

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 30.09.2024 14:29:41  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

*А.В. Язенин* А.В. Язенин/

«25» мая 2023 года

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ

Направление подготовки

02.04.02 – «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Направленность (профиль)

«Информационные технологии в управлении и принятии решений»

Для студентов 1-го курса

Форма обучения - очная

Составитель:

д.ф.-м.н., профессор А.В. Язенин

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины является освоение фундаментальных понятий теории возможностей и информационных технологий, основанных на мягких вычислениях.

Задачей освоения дисциплины является освоение углубленных математических знаний теории возможностей, необходимых для моделирования гибридной неопределенности возможно-вероятностного типа и выработка практических навыков их использования при разработке математических моделей и методов оптимизации и принятия решений в условиях неопределенности и информационных систем поддержки принятия решений.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Учебная дисциплина «Математические основы нечетких систем» относится к разделу «Математический» обязательной части Блока 1.

Для успешного освоения дисциплины необходимо знать теорию вероятностей, методы оптимизации и принятия решений и уметь использовать эти знания при разработке информационных систем поддержки принятия решений.

В результате изучения дисциплины магистрант должен знать фундаментальные разделы математики, необходимые для проведения научных исследований в области математического обеспечения информационных технологий, уметь моделировать различные типы неопределенности, владеть математическим аппаратом теории возможностей и технологиями мягких вычислений, необходимыми для разработки информационных систем поддержки принятия решений, ориентированных на обработку информации с элементами неполноты и нечеткости.

Данная дисциплина необходима для изучения дисциплин «Модели и методы выбора инвестиционного портфеля в условиях гибридной неопределенности» и «Анализ нечетких информационных систем».

**3. Объем дисциплины:** 12 зачетных единиц, 432 академических часа, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 62 часа, в т.ч. практическая подготовка 23 часа; практические занятия 47 часов;

**самостоятельная работа:** 323 часа, в том числе контроль 63.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий	ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями в области математических и естественных наук, теории коммуникаций ОПК-1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты ОПК-1.3 Решает актуальные задачи прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий
<b>ОПК-3</b> Способен проводить анализ математических моделей, создавать инновационные методы решения прикладных задач профессиональной деятельности в области информатики и математического моделирования	ОПК-3.1 Знает и применяет методы теории алгоритмов, методы системного и прикладного программирования, основные положения и концепции в области математических, информационных и имитационных моделей ОПК-3.2 Соотносит знания в области программирования, интерпретирует прочитанное, определяет и создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем ОПК-3.3 Разрабатывает программное обеспечение и тестирует программные продукты

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения** – экзамены и РГР в 1 и 2 семестрах.

**6. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятель ная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практи ческие занятия		
		всего	в т.ч. практическая подготовка	всего	в т.ч. практическая подготовка	
Первый семестр						
Монотонные функции множества, как основа конструирования нечетких мер.	11	2		1		8
Предельные нечеткие меры: возможность и необходимость	8	1		0		7
Свойства мер возможности и необходимости	9	1		0		8
Возможностная (нечеткая) величина и ее функция распределения. Свойства функции распределения.	16	2	1	1		13
Функции нечетких величин	9	1		1		7
Замкнутые семейства возможностных (нечетких) величин относительно аддитивных операций при сильнейшей T-норме	16	2	1	1		13
Четкие и нечеткие отношения между нечеткими величинами.	11	1		1		9
T-нормы, как математический аппарат для агрегирования возможностной информации и их свойства.	17	2	1	1		14
T-суммы нечетких величин для слабой Tw-нормы.	12	2	1	1		9

