

Документ подписан электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 22.07.2024 16:05:28
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:
Руководитель ООП

Б.Б.Педько
«21» мая 2024 г.



Рабочая программа дисциплины

МАТЕМАТИКА

Теория вероятностей и математическая статистика

- Закреплена за кафедрой: **Физики конденсированного состояния**
- Направление подготовки: **03.03.02 Физика**
- Направленность (профиль): **Медицинская физика**
- Квалификация: **Бакалавр**
- Форма обучения: **очная**
- Семестр: **2**

Программу составил(и):
д-р физ.-мат. наук, проф., Пастушенков Юрий Григорьевич;
ассистент, Синкевич Артем Игоревич

Тверь, 2024

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины (модуля):

Целью дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование понимания роли вероятностных процессов в жизни и деятельности человека, освоение ее основных понятий и идей, развитие способности использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Задачи:

Задачами освоения дисциплины является:

- изучение основ теории вероятностей и математической статистики;
- овладение навыками использования теории вероятностей и методов математической статистики для решения научных и практических задач.
- развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О.11Б1.О

Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Основы алгоритмизации и программирования

Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Молекулярная физика

Программирование

Физический практикум по молекулярной физике

Численные методы и математическое моделирование

Обработка и анализ данных физического эксперимента

Методы математической физики

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе:	
аудиторные занятия	72
самостоятельная работа	25
часов на контроль	27

4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1.2: Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля в семестрах:

экзамены	2
----------	---

6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занят.	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Источники	Примечание
	Раздел 1. 1. Случайные события					
1.1	Операции над событиями и отношения между ними. Алгебра событий. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли: формула Пуассона, интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.	Лек	2	12	Л1.2Л2.1	
1.2	Решение задач по теме "Случайные события"	Пр	2	12	Л1.3Л2.2 Л2.3	
1.3	Самостоятельное решение задач по теме "Случайные события"	Ср	2	8	Л1.2 Л1.3Л2.2 Л2.3	
	Раздел 2. 2. Случайные величины					

2.1	<p>Закон распределения случайной величины. Дискретная и непрерывная случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Основные законы распределения дискретных случайных величин. Основные законы распределения непрерывной случайной величины. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигм». Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана. Характеристики формы распределения случайных величин: асимметрия, эксцесс. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.</p>	Лек	2	12	Л1.2Л2.7 Л2.8	
2.2	Решение задач по теме "Случайные величины"	Пр	2	12	Л1.3Л2.8	
2.3	Самостоятельное решение задач по теме "Случайные величины"	Ср	2	8	Л1.1 Л1.3Л2.5 Л2.6	
	Раздел 3. 3. Математическая статистика					

3.1	<p>Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Основные характеристики выборки: среднее арифметическое наблюдаемых значений выборки, статистическая дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Основные законы распределения, используемые в математической статистике. Статистическое оценивание параметров распределения. Точечные оценки. Классификация точечных оценок. Оценка математического ожидания и дисперсии случайной величины. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины. Доверительные интервалы для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез.</p>	Лек	2	12	Л1.1 Л1.2Л2.4	
3.2	Решение задач по теме "Математическая статистика"	Пр	2	12	Л1.3Л2.5	
3.3	Самостоятельное решение задач по теме "Математическая статистика"	Ср	2	9	Л1.1 Л1.3Л2.5	
	Раздел 4. 4. Контроль					
4.1	Теория вероятностей и математическая статистика	Экзамен	2	27		

Список образовательных технологий

1	Активное слушание
2	Технологии развития критического мышления
3	Информационные (цифровые) технологии

8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

См. Приложение 1

8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

См. Приложение 1

8.3. Требования к рейтинг-контролю

Форма проведения промежуточной аттестации – экзамен. Студенты, освоившие программу курса могут получить экзаменационную оценку по итогам текущей аттестации согласно Положению о рейтинговой системе обучения и оценки качества учебной работы студентов ТвГУ.

