Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Лельчицкий Игорь Давыдович
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности
Дата подписания: 05.11.2026 09:58:35
Уникальный программный ключ:
aa5b5ee17d97a2e4d94e98e995320af94f043ce2

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Тверской государственный университет»

Рассмотрено и рекомендовано
на заседании Ученого совета
факультета прикладной математики
и кибернетики протокол №_5_ от _29.10.2026_

«УТВЕРЖДАЮ»:
Руководитель ООП
_____ /С.М.Дудаков /
«_29_» октября 2026 года

Программа государственной итоговой аттестации

Аттестационное испытание

«Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена»

Направление подготовки
01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

профиль подготовки
Математическое моделирование

Тверь, 2026

II. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Экзамен является междисциплинарным, проводится в соответствии с графиком учебного процесса. Цель экзамена – проверка овладения выпускником основных компетенций, требуемых в профессиональной деятельности.

Экзамен включает задания по следующим дисциплинам:

1. Алгебра и геометрия.
2. Математический анализ.
3. Численные методы.
4. Дифференциальные уравнения.
5. Методы оптимизации и исследование операций.
6. Теория вероятностей и математическая статистика.
7. Методы программирования.

Экзамен проводится в письменной форме. Экзаменационные задания составлены в соответствии с перечнем необходимых компетенций. На экзамен выносятся по 2 задания по каждой дисциплине, включенной в итоговый экзамен. Время проведения экзамена – 4 часа.

Оценка результатов итогового государственного экзамена проводится на основе Положения, утвержденного деканом факультета.

Для объективной оценки уровня освоения компетенций выпускника тематика экзаменационных вопросов и заданий является комплексной и соответствует разделам учебных циклов.

Компетенции, уровень сформированности которых будет оцениваться на экзамене:

Код и наименование компетенции	**Планируемые результаты обучения при прохождении государственного экзамена**
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности. ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и

	естественных наук к решению задач профессиональной деятельности.
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.	ОПК-2.1 Знает существующие математические методы и системы программирования. ОПК-2.2 Использует существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. ОПК-2.3 Разрабатывает и реализует алгоритмы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.	ОПК-5.1 Демонстрирует знания основных положений и концепций в области программирования. ОПК-5.2 Знает архитектуру языков программирования. ОПК-5.3 Составляет программы. ОПК-5.4 Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем.

Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В качестве решённых задач по желанию обучающегося могут быть зачтены результаты участия в Федеральном интернет-экзамене в сфере профессионального образования (ФЭПО) или Федеральном интернет-экзамене выпускников бакалавриата (ФИЭБ) согласно следующим критериям:

- золотой сертификат — четыре полностью решённые задачи;
- серебряный сертификат — три полностью решённые задачи;

- бронзовый сертификат — две полностью решённые задачи;
- сертификат участника — одна полностью решённая задача.

Чтобы зачесть результаты участия, до начала процедуры сдачи государственного экзамена обучающийся должен подать заявление в письменной форме на имя руководителя основной образовательной программы с приложением копии сертификата.

Результат решения каждой задачи оценивается следующим образом:

- при решении задачи получен правильный ответ, решение изложено полно и правильно, в логической последовательности, точно используется профессиональная терминология – 3 балла;
- решение задачи изложено полно, в логической последовательности, точно используется профессиональная терминология, но допущены незначительные погрешности – 2 балла;
- решение задачи изложено частично, материал излагается в целом грамотно с использованием профессиональной терминологии, но допущены существенные неточности – 1 балл;
- решение отсутствует или материал излагается непоследовательно, изложение решения демонстрирует непонимание сущности – 0 баллов.

Баллы за решение задач суммируются, и итоговая оценка выставляется в зависимости от суммы набранных баллов:

Шкала оценивания	**Критерии оценивания**
«Отлично»	от 27 до 42 баллов
«Хорошо»	от 18 до 26 баллов
«Удовлетворительно»	от 9 до 17 баллов
«Неудовлетворительно»	менее 9 баллов

При оценке уровня сформированности компетенций:

Пороговый – соответствует оценке «удовлетворительно»
Достаточный – соответствует оценке «хорошо»
Продвинутый – соответствует оценке «отлично».

