

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Павлова Людмила Станиславовна  
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности  
Дата подписания: 26.02.2026 15:34:48  
Уникальный программный ключ:  
d1b168d67b4d761571618b24039a0b0b2a2

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ПО ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНОМУ ЦИКЛУ  
ОПЦ.01 «Алгебра и геометрия»**

Специальность	09.02.07 ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ
Квалификация	Программист
Форма обучения	Очная

Рабочая программа утверждена  
на заседании ученого совета  
факультета прикладной математики и кибернетики  
протокол № 6 от 05.02.2026 г.

# 1. Общая характеристика учебной дисциплины

## 1.1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Алгебра и геометрия» принадлежит к общепрофессиональному циклу (ОПЦ).

## 1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК.1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Выполнять основные действия над вещественными векторами и матрицами</li><li>• Решать системы линейных уравнений</li><li>• Использовать методы линейной алгебры для решения геометрических задач</li><li>• Выполнять основные действия над комплексными векторами и матрицами</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Пространства над числовыми полями</li><li>• Линейные операторы и преобразования</li><li>• Системы линейных уравнений</li><li>• Евклидовы пространства</li><li>• Геометрия в евклидовых пространствах</li><li>• Алгебраические структуры, комплексные числа</li><li>• Общий вид линейных пространств и линейных преобразований</li></ul>

## 2. Структура и содержание учебной дисциплины

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объём в часах
Объём учебной дисциплины	280
в том числе:	
- лекции	100
- практические занятия	100
Самостоятельная работа	62
Промежуточная аттестация	18

### 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
Тема 1. Вещественные линейные пространства	Содержание учебного материала	40	ОК.1
	Вещественные векторы, вещественные пространства, алгебра векторов, примеры пространств, линейная независимость, базисы		
	В том числе практических и лабораторных работ	15	
	Самостоятельная работа обучающихся	10	

<b>Тема 2. Вещественные линейные операторы и преобразования</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>40</b>	ОК.1
	Вещественные линейные операторы и преобразования, матрицы, алгебра матриц, системы линейных алгебраических уравнений, приведение операторов к диагональному виду, системы линейных уравнений		
	<b>В том числе практических и лабораторных работ</b>	15	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	10	
<b>Тема 3. Скалярное произведение</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>40</b>	ОК.1
	Линейные и билинейные формы, определённость билинейных форм, вещественное скалярное произведение, евклидовы пространства, сопряжённый оператор, самосопряжённые операторы, ортогональные преобразования, ортогонализация базиса		
	<b>В том числе практических и лабораторных работ</b>	15	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	10	
<b>Тема 4. Геометрия в евклидовых пространствах</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>70</b>	ОК.1
	Уравнения линейных многообразий, проекции, многообразия второго порядка, конические сечения, линейные геометрические преобразования		
	<b>В том числе практических и лабораторных работ</b>	25	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	20	
<b>Тема 5. Алгебраические структуры</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>30</b>	ОК.1
	Группы, кольца, поля, примеры, основные свойства алгебраических структур, многочлены		
	<b>В том числе практических и лабораторных работ</b>	10	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	10	
<b>Тема 6. Комплексные</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>30</b>	ОК.1

<b>числа</b>	Поле комплексных чисел, алгебра комплексных чисел, алгебраические уравнения в поле комплексных чисел.		
	<b>В том числе практических и лабораторных работ</b>	10	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	10	
<b>Тема 7. Эрмитовы пространства</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>30</b>	ОК.1
	Эрмитово скалярное произведение, унитарные и эрмитовы преобразования, собственные значения линейных преобразований		
	<b>В том числе практических и лабораторных работ</b>	10	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	10	
<b>Примерный перечень практических работ</b>			
	Вещественные векторы и действия с ними, линейная независимость, базисы		
	Действия с матрицами		
	Решение систем линейных алгебраических уравнений		
	Приведение билинейных форм к сумме квадратов		
	Ортогонализация базиса		
	Уравнения линейных многообразий		
	Проекции и другие линейные преобразования		
	Конические сечения		
	Группы, кольца, поля, многочлены		
	Действия с комплексными числами, решение уравнений		
	Унитарные и эрмитовы преобразования		
<b>Промежуточная аттестация</b>		<b>18</b>	
<b>Всего</b>		<b>280</b>	

### **3. Условия реализации учебной дисциплины**

#### **3.1. Специальные помещения для реализации учебной дисциплины**

##### **3.1.1. Для контактной работы с преподавателем**

Учебная аудитория № 308 (Садовый пер., 35), оснащение: комплект учебной мебели, мультимедийный проектор, экран.