Максимальная сумма баллов, которые можно получить за семестр – 100.

- текущая аттестация – 40 баллов (две контрольных работы по 20 баллов);
- 10 баллов за работу на практических занятиях в семестре;
- 10 баллов за самостоятельное решение задач.
- 40 баллов – ответ на экзамене.

Все баллы, полученные в течение семестра, суммируются.

В текущей аттестации используются тестовые вопросы и задания для проверки знаний теоретических понятий, формул, методов и умения применять их при решении конкретных задач (20 тестовых вопросов и заданий). На итоговой аттестации – 2 вопроса по теории и задача.

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

9.1. Рекомендуемая литература

9.1.1. Основная литература

Шифр	Литература
Л1.1	Малугин, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-05470-5, URL: https://urait.ru/bcode/540056
Л1.2	Гмурман, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-00211-9, URL: https://urait.ru/bcode/535417
Л1.3	Гмурман, Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-08389-7, URL: https://urait.ru/bcode/535416

9.1.2. Дополнительная литература

Шифр	Литература
Л2.1	Попов, Сотников, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-18264-4, URL: https://urait.ru/bcode/534639
Л2.2	Кацман, Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями, Москва: Юрайт, 2022, ISBN: 978-5-534-10082-2, URL: https://urait.ru/bcode/490304
Л2.3	Ивашев-Мусатов, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-01359-7, URL: https://urait.ru/bcode/536550

Л2.4	Трофимов, Математическая статистика, Москва: Юрайт, 2022, ISBN: 978-5-534- 08874-8, URL: https://urait.ru/bcode/494524
Л2.5	Далингер, Симонженков, Галюкшов, Теория вероятностей и математическая статистика с применением Mathcad, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-10080-8, URL: https://urait.ru/bcode/537761
Л2.6	Палий, Теория вероятностей. Задачник, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-04641-0, URL: https://urait.ru/bcode/539559
Л2.7	Фарафонов В. Г., Случайные величины и случайные события, Санкт-Петербург: ГУАП, 2020, ISBN: 978-5-8088-1462-2, URL: https://e.lanbook.com/book/216521
Л2.8	Митина Т. В., Многомерные случайные величины. Корреляционный анализ, Дубна: Государственный университет «Дубна», 2021, ISBN: 978-5-89847-646-5, URL: https://e.lanbook.com/book/196978

9.3.1 Перечень программного обеспечения

1	Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows
2	Adobe Acrobat Reader
3	Google Chrome
4	АВВУ Lingvo x5
5	OpenOffice
6	Origin 8.1 Sr2
7	Многофункциональный редактор ONLYOFFICE

9.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	ЭБС BOOK.ru
2	ЭБС «Лань»
3	ЭБС IPRbooks
4	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
5	ЭБС «ЮРАИТ»

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудит-я	Оборудование
3-227	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-218	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-4а	компьютеры, проектор, экран, переносной ноутбук, сумка для ноутбука, коммутатор, видеокамеры

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Вопросы для самостоятельной работы и подготовки к аттестации

1. События. Операции над событиями. Алгебра событий. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Свойства вероятности.

2. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.