Перечень вопросов и образцы заданий.
Перечень рекомендуемой литературы для подготовки к государственному экзамену

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

1. Определение абсолютного линейного n-мерного пространства, подпространства, их базисы.

Арифметическое вещественное *n*-мерное линейное пространство, подпространство их базисы. Линейные оболочки, их базисы (размерность).
Изоморфизм *n*-мерных линейных пространств.
Связь между координатами одного и того же вектора в различных базисах линейного пространства (подпространства).
Задачи: 1277 -1281.

2. Линейные преобразования. Ядро и образ линейного преобразования. Сопряженные, самосопряженные, ортогональные преобразования, операторы. Матрица линейного преобразования при переходе от одного базиса к другому.
Задачи 1452 а), б), 1454 - 1446.

3. Сумма, пересечение линейных подпространств (оболочек) их базисы (размерности).
Задачи 1320 - 1322.

4. Пространство решений линейной однородной системы уравнений.
Задачи 1312, 1313.

5. Совместность (несовместность) линейной неоднородной системы уравнений, ее решение в аффинном арифметическом вещественном пространстве.
Задачи 689 - 703.

6. Евклидово и метрическое вещественное пространства. Ортогональное дополнение линейных подпространств. Ортогональная составляющая и проекция вектора на подпространство.
Задачи: 1366, 1367, 1370 - 1374, 1377.

7. Квадратичные формы, их матрицы. Приведение кв. форм к каноническому виду.
Задачи: 1175 -1178.

8. Приведение квадратичных форм к каноническому виду, ортогональным преобразованиям.
Задачи: 1248 -1262.

Номера задач см. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/529.

Литература:

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. — 19-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-9223-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/189312 (дата обращения: 19.10.2023).

2. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 432 с. — ISBN 978-5-507-46865-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322661 (дата обращения: 19.10.2023).
3. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник / А. И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Часть 2. Линейная алгебра. – 368 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144 (дата обращения: 19.10.2023).
4. Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре / Д. К. Фаддеев. — 9-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 416 с. — ISBN 978-5-507-47249-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346454 (дата обращения: 19.10.2023).
5. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры : учебник / А. И. Мальцев. — 5-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-1009-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210299 (дата обращения: 19.10.2023).
6. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-9039-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/183752 (дата обращения: 19.10.2023).

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Дифференциальные уравнения первого порядка $y' = f(x, y)$. Решение. Применение к решению геометрических задач.

2. Линейные уравнения и системы *n*-го порядка. Нахождение ФСР, общего решения, решения задачи Коши.

3. Устойчивость по Ляпунову. Исследование на устойчивость по первому приближению.

Примеры задач (А.Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям):

1. 110, 154, 186, 174, 73, 41.
2. 548, 575, 585, 620, 845, 846.
3. 901, 915, 907.

Литература:

1. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-

Петербург : Лань, 2022. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-9441-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/195426 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Асташова, И. В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» : учебное пособие / И. В. Асташова, В. А. Никишкин. – Москва : Евразийский открытый институт, 2011. – 96 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289 (дата обращения: 19.10.2023)
3. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие / Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 348 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1072182. - ISBN 978-5-16-015971-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1864884 (дата обращения: 19.10.2023).
4. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие / Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 348 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1072182. - ISBN 978-5-16-015971-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1864884 (дата обращения: 19.10.2023).

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Дискретное вероятностное пространство. Вероятность события. Свойства вероятности. Теорема сложения.
2. Классическое определение вероятности.
3. Условная вероятность. Теорема умножения. Независимость событий.
4. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
5. Последовательность испытаний Бернулли. Полиномиальное распределение.
6. Теорема Пуассона. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Дискретная случайная величина. Примеры дискретных распределений. Независимость случайных величин.
8. Функция распределения и плотность распределения случайной величины. Примеры непрерывных распределений
9. Функциональные преобразования случайных величин.
10. Случайные вектора.
11. Функциональные преобразования случайных векторов. Свертка распределений
12. Числовые характеристики случайных величин и векторов.
13. Коэффициент корреляции и его свойства.

14. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Интегральная теорема Муавра -Лапласа.
15. Цепи Маркова.
16. Предмет и задачи математической статистики. Простой случайный выбор.
17. Точечное оценивание. Несмещенность, состоятельность, эффективность.
18. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
19. Эмпирическая функция распределения.
20. Достаточные условия состоятельности оценок.
21. Метод моментов и метод максимального правдоподобия.
22. Интервальное оценивание. Доверительный интервал для математического ожидания случайной величины с известной дисперсией. Доверительный интервал для вероятности события. Доверительные оценки параметров нормального распределения.
23. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.
24. Хи-квадрат критерии независимости и однородности.
25. Выбор из двух простых гипотез. Критерий Неймана-Пирсона.

Литература:

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 289 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/18865. - ISBN 978-5-16-018751-8. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2053975 (дата обращения: 19.10.2023).
2. *Гмурман, В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/510437 (дата обращения: 19.10.2023).
3. Кацко, И. А. Теория вероятностей и математическая статистика / И. А. Кацко, П. С. Бондаренко, Г. В. Горелова. — 3-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 436 с. — ISBN 978-5-507-45492-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/302663 (дата обращения: 19.10.2023).

Сборники задач:

1. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике / И. А. Кацко, П. С. Бондаренко, Г. В. Горелова [и др.]. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 204 с. — ISBN 978-5-507-45493-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/302672 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Бернгардт, А. С. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / А. С. Бернгардт, А. С. Чумаков, В. А. Громов. — 2-е изд. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2014. — 160 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/72178.html (дата обращения: 19.10.2023).
3. *Гмурман, В. Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/510436 (дата обращения: 19.10.2023).

Примеры задач к государственному экзамену

Формула полной вероятности и формула Байеса

Есть два типа сигналов, которые передаются с помощью светового передатчика. Оба типа сигналов передаются одинаково часто. Сигнал первого типа фиксируется с вероятностью 0.9, второго типа – с вероятностью 0.8. Зафиксирована передача некоторого сигнала. Какова вероятность того, что это сигнал первого типа?

Функциональные преобразования

1) Известно, что возраст дедушки равен квадрату возраста внука, делённому на 8. Найти распределение возраста дедушки, если возраст внука равномерно распределен на отрезке $[25, 30]$.
2) Некоторый человек тестируется на время реакции τ_1 и τ_2 на два разных воздействия. В качестве обобщенного показателя берется величина $\eta = \tau_1/\tau_2$. Найти плотность распределения с.в. η, если τ_1 и τ_2 независимы и имеют равномерные распределения на отрезках $[0, 0.5]$ и $[0,1]$ соответственно.

Коэффициент корреляции

Закон распределения дискретного случайного вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ задан в таблице ниже:

ξ_2 / ξ_1	-1	0	1
1	0.1	0.3	0.3
2	0.2	0.1	0.0

Вычислить коэффициент корреляции случайных величин ξ_1 и ξ_2.

ЦПТ

На 3 курсе некоторого факультета обучается 500 студентов. По опыту прошлых лет было замечено, что 25% студентов этого факультета неспособны сдать экзамены с первого раза. Какое минимальное число студентов, сдавших экзамены с первой попытки, можно гарантировать с вероятностью 0.99 в этих условиях.

Цепи Маркова

Семен Семенович принимает два решения «Разрешить» и «Отказать». Если предыдущим решением было «Разрешить», то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.6. Если предыдущим решением было «Отказать». то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.2. Первоначально Семен Семенович собирался «Разрешить». Найти вероятность того, что три раза будет принято решение «Разрешить». Найти вероятность положительного решения после длительного периода обращений.

Оценки и их свойства

1) Имеется выборка $X = (X_1, \ldots, X_N)$ из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} \theta^{-1} \cdot e^{-(x-\Theta)/\Theta}, & x \in [\Theta, \infty) \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases}, \quad \text{где } \theta > 0 - \text{неизвестный параметр.}$$

Построить оценку для параметра θ по методу моментов и проверить ее на несмещенность и состоятельность.