##### **3.1.2. Для самостоятельной работы**

Интернет-центр, оснащение: комплект учебной мебели, компьютерная техника с возможностью подключения к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС ТвГУ.

#### **3.2. Информационное обеспечение реализации учебной дисциплины**

Перечень программного обеспечения

Kaspersky Endpoint Security 12
Яндекс Браузер
Google Chrome
WinDjView
ONLYOFFICE

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

ЭБС ТвГУ
ЭБС «ЮРАЙТ»
ЭБС «Znanium»
ЭБС «Консультант студента» (СПО)

##### **3.2.1. Основная литература**

Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики : учебник : в 2 томах. Том 1 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2026. — 304 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-05-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2213436> (дата обращения: 25.01.2026).

##### **3.2.2. Дополнительная литература**

Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449006> (дата обращения: 25.01.2026).

#### 4. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины

Результаты обучения	Критерии оценки	Формы и методы оценки
<p><b>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пространства над числовыми полями</li> <li>• Линейные операторы и преобразования</li> <li>• Системы линейных уравнений</li> <li>• Евклидовы пространства</li> <li>• Геометрия в евклидовых пространствах</li> <li>• Алгебраические структуры, комплексные числа</li> <li>• Общий вид линейных пространств и линейных преобразований</li> </ul> <p><b>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Выполнять основные действия над вещественными векторами и матрицами</li> <li>• Решать системы линейных уравнений</li> <li>• Использовать методы линейной алгебры для решения геометрических задач</li> <li>• Выполнять основные действия над комплексными векторами и матрицами</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• «Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</li> <li>• «Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</li> <li>• «Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</li> <li>• «Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа</li> <li>• Оценка результатов самостоятельной работы</li> <li>• Оценка работы на практических занятиях</li> <li>• Экзамен</li> </ul>

## 5. Фонд оценочных средств

Тестовые задания / иное оценочное средство	Варианты ответов	Ключ (правильный вариант ответа)
Установите соответствие между квадратичной формой и ее матрицей. Квадратичная форма 1) $x^2+4xy+3y^2$ 2) $2x^2+6xy-y^2$ 3) $7x^2-2xy+5y^2$	Матрица квадратичной формы а) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$	1 - с, 2 - а, 3 - б
Установите соответствие между системой линейных уравнений и количеством ее решений Система линейных уравнений 1) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$	Количество решений а) нет решений б) единственное решение в) бесконечное множество решений	1 - б, 2 - а, 3 - с
Установите соответствие между линейной системой и расширенной матрицей системы Система линейных уравнений 1) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 - 3x_3 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$	Расширенная матрица а) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$	1 - а, 2 - с, 3 - б

$3) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_3 = 4 \end{cases}$	$b) \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ $c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$	
<p>Последовательность выполнения операции при решении системы <math>Ax=b</math> с использованием обратной матрицы. Поставить порядковый номер выполнения операции.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Находится определитель матрицы <math>A</math>: <math>\det A</math>. Решается вопрос о существовании обратной матрицы для решения системы</li> <li>2) Транспонированием матрицы алгебраических дополнений строится присоединенная матрица</li> <li>3) Строится матрица алгебраических дополнений</li> <li>4) Находится решение системы <math>x=A^{-1}b</math></li> <li>5) Используя предыдущие результаты, выписывается обратная матрица <math>A^{-1}</math></li> </ol>		<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Находится определитель матрицы <math>A</math>: <math>\det A</math>. Решается вопрос о существовании обратной матрицы для решения системы;</li> <li>2) Строится матрица алгебраических дополнений;</li> <li>3) Транспонированием матрицы алгебраических дополнений строится присоединенная матрица;</li> <li>4) Используя предыдущие результаты, выписывается обратная матрица <math>A^{-1}</math></li> <li>5) Находится решение системы <math>x=A^{-1}b</math>.</li> </ol>
<p>Последовательность выполнения операций при решении системы методом Гаусса. Поставить порядковый номер выполнения операции.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Строится расширенная матрица</li> <li>2) Если решение существует, обратным ходом метода Гаусса находится решение</li> </ol>		<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Система записывается в матричном виде <math>Ax=b</math></li> <li>2) Строится расширенная матрица</li> </ol>