3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Повторные независимые испытания. Схема (формула) Бернулли.
5. Теорема (формула) Пуассона.
6. Интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа.
7. Случайные величины. Закон распределения случайной величины. Дискретная и непрерывная случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
8. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
9. Основные законы распределения дискретных случайных величин: равномерное распределение, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона, биномиальное распределение.
10. Основные законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное распределение, показательное (экспоненциальное) распределение, нормальное распределение (распределение Гаусса).
11. Формула для определения вероятности попадания случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигм».
12. Многомерные случайные величины. Условные распределения для системы дискретных случайных величин. Плотность распределения и условные распределения составляющих непрерывных случайных величин.
13. Математическое ожидание и его свойства.
14. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
15. Начальные и центральные моменты случайных величин.
16. Характеристики формы распределения случайных величин: асимметрия, эксцесс.
17. Ковариация как характеристика меры связи случайных величин. Свойства ковариации.
18. Коэффициент корреляции. Теоремы о свойствах коэффициента корреляции.
19. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Характеристическая функция.
20. Случайные процессы. Конечные однородные цепи Маркова. Матрица перехода.
21. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма.
22. Эмпирическая функция распределения.
23. Основные характеристики выборки: среднее арифметическое наблюдаемых значений выборки (выборочная средняя), статистическая дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
24. Основные законы распределения, используемые в математической статистике: распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера.
25. Статистическое оценивание параметров распределения. Точечные оценки. Классификация точечных оценок. Оценка математического ожидания и дисперсии случайной величины. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
26. Методы получения оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.
27. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины при различных условиях.
28. Доверительные интервалы для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.
29. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Сравнение двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей.
30. Проверка статистических гипотез. Сравнение выборочной средней с гипотетической средней нормально распределенной генеральной совокупности.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

1 модуль

В 1 модуль входит тема 1 (Случайные события). Максимальная сумма баллов в 1 модуле - 50 баллов, из них 25 баллов отводится на текущий контроль учебной работы студента, 25 баллов на рубежный контроль по модулю.

Текущая работа студента складывается из домашнего контрольного задания, ответов у доски, активной работы на занятиях.

Рубежный контроль по модулю проводится в форме контрольной работы.

Примерный перечень вопросов и заданий для проведения текущего и рубежного контроля.

- 1.1. Образуют ли полную группу следующие события. Опыт — бросание монеты; события: A_1 — появление герба; A_2 —появление цифры.
- 1.2. Образуют ли полную группу следующие события: Опыт — два выстрела по мишени; события: A_0 — ни одного попадания; A_1 — одно попадание; A_2 — два попадания.
- 1.3. Являются ли несовместными следующие события: Опыт — бросание двух монет; события: B_1 —появление герба на первой монете; B_2 —появление цифры на второй монете.
- 1.4. Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — бросание симметричной монеты; события: A_1 — появление герба; A_2 — появление цифры.
- 1.5. Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — выстрел по мишени; события: C_1 —попадание; C_2 —промах.
- 1.6. Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — бросание игральной кости; события: F_1 —появление не менее трех очков; F_2 —появление не более четырех очков?
- 1.7. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?
- 1.8. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
- 1.9. Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?
- 1.10. В коробке шесть одинаковых, занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.
- 1.11. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 3?
- 1.12. Сколько можно приготовить стаканчиков с двумя различными шариками мороженого, если всего доступно 5 сортов мороженого?
- 1.13. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется случайно названное двузначное число.
- 1.14. Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность P того, что оба раза появится одинаковое число очков.
- 1.15. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
- 1.16. В урне a белых и b черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.
- 1.17. В урне a белых и b черных шаров. Из урны вынули один шар и, не глядя, отложили в сторону. После этого из урны взяли еще один шар. Он оказался белым. Найти вероятность того, что первый шар, отложенный в сторону,— тоже белый.
- 1.18. Производится три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и, третьем выстрелах равны соответственно $p_1 = 0,5$; $p_2 = 0,6$; $p_3 = 0,7$. Найти вероятность того, что в результате этих трех выстрелов в мишени будет ровно одна пробоина.