Принципы принятия решений в условиях возможностной и стохастической информации. Постановки задач возможностного и стохастического программирования и их содержательная интерпретация.	13	2		1			10
Задача максимизации возможности (необходимости) достижения нечеткой цели при построчных ограничениях по возможности (необходимости).	15	2	1	1			12
Задача максимизации вероятности выполнения цели при построчных ограничениях по вероятности	15	2	1	1			12
Возможностная модель уровневой оптимизации (максимаксная модель).	11	2	1	1			8
Стохастическая модель уровневой оптимизации.	13	2	1	1			10
Возможностно-необходимостная оптимизация в случае Тw- нормы.	13	2	1	1			10
Сравнительное изучение детерминированных аналогов задач возможностной и необходимостной оптимизации в случае сильнейшей и слабейшей Т-норм	12	2	1	1			9
Методы решения задач возможностного программирования в нечетких отношениях	15	2	1	1			12
Итого (за первый семестр)	216	30	11	15			171
Второй семестр							

Нечеткие случайные (возможностно-вероятностные) величины. Основные понятия. Ожидаемое значение нечеткой случайной величины. Гибридная неопределенность.	14	2	1	2			10
Сдвиг масштабное представление нечетких случайных величин. Нечеткие моменты второго порядка.	12	1		2			9
Исчисление нечетких моментов второго порядка при сдвиг- масштабном представлении.	10	1		2			7
Параметризованные распределения возможностей со случайными параметрами. Четкие моменты второго порядка.	12	2	1	2			8
Исчисление моментов второго порядка нечетких случайных величин в классах параметризованных распределений.	12	2	1	2			8
Ожидаемое значение и дисперсия взвешенной суммы нечетких случайных величин.	12	2	1	2			8
Принципы принятия решений в условиях нечетких случайных (возможностно-вероятностных) данных.	11	2	1	1			8
Математические модели (постановки) задач возможностно-вероятностного программирования	16	2	1	2			12
Построение эквивалентных детерминированных аналогов задач возможностно-вероятностного программирования	21	3	1	2			16

Прямые методы возможностного программирования. Реализация прямых методов возможностного программирования в виде интерактивных алгоритмов. Случаи T-связанных и минисвязанных нечетких целей.	12	2	1	2			8
Стохастические квазиградиентные методы в задачах возможностно-вероятностного программирования	17	1		2			14
Решающие правила в задачах возможностного линейного программирования. Оценка матрицы решающего правила	12	2	1	2			8
Лингвистическая аппроксимация линейных решающих правил. Процедура нечеткого вывода	12	2	1	2			8
Задача векторной оптимизации. Функции скаляризации векторного критерия и их свойства.	10	2	1	2			6
Непрямые методы многокритериальной возможностной оптимизации.	9	1		2			6
Нечеткая скаляризация векторного критерия оптимизации. Свойства нечетко скаляризованной функции. Нечеткое подмножество недоминируемых решений.	13	3	1	2			8

Задача векторной оптимизации с нечеткими коэффициентами важности критериев. Четко недоминируемые и парето-оптимальные решения.	11	2		1			8
Итого (за второй семестр)	216	32	12	32			152
ИТОГО	432	62	23	47			323

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Первый семестр		
Монотонные функции множества, как основа конструирования нечетких мер.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Предельные нечеткие меры: возможность и необходимость	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Свойства мер возможности и необходимости	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Возможностная (нечеткая) величина и ее функция распределения. Свойства функции распределения.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Функции нечетких величин	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Замкнутые семейства возможностных (нечетких) величин относительно аддитивных операций	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Четкие и нечеткие отношения между нечеткими величинами.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
T-нормы, как математический аппарат для агрегирования возможностной информации и их свойства.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
T-суммы нечетких величин для слабой T <sub>w</sub> -нормы.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Принципы принятия решений в условиях возможностной и стохастической информации. Постановки задач возможностного и стохастического программирования и их содержательная интерпретация.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач



Задача максимизации возможности (необходимости) достижения нечеткой цели при построчных ограничениях по возможности (необходимости).	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Задача максимизации вероятности выполнения цели при построчных ограничениях по вероятности	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Возможностная модель уровневой оптимизации (максимаксная модель).	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Стохастическая модель уровневой оптимизации.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Возможностно-необходимостная оптимизация в случае Tw- нормы.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Сравнительное изучение детерминированных аналогов задач возможностной и необходимостной оптимизации в случае сильнейшей и слабейшей T-норм	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Методы решения задач возможностного программирования в нечетких отношениях	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Второй семестр	Лекции, практические занятия	
Нечеткие случайные величины. Основные понятия. Ожидаемое значение нечеткой случайной величины. Гибридная неопределенность.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Сдвиг масштабное представление нечетких случайных величин. Нечеткие моменты второго порядка.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Исчисление нечетких моментов второго порядка при сдвиг - масштабном представлении.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Параметризованные распределения возможностей со случайными параметрами. Четкие моменты второго порядка.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Исчисление моментов второго порядка нечетких случайных величин в классах параметризованных распределений.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Ожидаемое значение и дисперсия взвешенной суммы нечетких случайных величин.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Принципы принятия решений в условии нечетких случайных данных. (возможностно-вероятностных)	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Математические модели (постановки) задач возможно-вероятностного программирования	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала Решение задач
Прямые методы возможностного программирования. Реализация прямых методов возможностного программирования в виде интерактивных алгоритмов. Случаи взаимосвязанных и минисвязанных нечетких целей.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Стохастические квазиградиентные методы в задачах возможно-вероятностного программирования	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Решающие правила в задачах возможностного линейного программирования. Оценка матрицы решающего правила	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Лингвистическая аппроксимация линейных решающих правил. Процедура нечеткого вывода	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Задача векторной оптимизации. Функции скаляризации векторного критерия и их свойства.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Непрямые методы многокритериальной возможностной оптимизации.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Нечеткая скаляризация векторного критерия оптимизации. Свойства нечетко скаляризованной функции. Нечеткое подмножество недоминируемых решений.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Задача векторной оптимизации с нечеткими коэффициентами важности критериев. Четко недоминируемые и парето-оптимальные решения.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Изучение дисциплины строится на сочетании лекций, проводимых в интерактивной форме с компьютерными презентациями и визуализацией материала, практических занятий, контрольных и самостоятельных работы, а также выступлениях студентов с докладами по отдельным темам курса.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

<b>ОПК-1</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий	ОПК-1.1 Обладает фундаментальными знаниями в области математических и естественных наук, теории коммуникаций ОПК-1.2 Осуществляет первичный сбор и анализ материала, интерпретирует различные математические объекты
---	---

	ОПК-1.3 Решает актуальные задачи прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий
--	---

<b>Типовые контрольные задания</b>	<b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b>
1. Математическая модель нечеткой величины, свойства ее функции распределения. 2. Математическая модель нечеткой случайной величины и ее числовые характеристики	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1. Исчисление нечетких величин в классах параметризованных распределений 2. Числовые характеристики нечетких случайных величин при сдвиг-масштабном представлении	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1. Доказательство свойств возможностной меры. 2. Доказательство свойств необходимостной меры. 3. Доказательство свойств вероятностной меры.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1. Разработка моделей критериев задач возможностной оптимизации и построение их эквивалентных четких аналогов 2. Разработка моделей ограничений задач возможностной оптимизации и построение их эквивалентных четких аналогов	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1. Способы экспликации гибридной неопределенности на основе сдвиг-масштабного представления нечеткой случайной величины 2. Способы экспликации гибридной неопределенности на основе параметризованных возможностных распределений	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

<b>ОПК-3 Способен проводить анализ математических моделей, создавать инновационные методы решения прикладных задач профессиональной деятельности в области информатики и математического моделирования</b>	ОПК-3.1 Знает и применяет методы теории алгоритмов, методы системного и прикладного программирования, основные положения и концепции в области математических, информационных и имитационных моделей ОПК-3.2 Соотносит знания в области программирования, интерпретирует прочитанное, определяет и создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем
--	---

	ОПК-3.3 Разрабатывает программное обеспечение и тестирует программные продукты
--	--