<p>3) С использованием элементарных преобразований расширенная матрица приводится к трапецидальному виду (прямой ход метода Гаусса)</p> <p>4) Система записывается в матричном виде <math>Ax=b</math></p> <p>5) С использованием теоремы Кронекера-Капелли решается вопрос о наличии и количестве решений</p>		<p>3) С использованием элементарных преобразований расширенная матрица приводится к трапецидальному виду (прямой ход метода Гаусса)</p> <p>4) С использованием теоремы Кронекера-Капелли решается вопрос о наличии и количестве решений</p> <p>5) Если решение существует, обратным ходом метода Гаусса находится решение</p>
<p>Порядок выполнения действий при приведении квадратичной формы к каноническому виду. Поставить порядковый номер выполнения действия.</p> <p>1) Для матрицы квадратичной формы строится характеристический многочлен.</p> <p>2) Находятся собственные числа матрицы квадратичной формы</p> <p>3) Выписывается матрица квадратичной формы</p> <p>4) Выписывается канонический базис и канонический вид квадратичной формы</p> <p>5) Находятся собственные вектора матрицы квадратичной формы</p>		<p>1) Выписывается матрица квадратичной формы</p> <p>2) Для матрицы квадратичной формы строится характеристический многочлен.</p> <p>3) Находятся собственные числа матрицы квадратичной формы</p> <p>4) Находятся собственные вектора матрицы квадратичной формы</p> <p>5) Выписывается канонический базис и канонический вид квадратичной формы</p>

<p>Определитель матрицы <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 3 &amp; -3 \\ 0 &amp; -1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 3 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> равен</p>	<p>Варианты ответа:</p> <p>1) 10 2) -24 3) -10 4) 8</p>	<p>3)</p>
<p>Линейная комбинация <math>\vec{d} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}</math> векторов <math>\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}</math>, <math>\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}</math>, <math>\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}</math> равна:</p>	<p>Варианты ответа</p> <p>1) <math>\vec{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}</math> ; 2) <math>\vec{d} = \begin{bmatrix} 12 \\ -3 \end{bmatrix}</math> 3) <math>\vec{d} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}</math> ; 4) <math>\vec{d} = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}</math></p>	<p>3)</p>
<p>Какие вектора линейно-зависимы <math>\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}</math>, <math>\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}</math>, <math>\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}</math>, <math>\vec{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}</math></p>	<p>Варианты ответа:</p> <p>1) <math>\vec{b}</math> и <math>\vec{d}</math> 2) <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{c}</math> 3) <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{b}</math> 4) <math>\vec{c}</math> и <math>\vec{d}</math></p>	<p>2)</p>
<p>Какие два числа являются собственными значениями линейного оператора, заданного матрицей <math>\begin{bmatrix} 3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> ?</p>	<p>Варианты ответа:</p> <p>1) 1 2) -2 3) 5 4) 4</p>	<p>1); 3)</p>
<p>У каких двух матриц ранг равен 2</p>		<p>2) и 4)</p>

<p>1) <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; -5 \\ 5 &amp; -25 \end{bmatrix}</math>; 2) <math>\begin{bmatrix} 2 &amp; 0 &amp; -3 \\ -1 &amp; 4 &amp; 7 \end{bmatrix}</math>; 3) <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; -2 &amp; 0 \\ 3 &amp; 4 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 2 \end{bmatrix}</math></p> <p>4) <math>\begin{bmatrix} 1 &amp; 2 \\ -4 &amp; 3 \\ 5 &amp; 0 \end{bmatrix}</math></p>		
<p>Какие 2 вектора являются собственными векторами линейного оператора, заданного матрицей</p> $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$	<p>Варианты ответа:</p> <p>1) <math>\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}</math>; 2) <math>\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}</math>; 3) <math>\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}</math>; 4) <math>\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}</math></p>	<p>1) и 4)</p>
<p>Чему равен определитель матрицы</p> $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ <p>Введите число.</p>		<p>12</p>
<p>Если <math>(x, y)</math> решение системы</p> $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$ <p>То сумма <math>2x+y</math> равна. Введите число.</p>		<p>5</p>
<p>Даны матрицы <math>A = \begin{bmatrix} -3 &amp; 5 \\ -1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> и <math>B = \begin{bmatrix} -2 &amp; 5 \\ -1 &amp; 3\lambda \end{bmatrix}</math>. Ввести число <math>\lambda</math>, при котором матрица <math>B</math> будет обратной к матрице <math>A</math>.</p>		<p>1</p>