2) Имеется выборка $X=(X_1,\ldots,X_N)$ из генеральной совокупности с плотностью распределения $\rho(x)=\begin{cases}(\theta-1)\cdot x^{-\theta}, & y\in[1,\ \infty)\\ 0, & \text{в пр. сл.}\end{cases}$, где $\theta>0-$ неизвестный параметр.

Построить оценку для параметра θ по методу наибольшего правдоподобия.

Доверительные интервалы

Имеются данные о числе граждан из стран отдалённого зарубежья, въехавших на территорию РФ, за несколько лет: 42, 21, 55, 48, 37, 48, 16, 25, 34, 87. Предполагая, что исследуемые данные получены из нормального распределения построить доверительные интервалы уровня $\gamma=0.95$ для параметров a и σ^2.

Гипотеза о виде распределения

Имеются данные о числе сданных студентами экзаменов. Можно ли считать на уровне значимости $\alpha=0.05$, что число сданных экзаменов распределено по биномиальному закону. Для проверки воспользоваться χ^2-критерием согласия.

Число экзаменов x_i	0	1	2	3	
Число студентов n_i	5	10	15	10	$\sum n_i=40$

Гипотеза независимости

В таблице ниже приведены 818 случаев, классифицированных по двум признакам: наличию прививки против холеры и отсутствию заболевания.

Заболевание / Прививка	Нет	Есть
Есть	260	19
Нет	473	66

Проверить гипотезу об эффективности вакцинации (независимость признаков) на уровне значимости $\alpha=0.01$.

Гипотеза однородности

В таблице приведены данные о распределении доходов (в тыс. крон) заводских мастеров Швеции в 1930 г. для возрастных групп 40-50 лет и 50-60 лет:

Возрастная группа	Доходы		
	0-2	2-4	≥4
40-50 лет	501	2681	1334
50-60 лет	378	2096	1015

Можно ли считать на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, что потоки являются однородными по уровню доходов?

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

1. Задачи и методы безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия минимума. Численные методы (градиентные, сопряженных градиентов, Ньютона, покоординатного спуска).

[1] 2.9 – 2.17

[2] 16.126, 16.130, 16.151, 16.180 (для 16.151)

2. Задачи и методы условной оптимизации. Метод множителей Лагранжа. Методы штрафных и барьерных функций. Необходимые и достаточные условия для задач с ограничениями различного типа. Численный метод проекции градиента.

[1] 3.1 – 3.5

[2] 16.304, 16.306, 16.308, 16.310, 16.314, 16.318, 16.323, 16.325, 16.332, 16.333, 16.334

3. Линейное программирование. Геометрический метод решения задач линейного программирования. Основные теоремы симплексного метода. Теоремы двойственности и их использование. Транспортная задача линейного программирования (методы минимальной стоимости, северо-западного угла, потенциалов).

[4] выбрать самостоятельно

4. Составление моделей операций. Оценка эффективности стратегий. Нахождение минимаксных стратегий. Оптимальные решения при различных вариантах информированности.

[5] 1.1-1.48

[6] 1.1-1.9

Литература:

1. Гладких, Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики : учебное пособие / Б. А. Гладких ; ред. Н. И. Шидловская. – Томск : Издательство НТЛ, 2012. – Часть 3. Теория решений. – 280 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200942 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Аттетков, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2023. — 270 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI: https://doi.org/10.12737/11456. - ISBN 978-5-369-01037-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1930702 (дата обращения: 19.10.2023).

Литература (сборники задач):

1. Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях : учебное пособие / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210911 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212129 (дата обращения: 19.10.2023).

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Предел функции, 0-символика.
[4] №650, №651, №1318-1370, №1398-1406.

2. Дифференцирование.
[4] №1039-1046, №1111-1120, №3371-3381, №3383-3388, №3400-3419.

3. Формула Тейлора.
[4] №1377-1387, №3593-3600.

4. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.
[4] №3717-3720.

5. Интегрирование.
[4] №1628-1680, №2239-2250, №4107-4110, №4258-4274, №4298-4301, №4367, №4368, №4376-4380.

6. Сходимость числовых рядов.
[4] №2555-2565, №2573-2583.

7. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
[4] №2646-2648, №2716-2723, №2774.

8. Степенные ряды.
[4] №2812-2830, №2906-2915.

Литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020 — Том 1 — 2020. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-5841-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/147144 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 / Г. М. Фихтенгольц. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 800 с. — ISBN 978-5-507-47277-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/353414 (дата обращения: 19.10.2023).
3. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Том 3 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 656 с. — ISBN 978-5-507-47239-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/351872 (дата обращения: 19.10.2023).
4. Смирнов, В. И. Курс высшей математики : учебное пособие : [16+] / В. И. Смирнов. – Изд. 23-е, стереотип. – Москва : Наука, 1974. – Том 1. – 479 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459813 (дата обращения: 19.10.2023).
5. Смирнов, В. И. Курс высшей математики : учебное пособие : [16+] / В. И. Смирнов. – Изд. 21-е, стереотип. – Москва : Наука, 1974. – Том 2. – 656 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459812 (дата обращения: 19.10.2023).

6. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. — 25-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 624 с. — ISBN 978-5-507-47148-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332675 (дата обращения: 19.10.2023).

Замечание. Можно воспользоваться любым стереотипным изданием учебников, указанных авторов, независимо от года издания.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

1. Элементы теории погрешностей.
   [5], с.16 №1-7.

2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами: исключения неизвестных, квадратного корня, простой итераций, Зейделя.
   [5], с.58-59 №1-9; с.67 №1,2; с.70 №3-5; с.83 №1-4; с.86 №5.

3. Вычисление собственных векторов и собственных значений матриц.
   [2], с.187-188 № 4.1, 4.3, 4.5.

4. Решение нелинейных уравнений и систем методами: простой итерации, Ньютона, секущей, наискорейшего спуска.
   [2], с.241 № 5.4; [5] с.95 №1-5.

5. Интерполирование, интерполяционный многочлен Ньютона.
   [5] с.105-106 №1-6; с.117 №1-3.

6. Интерполирование сплайнами.
   [2], с.464 №11.2, 11.3.

7. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, метод Рунге-Кутта и метод сеток.
   [5] с.200 №1-10; с.214 №1-12.

8. Метод сеток для уравнений в частных производных
   [5] с.283 №1-4; с.292 №1-4.

Литература:

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 636 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-00101-836-0. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1087429 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 672 с. — ISBN 978-5-8114-0695-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210674 (дата обращения: 19.10.2023).
3. Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры : учебник / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. — 4-е изд.,стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 736 с. — ISBN 978-5-8114-0317-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210368 (дата обращения: 19.10.2023).
4. Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах : учебное пособие для вузов / Н. В. Копченова, И. А. Марон. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-8114-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/171859 (дата обращения: 19.10.2023).

МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1. Общие вопросы программирования

- стили разработки
- оптимизация программ
- основы параллельного программирования: использование OpenMP

2. Работа с текстом

- методы кодирования символов. Кодировки ASCII, ANSI, OEM, UTF, Unicode
- указатели, действия с указателями. Работа с массивами при помощи указателей
- простейшие алгоритмы: определение длины, копирование, конкатенация
- поиск и замена текста. Работа с различными элементами текста: символами, словами, строками

3. Сортировка и поиск

- задача хранения информации. Линейный поиск. максимальные и средние

оценки времени для линейного поиска
- двоичный поиск и его разновидности. Оценки времени для двоичного поиска. Поиск методом Фибоначчи, золотого сечения.
- интерполяционный поиск и его обобщения.
- задача сортировки. Сортировка пузырьком. Временные оценки пузырьковой сортировки.
- сортировка при помощи поиска максимального элемента. Временные оценки.
- сортировка вставками. Оценки времени.
- сортировка почти упорядоченных массивов. Модификации методов.
- сортировки Шелла. Задача выбора последовательности шагов. Оценки для различных последовательностей.
- слияние упорядоченных массивов. Модификации алгоритма для нахождения пересечения, объединения и разности множеств.
- сортировка слиянием. Временные оценки.
- быстрая сортировка Хоара. Оценки времени.