- 1.19. Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет.
- 1.20. Круговая мишень состоит из трех зон: I, II и III. Вероятность попадания в первую зону при одном выстреле $0,1$, во вторую $0,2$, в третью $0,3$. Найти вероятность промаха.
- 1.21. Брошены две игральные кости. Найти вероятность события: сумма выпавших очков равна восьми, а разность — четырем.
- 1.22. Игрок в шахматы хочет поставить в ряд две белые и четыре черные пешки. Сколькими способами это можно сделать?
- 1.23. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется случайно названное двузначное число, цифры которого различны.
- 1.24. Из урны, в которой находятся 5 черных и 9 белых шаров, вынимают одновременно 2 шара. Определить вероятность того, что оба шара будут черными.
- 1.25. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.
- 1.26. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.
- 1.27. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной $0,9$. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 приборов.
- 1.28. В партии из 14 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны четыре детали. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей две - стандартные.
- 1.29. По цели произведено 20 выстрелов, причем зарегистрировано 18 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель.
- 1.30. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель $p = 0,6$. Найти вероятность того, что попадание произойдет при третьем выстреле.
- 1.31. На отрезок единичной длины наудачу поставлена точка. Определить вероятность того, что расстояние от точки до концов отрезка превосходит величину $0,3$.
- 1.32. В урне лежат 12 шаров, среди которых 9 шаров белые. Наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что все три шара будут белыми.
- 1.33. В урне 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар (событие A), при втором — черный (событие B) и при третьем — синий (событие C).
- 1.34. Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень первого стрелка $0,8$, для второго $0,4$. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку.
- 1.35. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равно $0,0002$. Найти вероятность того, что на базу придут 3 негодных изделия.
- 1.36. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен на «отлично», равна $0,2$, второй - $0,7$. Найти вероятность того, что студент сдаст на «отлично» хотя бы один экзамен.
- 1.37. Из урны, в которой находятся 8 белых и 9 черных шаров, вынимают наудачу один шар. Какова вероятность того, что этот шар будет белым?
- 1.38. Два предприятия производят разнотипную продукцию. Вероятности их банкротства в течение года равны $0,1$ и $0,2$ соответственно. Тогда вероятность того, что в течение года обанкротится только одно предприятие, равна...
- 1.39. В урну, в которой лежат 3 черных и 5 белых шара добавляют два белых шара. После этого наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Определить вероятность того, что все три шара будут белыми.
- 1.40. В круг радиусом $R = 5$ см наудачу поставлена точка. Чему равна вероятность того, что расстояние от точки до окружности, ограничивающей этот круг, не превосходит 2 см?
- 1.41. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы этих элементов (в течение рабочего дня) равны соответственно $0,8$, $0,6$ и $0,7$. Найти вероятность того, что в течение рабочего дня будет работать безотказно хотя бы один элемент.
- 1.42. На рисунке 1 изображены два события A и B .  Рис.1
Тогда заштрихованная часть представляет собой событие ...

- 1.43. С первого станка на сборку поступает 20%, со второго - 80% всех деталей. Среди деталей первого станка 90% стандартных, второго - 70%. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Какова вероятность того, что эта деталь изготовлена на первом станке.
- 1.44. В урну, в которой лежат 3 черных и 5 белых шара добавляют два белых шара. После этого наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что все три шара будут белыми.
- 1.45. В ящике содержатся 20 деталей, изготовленных на заводе № 1 и 30 деталей, изготовленных на заводе № 2. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе № 1, отличного качества равна 0,75, а на заводе № 2 равна 0,85. Наудачу извлеченная деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена на заводе № 2.
- 1.46. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p = 0,75$. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.
- 1.47. Имеются 3 урны, содержащие по 5 белых и 5 черных шаров; 5 урн, содержащих по 6 белых и 4 черных шара и 2 урны, содержащие по 4 белых и 6 черных шаров. Из наудачу взятой урны вытаскивается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется белым.
- 1.48. Вероятность того, что деталь не стандартна, $p=0,1$. Найти вероятность того, что среди случайно отобранных 400 деталей относительная частота появления нестандартных деталей отклонится от вероятности $p=0,1$ по абсолютной величине не более, чем на 0,03.
- 1.49. Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	1	2	-1	0
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Записать ее функцию распределения вероятностей.

- 1.50. Даны две независимые дискретные случайные величины X и Y :

X	1	2
p	0,5	0,5

X	3	4
q	0,3	0,7

Запишите закон распределения вероятностей суммы $X + Y$.

- 1.51. Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	1	4	5	6
P	0,3	a	b	c

Тогда значения a , b и c могут быть равны...