<b>Типовые контрольные задания</b>	<b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b>
1. Разработка различных компонент моделей возможно-необходимостной оптимизации и их агрегирование в процессе синтеза модели коллективом исполнителей 2. Разработка различных компонент моделей возможно-вероятностной оптимизации и их агрегирование в процессе синтеза модели коллективом исполнителей	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1. Разработка моделей возможно-необходимостной оптимизации на основе сильнейшей t-нормы 2. Разработка моделей возможно-необходимостной оптимизации на основе слабейшей t-нормы 3. Разработка моделей возможно-вероятностной оптимизации на основе сильнейшей и слабейшей t-норм	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1. t-нормы, генераторы t-норм 2. Методы агрегирования нечеткой информации на основе сильнейшей t-нормы 3. Методы агрегирования нечеткой информации на основе слабейшей t-нормы	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1. Классификация моделей и методов возможно-необходимостной оптимизации 2. Классификация моделей и методов возможно-вероятностной оптимизации	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Язенин А.В. Основные понятия теории возможностей / А.В. Язенин. - Москва: Физматлит, 2016. - 142 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=469649>.
2. Пантина, И. В. Вычислительная математика [Электронный ресурс]: учебник / И. В. Пантина, А. В. Синчуков. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: МФПУ

Синергия, 2012. - 176 с. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0064-3.  
–Режим доступа:

<http://znanium.com/go.php?id=451160>

3. Муромцев Д.Ю. Методы оптимизации и принятие проектных решений: учебное пособие для магистрантов по направлению 11.04.03 / Д.Ю. Муромцев, В.Н. Шамкин; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов: Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 80 с.: ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1451-1; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444652>

б) Дополнительная литература:

1. Струченков, В. И. Методы оптимизации трасс в САПР линейных сооружений: учебное пособие / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2020. - 272 с. - ISBN 978-5-91359-139-5. - Текст: электронный. Режим доступа: - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1858780>

2) Программное обеспечение

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 4б (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-университет <http://www.intuit.ru>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

**Самостоятельная работа студентов предполагает проведение двух видов работ:**

1. Самостоятельная подготовка докладов по предлагаемым темам (примерные темы докладов приводятся ниже);
2. Самостоятельное решение сложных задач по темам, рассматриваемым на лекциях (примерная задача для самостоятельного решения приводится ниже).

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

**Самостоятельная работа студентов предполагает проведение двух видов работ:**

1. Самостоятельная подготовка докладов по предлагаемым темам (примерные темы докладов приводятся ниже);
2. Самостоятельное решение сложных задач по темам, рассматриваемым на лекциях (примерная задача для самостоятельного решения приводится ниже).

### Темы РГР:

1. Операции над нечеткими подмножествами;
2. Идентификация возможных распределений функций нечетких величин;
3. Исчисление нечетких величин при сильнейшей t-норме;
4. Исчисление нечетких величин при слабейшей t-норме;
5. Четкие и возможные отношения между нечеткими величинами;
6. Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов задач стохастического программирования;
7. Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов задач возможностного программирования;
8. Исчисление нечетких случайных величин;
9. Четкие и нечеткие моменты второго порядка.
10. Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов задач возможно-вероятностной оптимизации.

### Примерные темы докладов:

1. Стохастическое и возможностное программирование: сравнительный анализ.
2. Непрямые методы стохастического программирования.
3. Непрямые методы возможностного программирования.
4. Методы возможно-вероятностного программирования.

### Примеры задач для самостоятельной работы

Задача 1. Построить эквивалентный четкий аналог задачи возможно-необходимостной оптимизации и решить его графическим методом:

$$k \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} \pi\{a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = k\} \geq 1/2, \\ \pi\{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1\} \geq 1/2, \\ \nu\{a_{21}x_1 - a_{22}x_2 \geq b_2\} \geq 1/4, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

где  $a_{01} \in Tr(2,2)$ ,  $a_{02} \in Tr(3,3)$ ,

$a_{11} = 3$ ,  $a_{12} \in Tr(3,1)$ ,  $b_1 \in Tr(6,1)$ ,

$a_{21} = 2$ ,  $a_{22} \in Tp(4,6,2,1)$ ,  $\mu_{b_2}(t) = \max\{0, \min\{1, 1 - 2(t - 3)\}\}$ ,  $t \in E^1$ .

