функций.
5. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Проверить, является ли данная формула логики предикатов тождественно истинной.
6. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Построить конечный автомат для данного автоматного языка.
7. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Построить контрмодель для формулы логики предикатов или доказать, что её не существует.
8. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Построить машину Тьюринга, вычисляющую данную функцию.
9. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Доказать законы логики предикатов.
10. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Доказать, что данный язык не является автоматным.
11. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Доказать, что данная функция является частично рекурсивной.
12. (ОПК-3.4, ОПК-3.5, ОПК-3.6) Найти базисы в данном классе булевых функций.

Вопросы и задания для зачёта по учебной дисциплине.

1. Высказывания. Пропозициональные связи $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow$, истинностные таблицы. Основные равносильности логики высказываний. Построение кнф, днф, скнф, сднф.
2. Предикаты и кванторы. Интерпретация логики предикатов. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты. Примеры.
3. Формулы логики предикатов. Запись на языке логики предикатов. Свободные и связанные вхождения переменной в формулу. Ограниченные кванторы.
4. Равносильные формулы логики предикатов. Основные равносильности логики предикатов. Префиксная нормальная форма.
5. Булевы функции. Одноместные булевы функции. Двуместные булевы функции. Число n -местных булевых функций.
6. Суперпозиция булевых функций. Полные системы булевых функций. Теорема о полноте системы $\{\wedge, \vee, \neg, \}$.
7. Операция замыкания по суперпозиции. Свойства операции замыкания. Примеры полных систем. Лемма: если F_1 — полный класс и все функции F_1 являются суперпозициями функций F_2 , то F_2 — полный класс.
8. Замкнутые классы булевых функций. Общий критерий полноты.
9. Классы P_0, P_1 . Примеры. Замкнутость этих классов. Лемма о функции, не сохраняющей 0 (не сохраняющей 1).

10. Монотонные функции. Отношение порядка. Примеры. Отношение предшествования на множестве булевых векторов. Определение монотонной функции. Примеры. Замкнутость класса M .
11. Лемма о немонотонной функции.
12. Функция $x + y$. Свойства этой функции. Полнота системы функции $\{+, \cdot, 1\}$. Пример. Полиномы Жегалкина. Представимость булевых функций полиномами Жегалкина. Функция голосования.
13. Линейные функции. Лемма о линейном разложении по последнему аргументу. Определение линейной функции. Примеры. Лемма о нелинейной функции.
14. Двойственность. Класс самодвойственных функций. Примеры. Замкнутость класса S .
15. Принцип двойственности. Лемма о суперпозиции двойственных функций.
16. Лемма о несамодвойственной функции.
17. Теорема Поста о полноте. Примеры. Определение базиса, примеры базисов из 1-ой, 2-х, 3-х и 4-х функций.
18. Конечные автоматы. Определение, примеры. Диаграммы Мура. Автоматные языки, примеры. Автоматность однословных языков.
19. Лемма о детерминированной работе конечного автомата. Теорема о параллельной работе автоматов.
20. Замкнутость семейства автоматных языков относительно пересечения, объединения и дополнения. Примеры. Автоматность конечного языка.
21. Теорема о вставке.
22. Автоматные языки. Необходимые условия автоматности языка.
23. Пример неавтоматного языка
24. Неформальное понятие алгоритма.
25. Машины Тьюринга. Тезис Чёрча–Тьюринга. Примеры.
26. Лемма об упорядочении машин Тьюринга.
27. Теорема о композиции машин Тьюринга.
28. Лемма о левой полуленте. Теорема о соединении машин Тьюринга.
29. Теорема о разветвлении машин Тьюринга.
30. Частично рекурсивные функции.
31. Вычислимость по Тьюрингу частично рекурсивных функций.
32. Кодирование машин Тьюринга. Проблема самоприменимости.
33. Теорема Успенского–Райса.
34. Теорема Чёрча.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература

1. Неклюдова, В. Л. Математическая логика и теория алгоритмов :

учебное пособие / В. Л. Неклюдова, В. П. Вербная. — Новосибирск

- : СГУГиТ, 2022. — 70 с. — ISBN 978-5-907513-37-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/317462>
2. Михальченко, Г. Е. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Г. Е. Михальченко. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 74 с. — ISBN 978-5-7638-3932-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/100047.html>
 3. Гамова, А. Н. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / А. Н. Гамова. — 4-е изд., доп. — Саратов : СГУ, 2020. — 92 с. — ISBN 978-5-292-04649-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/170590>

б) Дополнительная литература

1. Ганичева, А. В. Дискретная математика / А. В. Ганичева, А. В. Ганичев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 160 с. — ISBN 978-5-507-46189-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/327335>
2. Гашков, С. Б. Дискретная математика / С. Б. Гашков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 456 с. — ISBN 978-5-507-45940-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/292028>

2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС Лань <https://e.lanbook.com/> Договор № 4-е/23 от 02.08.2023 г.
2. ЭБС Znanium.com <https://znanium.com/> Договор № 1106 эбс от 02.08.2023 г.
3. ЭБС Университетская библиотека online <https://biblioclub.ru> Договор № 02-06/2023 от 02.08.2023 г.
4. ЭБС ЮРАЙТ <https://urait.ru/> Договор № 5-е/23 от 02.08.2023 г.
5. ЭБС IPR SMART <https://www.iprbookshop.ru/> Договор № 3-е/23К от 02.08.2023 г.
6. <https://cyberleninka.ru/> научная электронная библиотека «Киберленинка».
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp;
8. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

<https://cyberleninka.ru/> научная электронная библиотека «Киберленинка».