- 1.52. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	9	10	11	12
P	0,35	0,25	0,15	0,25

Найти вероятность $P(10 \leq X \leq 12)$.

- 1.53. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	7	9	11	13
P	0,25	0,2	0,30	0,25

Тогда вероятность $P(7 < X \leq 13)$ равна ...

- 1.54. Монета брошена 3 раза. Написать в виде таблицы закон распределения случайной величины X — числа выпадений «герба».

- 1.55. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	4	5	6
P	0,1	0,3	0,6

Определить ее математическое ожидание.

- 1.56. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	3	6
P	0,2	0,8

Тогда ее дисперсия равна ...

- 1.57. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	3	5
P	0,8	0,2

Найти дисперсию случайной величины X .

1.58. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{8} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти вероятность $P(1 < X < 3)$.

1.59. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ Cx^2 & \text{при } 0 < x \leq 8, \\ 0 & \text{при } x > 8. \end{cases}$$

Определить значение параметра C .

1.60. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Найти ее функцию распределения вероятностей.

2 модуль

Во 2 модуль входят темы 2 (Случайные величины) и 3 (Математическая статистика). Максимальная сумма баллов во 2 модуле — 50, из них 25 баллов отводится на текущий контроль учебной работы студента, 25 баллов на рубежный контроль по модулю.

Текущая работа студента складывается из домашнего контрольного задания, ответов у доски, активной работы на занятиях.

Рубежный контроль по модулю проводится в форме контрольной работы.

Примерный перечень вопросов и заданий для проведения текущего и рубежного контроля.

2.1. Задано распределение частот выборки объема $n = 25$:

x_i	2	6	12	7
n_i	3	10	7	5

Написать распределение относительных частот.

2.2. Задано распределение частот выборки объема $n = 50$:

x_i	3	5	21	13
n_i	6	20	14	10

Написать распределение относительных частот.

2.3. Пример. Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	5	10	15
n_i	10	20	20

2.4. Пример. Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	3	5	11
n_i	12	18	20

2.5. Построить полигон относительных частот распределения

x_i	1	3	5	7	9
-------	---	---	---	---	---

n_i	10	15	30	33	12
-------	----	----	----	----	----

2.6. Построить гистограмму относительных частот распределения (в первом столбце указан частичный интервал, во втором — сумма частот вариант частичного интервала).

Частичный интервал	Сумма частот
2 – 5	9
5 – 8	10
8 – 11	25
11 – 14	6

2.7. Выборочная совокупность задана таблицей распределения:

x_i	1	2	3	4
N_i	20	15	10	5

Найти выборочную дисперсию.

2.8. Генеральная совокупность задана таблицей распределения:

x_i	2	4	5	6
N_i	8	9	10	3

Найти генеральную дисперсию.

2.9. Найти групповые дисперсии совокупности, состоящей из двух групп.

Группа	первая			Вторая		
Значение признака	2	4	5	3	8	1
Частота	1	7	2	2	3	5
Объем	$N_1 = 1+7+2=10$			$N_2 = 2+3+5=10$		

2.10 Найти межгрупповую дисперсию по данным задачи 2.9.

2.11. Найти внутригрупповую дисперсию совокупности, состоящей из двух групп, по данным задачи 2.9.

2.12. Найти общую дисперсию по данным задачи 2.9.

2.13. Случайная величина X имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 3$. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания μ по выборочным средним \bar{x} , если объем выборки $n = 36$, заданная надежность оценки $\gamma = 0,95$, а $\bar{x} = 5$.

2.14. Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n=16$ найдены выборочная средняя $\bar{x}=20,2$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 0,8$. Оценить неизвестное математическое ожидание при помощи доверительного интервала с надежностью $0,95$.

2.15. По данным девяти независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметической результатов отдельных измерений $\bar{x} = 42,319$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 5,0$. Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,95$.

2.16. По данным 16 независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметической результатов отдельных измерений $\bar{x} = 35,45$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 4,0$. Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,95$.