Задача 2. Имеем две нечеткие величины ( $L-R$ ) типа. Пусть  $L(t) = e^{-t^2}, t > 0$ ,  $R(t) = \max\{0, 1-t\}, t > 0$ . Распределения равны соответственно:  $X_1 = (3,5,1,2)_{(L,R)}$ ,  $X_2 = (4,5,2,1)_{(L,R)}$ . Определите распределение нечеткой величины  $2X_1 + X_2$ , найдите ее  $\alpha$ -уровневое множество при  $\alpha = 0.7$ .

## Вопросы для подготовки к экзамену

### 1 семестр

1. Монотонные функции множества, как основа конструирования нечетких мер.
2. Свойства мер возможности и необходимости.
3. Возможностная (нечеткая) величина и ее функция распределения. Свойства функции распределения.
4. Функции нечетких величин.
5. Четкие и нечеткие отношения между нечеткими величинами.
6. Т-нормы, как математический аппарат для агрегирования возможностной информации и их свойства.
7. Т-суммы нечетких величин для слабой Т-нормы.
8. Принципы принятия решений в условиях возможностной и стохастической информации. Постановки задач возможностного и стохастического программирования и их содержательная интерпретация.
9. Задача максимизации возможности (необходимости) достижения нечеткой цели при построчных ограничениях по возможности (необходимости).
10. Задача максимизации вероятности выполнения цели при построчных ограничениях по вероятности.
11. Задача уровневой оптимизации (максимаксная модель).
12. Стохастическая модель уровневой оптимизации.
13. Возможностно-необходимостная оптимизация в случае Тw нормы.
14. Сравнительное изучение детерминированных аналогов задач возможностной и необходимостной оптимизации в случае сильнейшей и слабейшей Т-норм.
15. Методы решения задач возможностного программирования в нечетких отношениях.

### 2 семестр

1. Нечеткие случайные величины. Основные понятия. Ожидаемое значение нечеткой случайной величины. Гибридная неопределенность.
2. Сдвиг-масштабное представление нечетких случайных величин. Нечеткие моменты второго порядка.



3. Исчисление нечетких моментов второго порядка при сдвиг-масштабном представлении.
4. Параметризованные распределения возможностей со случайными параметрами. Четкие моменты второго порядка.
5. Исчисление моментов второго порядка нечетких случайных величин в классах параметризованных распределений.
6. Ожидаемое значение и дисперсия взвешенной суммы нечетких случайных величин.
7. Прямые методы возможностного программирования. Реализация прямых методов возможностного программирования в виде интерактивных алгоритмов. Случаи взаимосвязанных и минисвязанных нечетких целей.
8. Принципы принятия решений в условии нечетких случайных (возможностно-вероятностных) данных.
9. Математические модели (постановки) задач возможностно-вероятностного программирования
10. Стохастические квазиградиентные методы в задачах возможностно-вероятностного программирования
11. Решающие правила в задачах возможностного линейного программирования. Оценка матрицы решающего правила.
12. Лингвистическая аппроксимация линейных решающих правил. Процедура нечеткого вывода.
13. Задача векторной оптимизации. Функции скаляризации векторного критерия и их свойства.
14. Нечеткая скаляризация векторного критерия оптимизации. Свойства нечетко скаляризованной функции.
15. Задача векторной оптимизации с нечеткими коэффициентами важности критериев. Четко недоминируемые и парето-оптимальные решения.

**Планы и методические указания по подготовке к практическим (семинарским) занятиям, выполнению лабораторных работ.**

Практическое занятие осуществляется по следующему плану:

1. проверка выполнения заданий, выданных для домашней работы;
2. обзор пройденного лекционного материала;
3. решение задач по очередной теме;
4. обсуждение результатов решения задачи;
5. выдача задач для домашней работы.