4. Динамические структуры данных

- операции динамического распределения памяти. Временные оценки операций.
- динамические структуры данных.
- линейные списки. Односвязные и двусвязные списки.
- основные операции со списками: добавление и удаление элемента.
- сцепление и расцепление списков.
- кольцевые списки.
- двумерные списки. Представление матриц двумерными списками
- представление графов.
- деревья. Двоичные деревья поиска.
- операции над двоичными деревьями поиска: вставка и удаление элемента, поиск.
- сбалансированные деревья. Методы балансировки.
- хеш-таблицы. Основная концепция, выбор хеш-функции.
- методы разрешения коллизий: метод цепочек, линейного опробования, двойного хеширования.
- общая задача хранения и поиска информации. Сравнение различных типов контейнеров, выбор оптимального решения.

Литература

Основная литература

1. Вирт, Никлаус Алгоритмы и структуры данных / Никлаус Вирт ;

перевод Ф. В. Ткачева. — 2-е изд. — Саратов : Профобразование, 2019. — 272 c. — ISBN 978-5-4488-0101-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/88753.html (дата обращения: 23.08.2022).

Дополнительная литература

1. Дудаков, С. М. Математическое введение в информатику : учебник / С. М. Дудаков, Б. Н. Карлов. — 3-е изд., испр. и доп. — Тверь : ТвГУ, 2020. — 320 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/165734 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Кауфман, В. Ш. Языки программирования. Концепции и принципы [Электронный ресурс] / В. Ш. Кауфман. - Москва : ДМК Пресс, 2010. - 464 с.: ил. - ISBN 978-5-94074-622-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/409077 (дата обращения: 19.10.2023).
3. Страуструп, Б. Дизайн и эволюция C++ [Электронный ресурс] / Б. Страуструп; Пер. с англ. - Москва : ДМК Пресс, 2007. - 448 с.: ил. - (Серия «Для программистов»). - ISBN 978-5-97060-419-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/409529 (дата обращения: 19.10.2023).
4. Шень А. Программирование: теоремы и задачи [Электронный ресурс] (с1) 2-е изд., М.: МЦНМО, 2004, 296 с. -URL: http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-progbook.pdf

Пример билета к Государственному экзамену

Задание 1 (алгебра и геометрия)

Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{aligned} x_2 + x_3 &= -3, \\ x_1 + x_2 + x_3 &= -6; \\ x_1 + x_2 &= -5. \end{aligned}$$

Задание 2 (алгебра и геометрия)

Используя один из известных Вам критериев, выясните, является ли следующая квадратичная форма положительно определённой:

$x_1^2 + 8x_1x_2 + 12x_2^2 - 6x_2x_3 - 5x_3^2$.

Задание 3 (дифференциальные уравнения)

Найти общее решение уравнения. Решить задачу Коши.

$$y'' + 6y' = 6, \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 0.$$

Задание 4 (дифференциальные уравнения)

Устойчиво ли нулевое решение нелинейной системы

$$\begin{aligned} x' &= 2x - \sin(4y) \\ y' &= e^{4x} - 1 + 2y \end{aligned}$$

Задание 5 (теория вероятностей и математическая статистика)

Две фабрики выпускают продукцию двух типов – A и B. На первой фабрике продукция типа A составляет 40%, на второй – 50%. Первоначально вы предполагаете, что обе фабрики одинаково представлены на рынке. Затем случайно отбираете три изделия. Среди них оказалось два изделия типа B и одно изделие типа A. Какова теперь ваша оценка о доле продукции каждого типа?

Задание 6 (теория вероятностей и математическая статистика)

Имеется выборка $X = (X_1, \ldots, X_N)$ из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{4\theta} \cdot \left[e^{-x/\theta} + e^{-3x/\theta} \right], & x > 0 \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases},$$

где $\theta > 0$ есть неизвестный параметр. По методу моментов найти оценку параметра θ проверить её на несмещённость.

Задание 7 (методы оптимизации и исследование операций)

Найти методом множителей Лагранжа условный экстремум функции $f(x,z)=x^2+z$ при условии $2x-3z=12.$ Указать тип экстремума.