2.17. Проведено 8 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 22, 23, 25, 27, 29, 30, 28, 26.

Определить несмещенную оценку математического ожидания.

2.18. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 13, 15, 17. Определить несмещенную оценку дисперсии.

2.19. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$:

x_i	12	15	16	20
-------	----	----	----	----

n_i	10	20	15	5
-------	----	----	----	---

Определить несмещенную оценку математического ожидания

2.20. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 82, 84, 93, 95, 96.

Найти: а) выборочную среднюю длину стержня; б) выборочную и исправленную дисперсию ошибок прибора.

2.21. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n = 10$:

x_i	102	104	108
n_i	2	3	5

2.22. Дана интервальная оценка $(12,375; 13,355)$ математического ожидания нормального распределенного количественного признака. Какова точность этой оценки?

2.23. По выборке объема $n = 26$ найдена смещенная оценка $D_b = 3,5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

2.24. Основная гипотеза имеет вид $H_0 : p = 0,7$. Тогда конкурирующей может являться гипотеза...

2.25. Соотношением вида $P(K < 3,07) = 0,05$ можно определить...

2.26. По двум независимым выборкам, объемы которых соответственно равны $n_1 = 9$ и $n_2 = 17$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 1,35$ и $s_y^2 = 0,45$. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_1 : D(X) \neq D(Y)$.

2.27. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , распределенной равномерно в интервале (a, b) .

2.28. Точечная оценка математического ожидания нормального распределенного количественного признака равна 24,53. Тогда его интервальная оценка может иметь вид:

$(24,01; 25,03)$; $(24,02; 25,07)$; $(24,01; 25,05)$; $(24,01; 25,04)$.

2.29. Дана интервальная оценка $(7,88; 8,92)$ математического ожидания нормального распределенного количественного признака. Определить точечную оценку математического ожидания.

2.30. Соотношением вида $P(K > 3,05) = 0,05$ можно определить...

2.31. По двум независимым выборкам объемов $n_1 = 13$ и $n_2 = 17$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 10,38$ и $s_y^2 = 5,19$. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0 : D(X) = D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_1 : D(X) > D(Y)$.

2.32. Найти математическое ожидание случайной величины, равномерно распределенной в интервале (a, b) .

2.33. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону $f(x) = 5e^{-5x}$ при $x \geq 0$; $f(x) = 0$ при $x < 0$.

Найти математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение и дисперсию X .

2.34. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины X равно $a = 5$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 3$. Написать плотность вероятности X .

2.35. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины X соответственно равны 15 и 3. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(10, 30)$.

2.36. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием $a = 15$. Вероятность попадания X в интервал $(15, 30)$ равна 0,35. Чему равна вероятность попадания X в интервал $(0, 15)$?

2.37. Написать плотность распределения показательного закона, если параметр $\lambda = 5$.

2.38. Написать плотность вероятности нормально распределенной случайной величины X , зная, что $M(X) = 3$, $D(X) = 16$.

2.39. Производится измерение диаметра вала без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения X подчинены нормальному закону со средним квадратическим

отклонением $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 13 мм.