### **Примеры решения задач**

#### **Исчисление нечетких величин**

№1.

Заданы две нечеткие величины  $X_1$  и  $X_2$ .

Необходимо найти распределение нечеткой величины, определяемой выражением  $-4X_1 + 2X_2$  и границы  $\alpha$ -уровневого множества нечеткой величины, представленной данным выражением.

Исходные данные:

$$X_1 \in Tr(5,2), X_2 \in Tr(4,1),$$

$$\alpha = 0,6.$$

Решение.

В соответствии с исчислением возможностей мы можем установить класс распределений, которому принадлежит нечеткая величина, определяемая выражением:

$$-4X_1 + 2X_2 \in Tr(-4*5 + 2*4, |-4|*2 + |2|*1) = Tr(-12,10).$$

Тогда в соответствии с формулами для расчета границ  $\alpha$ -уровневого множества в классах триангулярных распределений имеем:

$$X^+(\alpha) = a + \frac{b}{2}(1-\alpha) = -12 + \frac{10}{2}(1-0,6) = -12 + 2 = -10,$$

$$X^-(\alpha) = a - \frac{b}{2}(1-\alpha) = -12 - \frac{10}{2}(1-0,6) = -12 - 2 = -14.$$

Таким образом, правая граница  $\alpha$ -уровневого для полученной нечеткой величины равна -10; левая граница  $\alpha$ -уровневого множества для полученной нечеткой величины равна -14.

№2.

Заданы две нечеткие величины ( $L-R$ ) типа. Пусть  $L(t) = e^{-t^2}, t > 0,$

$$R(t) = \max\{0, 1-t\}, t > 0.$$

Необходимо определить распределение нечеткой величины  $3X_1 + 4X_2$  и найти границы ее  $\alpha$ -уровневого множества.

Исходные данные:

$$X_1 = (5,6,1,1)_{(L,R)}, X_2 = (3,5,2,1)_{(L,R)},$$

$$\alpha = 0,5.$$

Решение.

В соответствии с исчислением нечетких величин ( $L-R$ ) типа получаем:

$$(3X_1 + 4X_2)_{(L,R)} = (3*5 + 4*3,3*6 + 4*5, |3|*1 + |4|*2, |3|*1 + |4|*1)_{(L,R)} = (27,38,11,7)_{(L,R)}$$

Применяя соответствующие формы для определения границ  $\alpha$ -уровневых множеств получаем:

$$X^+(\alpha) = \bar{m} + \bar{d}(1 - \alpha) = 38 + 7(1 - 0,5) = 41,5;$$

$$X^-(\alpha) = \underline{a - b\sqrt{\ln \alpha^{-1}}} = 27 - 11\sqrt{\ln 2}.$$

Таким образом,  $3X_1 + 4X_2 = (27,38,11,7)_{(L,R)}$ , правая граница  $\alpha$ -уровневого множества нечеткой величины  $3X_1 + 4X_2$  равна 41,5; левая граница  $\alpha$ -уровневого множества для  $3X_1 + 4X_2$  равна  $27 - 11\sqrt{\ln 2}$ .

### Решение задачи возможностного программирования.

Построить и решить эквивалентный детерминированный аналог задачи возможностного программирования.

$$k \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} \pi\{a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = k\} \geq \frac{1}{2}, \\ \pi\{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1\} \geq \frac{1}{2}, \\ \pi\{a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2\} \geq \frac{1}{4}, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Исходные данные:

$$a_{01} \in Tr(2,2), a_{02} \in Tr(3,3),$$

$$a_{11} = 3, a_{12} \in Tr(2,2), b_1 \in Tr(6,1),$$

$$a_{21} = 2, a_{22} = 3, \mu_{b_2}(t) = \max\{0, \min\{1, 1 - 2(t - 3)\}\}.$$

Решение.

Приведенная в варианте задача есть модель уровневой оптимизации.

Построим эквивалентные аналоги моделей критерия и ограничений.