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Для полноценного усвоения курса студенту необходимо овладеть основными понятиями дисциплины, знать определения, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этим определениям, а также примеры объектов, не удовлетворяющих им. Кроме того, необходимо знать факты, связанные с изучаемыми понятиями. Требуется знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями. Студент должен освоить доказательства основных утверждений и фактов, изучаемых в рамках дисциплины. Часть из этих доказательств целесообразно обсуждать на практических занятиях, например, в форме опроса или докладов.

Практическая и самостоятельная работа включает в себя следующие составляющие.

1. Изучение теоретического материала.
2. Самостоятельное изучение методов решения задач по данному разделу с использованием рекомендованной литературы.
3. Решение задач на лабораторных и практических занятиях.
4. Выполнение контрольных работ.

Планы практических (семинарских) занятий и методические рекомендации к ним.

1. Введение. Задачи и программа курса. Место математической логики и теории алгоритмов в математике и прикладных науках, активно исполь-

зующих математику. О задачах, которые предопределили развитие математической логики и возникновение в ее недрах теории алгоритмов; современные направления исследований и приложений математической логики и теории алгоритмов. Формы самостоятельной работы слушателей по изучению курса. Рекомендации по использованию литературы и компьютерных средств.

2. Алгебра и логика высказываний. Понятие высказывания, высказывания простые и составные, логические (пропозициональные) связки. Тождественно истинные, выполнимые и тождественно ложные формулы логики высказываний. Связь равносильности формул с тождественной истинностью их эквивалентности. Основные свойства логических связок (основные равносильности), алгебра логики. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Логика высказываний как множество тождественно истинных пропозициональных формул.

3. Логика предикатов и теории первого порядка. Предикаты и кванторы (первого порядка). Модели (интерпретации) для формул первого порядка. Свойства кванторов. Префиксная нормальная форма.

4. Булевы функции. Булевы функции, суперпозиция и выразимость булевых функций, полные системы булевых функций, основные примеры. Проблемы полноты систем булевых функций и выразимости булевых функций. Функционально полные классы булевых функций. Классы функций, сохраняющих 0 и сохраняющих 1. Арифметическое представление булевых функций и класс линейных функций. Функции, двойственные друг другу, принцип двойственности, класс самодвойственных функций. Класс монотонных функций. Критерий полноты систем булевых функций: теорема Поста и следствие о разрешимости проблемы полноты.

6. Конечные автоматы. Понятие конечного автомата. Автоматные языки. Замкнутость класса автоматных языков относительно различных опе-

раций (пересечение, объединение, разность, конкатенация и др.). Лемма о разрастании, необходимые условия автоматности языка.

7. Формализация понятия алгоритма и приложения. Проблема формализации понятия алгоритма, основные подходы к ее решению. Машины Тьюринга как одна из возможных формализаций, тезис Чёрча-Тьюринга. Частично рекурсивные функции.

8. Алгоритмические проблемы. Кодирование машин Тьюринга. Проблема самоприменимости машин Тьюринга. Теорема Успенского–Райса. Теорема Чёрча.

Примеры заданий для текущей и промежуточной аттестации

1. Проверьте правильность рассуждения.

Если подозреваемый совершил эту кражу, то либо она была тщательно подготовлена, либо он имел соучастника. Если бы кража была подготовлена тщательно, то, если бы был соучастник, украдено было бы гораздо больше. Значит, подозреваемый невиновен.

2. Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow \neg(C \wedge B), \quad (C \rightarrow B) \wedge \neg(A \wedge \neg B), \quad (\neg C \vee B) \wedge (A \rightarrow B)$$

3. Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$(A \vee \neg B \rightarrow A \wedge C) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg A) \vee (B \wedge \neg C)$$

4. Докажите справедливость следующей равносильности:

$$\neg(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \equiv \neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n.$$

5. Проверьте правильность рассуждения.

Заработная плата возрастет, только если будет инфляция. Если стоимость жизни не увеличится, то инфляции не будет. Заработная плата возрастает. Следовательно, увеличится стоимость жизни.

6. Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(\neg A \leftrightarrow B) \rightarrow \neg(C \rightarrow \neg B), (\neg A \vee \neg B) \wedge (C \rightarrow \neg B), \quad (A \rightarrow \neg B) \wedge \neg(C \wedge B)$$

7. Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$(\neg A \vee C) \wedge (B \rightarrow (B \rightarrow (B \rightarrow A)))$$

8. Докажите справедливость следующей равносильности:

$$\neg(A_1 \vee \dots \vee A_n) \equiv \neg A_1 \wedge \dots \wedge \neg A_n.$$

9. Проверьте правильность рассуждения.

Если он принадлежит к нашей компании, то он храбр и на него можно положиться. Он не принадлежит к нашей компании. Значит, он не храбр или же на него нельзя положиться.

10. Выясните, какие из следующих формул равносильны друг другу и какие являются тождественно истинными.

$$(\neg A \rightarrow B) \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg B \wedge \neg A), \quad (\neg A \vee \neg B) \vee (C \rightarrow \neg B), \quad \neg(\neg(A \rightarrow \neg B) \wedge (C \wedge B))$$

11. Для данной формулы постройте равносильную ей в к.н.ф. и равносильную ей в д.н.ф.

$$\neg((A \rightarrow \neg(B \rightarrow \neg C \vee A)) \wedge (B \rightarrow A \wedge C))$$

12. Докажите справедливость следующей равносильности:

$$A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow (A_3 \rightarrow \dots \rightarrow (A_n \rightarrow B) \dots)) \equiv A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B.$$

13. Выясните, являются ли следующие формулы тождественно истинными:

$$(\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x)), \quad \forall x (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)).$$

14. Дан класс булевых функций. Выяснить, является ли он функционально полным.

15. В данном функционально полном классе булевых функций выделить все базисы.
16. Дан язык. Выяснить, является ли он автоматным.
17. Доказать, что следующие функции являются примитивно рекурсивными:

(а) $f(x, y, z) = \max\{x, y, z\};$

(б) $g(x_1, \dots, x_n) = x_1 + \dots + x_n;$

(в) $h(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=0}^y s(x_1, \dots, x_n, i),$

где $s(x_1, \dots, x_n, i)$ – некоторая примитивно рекурсивная функция.

18. Доказать, что следующие функции являются частично рекурсивными, но не являются примитивно рекурсивными:

(а) $f(x, y) = x : y,$ где деление понимается в обычном смысле;

(б) $g(x)$ – нигде не определённая функция.

VII. Материально-техническое обеспечение

Учебный процесс по данной дисциплине проводится в аудиториях, оснащенных мультимедийными средствами обучения. Для организации самостоятельной работы студентов необходимо наличие персональных компьютеров с доступом в Интернет.

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Помещение для самостоятельной работы, учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной	Столы, стулья, переносной ноутбук, переносной проектор	Google Chrome-бесплатно; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows-Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022; Lazarus – бесплатно; OpenOffice –бесплатно; Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО-бесплатно; ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО-бесплатно

аттестации, практики Компьютерный класс 220 170021, г.Тверь, ул. 2-я Грибоедова, д. 24, Учебная аудитория для проведения заня- тий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проек- тирования (выполне- ния курсовых работ), групповых и индиви- дуальных консульта- ций, текущего контро- ля и промежуточной аттестации, учебная аудитория 215, 170021, г.Тверь, ул. 2-я Грибоедова, д. 24	Столы, стулья, переносной ноут- бук, переносной проектор	Google Chrome-бесплатно; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows-Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022; Lazarus – бесплатно; OpenOffice –бесплатно; Многофункциональный редак- тор ONLYOFFICE бесплатное ПО- бесплатно; ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО- бесплатно
---	---	---

Наличие учебно-наглядных пособий, презентаций для проведения за-
нятий лекционного и семинарского типа, обеспечивающих тематические ил-
люстрации.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п. п.	Обновленный раздел рабочей программы дис- циплины (или модуля)	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания ка- федры, утвер- дившего измене- ния
1.	V. Перечень ос- новной и дополни- тельной учебной литературы, необ- ходимой для ос- воения дисципли- ны	Обновление списка ли- тературы.	Протокол № 11 от 26.06.2013
2.	VII. Методиче- ские указания для обучающихся по освоению дисци-	Корректировка планов практических (семи- нарских) занятий и ме- тодических рекоменда-	Протокол № 10 от 24.06.2014

	плины	ций к ним.	
3.	V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	Обновление списка литературы. Обновление ссылок из ЭБС.	Протокол № 1 от 27.09.2015
4.	VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.	Корректировка планов практических (семинарских) занятий и методических рекомендаций к ним.	Протокол № 1 от 01.09.2016
5.	I - X	Корректировка всех разделов в соответствии с новым стандартом	Протокол № 6 от 28.02.2017
6.	V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	Дополнение списков. Обновление ссылок из ЭБС.	Протокол № 1 от 01.09.2017
7.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	Обновление списков ПО. Обновление ссылок из ЭБС.	Протокол № 1 от 1.09.2023
8.	II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий, IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации	Корректировка наименований разделов и тем. Корректировка оценочных материалов	Протокол № 7 от 7.03.2024