2.40. Написать функцию распределения показательного закона, если параметр $\lambda = 5$.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. События. Операции над событиями. Алгебра событий. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Свойства вероятности.
2. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Повторные независимые испытания. Схема (формула) Бернулли.
5. Теорема (формула) Пуассона.
6. Интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа.
7. Случайные величины. Закон распределения случайной величины. Дискретная и непрерывная случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
8. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
9. Основные законы распределения дискретных случайных величин: равномерное распределение, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона, биномиальное распределение.
10. Основные законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное распределение, показательное (экспоненциальное) распределение, нормальное распределение (распределение Гаусса).
11. Формула для определения вероятности попадания случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигм».
12. Многомерные случайные величины. Условные распределения для системы дискретных случайных величин. Плотность распределения и условные распределения составляющих непрерывных случайных величин.
13. Математическое ожидание и его свойства.
14. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
15. Начальные и центральные моменты случайных величин.
16. Характеристики формы распределения случайных величин: асимметрия, эксцесс.
17. Ковариация как характеристика меры связи случайных величин. Свойства ковариации.
18. Коэффициент корреляции. Теоремы о свойствах коэффициента корреляции.
19. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Характеристическая функция.
20. Случайные процессы. Конечные однородные цепи Маркова. Матрица перехода.
21. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма.
22. Эмпирическая функция распределения.
23. Основные характеристики выборки: среднее арифметическое наблюдаемых значений выборки (выборочная средняя), статистическая дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
24. Основные законы распределения, используемые в математической статистике: распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера.
25. Статистическое оценивание параметров распределения. Точечные оценки. Классификация точечных оценок. Оценка математического ожидания и дисперсии случайной величины. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

26. Методы получения оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.
27. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины при различных условиях.
28. Доверительные интервалы для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.
29. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Сравнение двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей.
30. Проверка статистических гипотез. Сравнение выборочной средней с гипотетической средней нормально распределенной генеральной совокупности.

Фонд оценочных средств

Номер	Правильный ответ (ключ)	Содержание вопроса/задания	Критерии оценивания заданий
<i>Задания закрытого типа</i>			
1	56	Сколько существует четырехзначных чисел (возможно, начинающихся с нуля), сумма цифр которых равна 5? <input type="radio"/> 56; <input type="radio"/> 7; <input type="radio"/> 256; <input type="radio"/> 1	Правильно выбран вариант ответа – 1 балл
2	апостериорная вероятность	Вероятность случайного события, подсчитанная при условии того, что известны данные, полученные после опыта, называется: <input type="radio"/> априорная вероятность; <input type="radio"/> условная вероятность; <input type="radio"/> апостериорная вероятность; <input type="radio"/> полная вероятность	Правильно выбран вариант ответа – 1 балл
3	0,053	Игральная кость брошена 6 раз. Чему равна вероятность того, что ровно 3 раза выпадет «шестерка»? <input type="radio"/> 0,053; <input type="radio"/> 1,260; <input type="radio"/> 0,502; <input type="radio"/> 0,002	Правильно выбран вариант ответа – 1 балл
4	$1/2$	В урне находится 15 белых, 5 красных и 10 черных шаров. Наугад извлекается 1 шар. Определите вероятность того, что он будет белым. <input type="radio"/> $1/2$;	Правильно выбран вариант ответа – 1 балл

		<ul style="list-style-type: none"> ○ $1/8$; ○ $1/4$; ○ $3/2$ 	
5	0,2	<p>Какова вероятность, что взятое наудачу четырехзначное число кратно 5?</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 0,200; ○ 0,800; ○ 0,002; ○ 2,000 	Правильно выбран вариант ответа – 1 балл

<i>Задания открытого типа</i>			
1	Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?		Правильный ответ – 1 балл
Правильный ответ (ключ)			
$7! = 5040$			
2	Теорема Муавра – Лапласа в теории вероятностей утверждает, что число успехов при многократном повторении одного и того же случайного эксперимента с двумя возможными исходами приблизительно имеет _____ распределение.		Правильный ответ – 1 балл
Правильный ответ (ключ)			
<i>нормальное</i>			
3	Дисперсией случайной величины называется мера разброса значений этой случайной величины относительно её _____		Правильный ответ – 1 балл
Правильный ответ (ключ)			
<i>математического ожидания</i>			
4	Математическое ожидание – статистическая характеристика, означающая _____ значение случайной величины		Правильный ответ – 1 балл
Правильный ответ (ключ)			
<i>среднее</i>			
5	В партии лампочек в среднем 4 % брака. Найти вероятность, что среди наугад выбранных двух лампочек окажется хотя бы одна неисправная.		Правильный ответ – 1 балл
Правильный ответ (ключ)			

0,0784	
--------	--