Задание 8 (методы оптимизации и исследование операций)

Решить задачу линейного параметрического программирования:

$$L(x,y)=2x+4y\to\max$$
$$\begin{cases}3x-2y\le 6\\ 2x+4y\le 12\\ x\ge a\\ y\ge -2\end{cases}$$, где $a\in R$

Задание 9 (математический анализ)

Найти частные производные первого порядка $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z=z(x,y)$, заданной неявно уравнением

$$e^{-(x+y^2+z^3)}-x-y^2-z^3=0.$$

Задание 10 (математический анализ)

Найти интеграл $\int\frac{dx}{x^4+3x^3+2}$ и проверить полученный результат дифференцированием.

Задание 11 (численные методы)

Методом половинного деления найти корень уравнения $\frac{x^3}{1+x} - \frac{8}{x} = 0$ на отрезке [2;3] с точностью до 0.05.

Задание 12 (численные методы)

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_1^3 \frac{x}{x^3+2} dx$ по формуле Симпсона сначала с шагом 0.5, затем с шагом 0.25. Оценить погрешность по правилу Рунге.

Задание 13 (методы программирования)

Напишите программу, которая находит сумму всех чётных чисел на отрезке [x, y). Для каждого цикла укажите инвариант и ограничитель при этом инварианте. Докажите правильность инвариантов и покажите, что из них следует корректность программы. Разрешается использовать s – прибавление единицы, <, =, +, –, *, /, %.

Задание 14 (методы программирования)

Входной файл содержит несколько слов. Напишите программу на C++, которая в каждом слове находит самый короткий префикс, содержащий более одной буквы и являющийся палиндромом, и сохраняет результат в другой файл. Например, для слова «abbabbab» таким префиксом является «abba». Если нужного префикса нет, то результатом является пустая строка. Запрещено использовать стандартные библиотеки, кроме библиотек ввода/вывода.

Сведения об обновлении программы государственного экзамена

№ п.п.	**Обновленный раздел программы**	**Описание внесенных изменений**	**Дата и протокол заседания ученого совета, утвердившего изменения**
1	Пояснительная записка	При необходимости допускается проведение государственного экзамена с применением ЭО и ДОТ в соответствии с «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по основным	от 29.10.2020 протокол №3 ученого совета факультета ПМиК

		образовательным программам бакалавриата, магистратуры, специалитета в ТвГУ»	
2	I. 4. Планируемые результаты обучения по дисциплине. IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации	Изменения в учебные планы и в рабочие программы дисциплин, формирующих новые/измененные компетенции в соответствии с приказом Минобрнауки России от 26.11.2020 г. №1456.	Решение научно-методического совета (протокол №6 от 02.06.2021 г.)
3	Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания	Изменение критериев оценивания результатов ГЭ	От 26.10.2023 протокол №3 ученого совета факультета
4	Обновление литературы	Обновление ссылок на литературу по дисциплинам ГЭ	От 26.10.2023 протокол №3 ученого совета факультета

Приложение А

Оценочный лист

уровня сформированности компетенций, продемонстрированных студентом(ой) Ф.О.И.
на государственном экзамене
по направлению 01.03.02 - Прикладная математика и информатика, профиль - математическое моделирование

Код	Перечень проверяемых компетенций	Уровень сформированности компетенций		
		пороговый	достаточный	продвинутый
		Удов.	Хорошо	Отлично

ОПК-1	**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.** ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности. ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности.			
ОПК-2	**Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.** ОПК-2.1 Знает существующие математические методы и системы программирования. ОПК-2.2 Использует существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. ОПК-2.3 Разрабатывает и реализует алгоритмы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.			
ОПК-5	**Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.** ОПК-5.1 Демонстрирует знания основных положений и концепций в области программирования. ОПК-5.2 Знает архитектуру языков программирования. ОПК-5.3 Составляет программы. ОПК-5.4 Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем.			
Итоговая оценка: Уровень сформированности компетенций:				

Председатель ГЭК:
Ф.И.О. (ученое звание, степень) _____
(подпись)

Члены ГЭК:
Ф.И.О. (ученое звание, степень) _____
(подпись)

«____»_____ 2021 г.