1. Рассмотрим модель критерия.

$$k \rightarrow \max,$$

$$\pi\{a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = k\} \geq \frac{1}{2}.$$

Данная модель критерия может быть сведена к следующей детерминированной модели:

$$a_{01}^+ x_1 + a_{02}^+ x_2 \rightarrow \max.$$

Таким образом, нам необходимо найти  $a_{01}^+$  и  $a_{02}^+$  для уровня возможности  $\alpha_0 = \frac{1}{2}$ . Воспользуемся известными формулами для расчета правых границ

$\alpha$ -уровневого множества.

$$R_{01} = \frac{1 - \alpha_0}{2} = \frac{1}{4},$$

$$R_{02} = \frac{1 - \alpha_0}{2} = \frac{1}{4}.$$

Следовательно:

$$a_{01}^+ = \hat{a}_{01} + R_{01} \hat{d}_{01} = 2 + \frac{1}{4} * 2 = 2,5;$$

$$a_{02}^+ = \hat{a}_{02} + R_{02} \hat{d}_{02} = 3 + \frac{1}{4} * 3 = 3,75.$$

Тогда эквивалентная детерминированная модель критерия имеет следующий вид:  $2,5x_1 + 3,75x_2 \rightarrow \max$ .

2. Рассмотрим модель ограничений.

Сначала рассмотрим первое ограничение.

$$a_{11}^+ = a_{11}^- = 3 \text{ (по условию).}$$

В соответствии с расчетными формулами для границ  $\alpha$ -уровневых множеств имеем:

$$r_{12} = \frac{\alpha_1 - 1}{2} = \frac{1/2 - 1}{2} = -\frac{1}{4},$$

$$R_{12} = \frac{1 - \alpha_1}{2} = \frac{1 - 1/2}{2} = \frac{1}{4}.$$

Тогда:

$$a_{12}^+ = \hat{a}_{12} + R_{12} \hat{d}_{12} = 3 + \frac{1}{4} * 1 = 3,25;$$

$$a_{12}^- = \hat{a}_{12} + r_{12} \hat{d}_{12} = 3 - \frac{1}{4} * 1 = 3,75.$$

Вычислим свободные коэффициенты:

$$R_1 = \frac{1 - \alpha_1}{2} = \frac{1}{4},$$

$$r_1 = \frac{\alpha_1 - 1}{2} = -\frac{1}{4}.$$

Следовательно:

$$b_1^+ = \hat{b}_1 + R_1 \hat{d}_1 = 6 + \frac{1}{4} * 1 = 6,25;$$

$$b_1^- = \hat{b}_1 + r_1 \hat{d}_1 = 6 - \frac{1}{4} * 1 = 5,75.$$

В результате первое ограничение преобразуется в следующую пару детерминированных ограничений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3,25x_2 \geq 5,75, \\ 3x_1 + 2,75x_2 \leq 6,25. \end{cases}$$

Рассмотрим второе ограничение.

$$a_{21}^+ = a_{21}^- = 2 \text{ (по условию),}$$

$$a_{22}^+ = a_{22}^- = 3 \text{ (по условию).}$$

Нетрудно видеть, что  $b_2^- = -\infty$ .

Найдем  $b_2^+$ .

Нетрудно видеть, что  $b_2^+ = 3\frac{3}{8} = 3,375$ .

Тогда эквивалентное ограничение имеет вид:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 3,385.$$

Выпишем теперь полностью эквивалентный детерминированный аналог исходной задачи:

$$2,5x_1 + 3,75x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 3,75x_2 \geq 5,75, \\ 3x_1 + 2,75x_2 \leq 6,25, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 3,375, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Полученная задача линейного программирования может быть решена графическим способом.

## VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Учебная аудитория № 212 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, мультимедийный комплекс (доска, проектор, панель управления).
---	---

#### Для самостоятельной работы

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс факультета ПМиК № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.
--	---

### VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение, необходимое для проведения практики 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в программное обеспечение	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
2.			
3.			
4.			