Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 11.06.2025 13:39:35
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП

_____С.М.Дудаков

«31» октября 2024 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Направление подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Системное программирование

Для студентов I курса

Очная форма

Составитель: д.ф.-м.н., профессор А.В. Язенин

Тверь, 2024

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины является освоение фундаментальных понятий и методов теории возможностей и возможностно-вероятностной оптимизации.

Задачей дисциплины является выработка практических навыков использования теории возможностей и вероятностей при разработке математических моделей и методов оптимизации и принятия решений в условиях неопределенности возможностного и вероятностного типов.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Учебная дисциплина «**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**» относится к разделу «Математический» обязательной части блока 1 учебного плана.

Для успешного освоения дисциплины магистрант должен знать теорию вероятностей, элементы теории нечетких множеств, методы оптимизации и принятия решений и уметь использовать их знания при разработке информационных систем поддержки принятия решений.

В результате изучения дисциплины магистрант должен знать фундаментальные разделы математики, необходимые для проведения научных исследований в области математического обеспечения информационных технологий, уметь моделировать различные типы неопределенности, владеть математическим аппаратом теории возможностей, необходимым для разработки информационных систем поддержки принятия решений, ориентированных на обработку информации с элементами неполноты и неопределённости.

3. Объем дисциплины: 3 зачетных единицы, 108 академических часа, **в том числе:**

контактная аудиторная работа: лекции 32 часа, в т.ч. практическая подготовка 15 часов, практические занятия 0 часов;

контактная внеаудиторная работа: контроль самостоятельной работы 0 часов, в том числе РГР 0 часов;

самостоятельная работа: 76 часов, в том числе контроль 0 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине**
ОПК-1. Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Оценивает актуальность математических задач ОПК-1.2 Решает задачи фундаментальной математики

	ОПК-1.3 Решает задачи прикладной математики
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Выбирает методы для решения конкретной поставленной задачи ОПК-2.2 Совершенствует имеющиеся методы ОПК-2.3 Разрабатывает новые методы
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1Знает основные типы математических моделей для решения задач профессиональной деятельности ОПК-3.2Разрабатывает новые математические модели для решения задач профессиональной деятельности ОПК-3.3Анализирует математические модели
ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	ОПК-4.1Знает основные типы ИКТ для решения профессиональных задач ОПК-4.2Адаптирует имеющиеся ИКТ для решения поставленных задач ОПК-4.3Интегрирует различные ИКТ для решения поставленных задач

5.Форма промежуточной аттестации зачет.
6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в
		Лекции		Практические (Лабораторные) работы	
		всего	В т.ч. прак		

			тическая подготовка	всего	В т.ч. практическая подготовка	т.ч.контроль
Элементы теории нечетких подмно-жеств	3	1	0	0	0	2
Возможностное пространство	3	1	0	0	0	2
Нечеткая переменная (величина) и ее функция распределения. Свойства возможностных распределений	7	1	0	0	0	6
Функции нечетких величин	5	1	0	0	0	4
Классы параметризованных возмож-ностных распределений (функций принадлежности). Распределения L-R типа	6	2	1	0	0	4
Исчисление минисвязанных нечетких величин в классах параметризованных возможностных рас-пределений	10	4	3	0	0	6
Отношения между возможностными величинами.	2	1	0	0	0	1
Агрегирование возможностной (нечеткой) информации на основе t – норм. Сильнейшая и слабейшая t – нормы	12	2	1	0	0	10
Исчисление нечетких величин в классах параметризованных возможностных распределений при слабейшей t – норме	6	2	1	0	0	4
Принципы принятия решений в условиях возможностной (нечеткой) и стохастической информации	4	1	0	0	0	3
Модели критериев и ограничений в задачах возможностной и стохас-тической оптимизации	4	1	0	0	0	3

Методы решения задач возможностного и стохастического линейного программирования в классах нормальных распределений	12	4	3	0	0	8
Методы решения задач возможно-стного/необходимостного линейно-го программирования в классе полу-непрерывных сверху распределений	10	2	1	0	0	8
Методы решения задач нелинейного возможностного программирования	6	2	1	0	0	4
Возможностное и интервальное линейное программирование	6	3	2	0	0	3
Сравнительное изучение задач возможностного линейного программирования при различных t - нормах	12	4	2	0	0	8
ИТОГО	108	32	15	0	0	76

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем *(в строгом соответствии с разделом II РПД)*	Вид занятия	Образовательные технологии
Элементы теории нечет-ких подмножеств	Лекции	Изложение теоретического материала с использо-ванием компьютерных презентаций. Решение задач
Возможностное простран-ство	Лекции	Изложение теоретического материала с использо-ванием компьютерных презентаций. Решение задач
Нечеткая переменная (величина) и ее функция распределения. Свойства возможностных распределений	Лекции	Изложение теоретического материала с использо-ванием компьютерных презентаций. Решение задач

Функции нечетких величин	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Классы параметризованных возможностных распределений (функций принадлежности). Распределения L-R типа	Лекции, практические занятия	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Исчисление нечетких величин в классах параметризованных возможностных распределений	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Отношения между возможностными величинами	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Агрегирование возможностной (нечеткой) информации на основе t – норм. Сильнейшая и слабейшая t – нормы	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Исчисление нечетких величин в классах параметризованных возможностных распределений при слабейшей t – норме	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Принципы принятия решений в условиях возможностной (нечеткой) и стохастической информации	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Модели критериев и ограничений в задачах возможностной и стохастической оптимизации	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Методы решения задач возможностного и стохастического линейного программирования в классах нормальных распределений	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач

Методы решения задач возможностного/необходимостного линейного программирования в классе полунепрерывных сверху распределений	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Методы решения задач нелинейного возможностного программирования	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Возможностное и интервальное линейное программирование	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач
Сравнительное изучение задач возможностного линейного программирования при различных t - нормах	Лекции	Изложение теоретического материала с использованием компьютерных презентаций. Решение задач

III. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

ОПК-1. Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Оценивает актуальность математических задач ОПК-1.2 Решает задачи фундаментальной математики ОПК-1.3 Решает задачи прикладной математики

Типовые контрольные задания	**Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания**
Освоение возможностной модели неопределенности: 1. Доказательство свойств возможностной меры. 2. Доказательство свойств необходимостной меры.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
1.Построение моделей критериев в условиях возможностной неопределенности.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

2.Построение моделей допустимых решений в условиях возможностной неопределенности.	

ОПК-2 Способен совершен-ствовать и реализовывать новые математические ме-тоды решения прикладных задач	ОПК-2.1 Выбирает методы для решения конкретной поставленной задачи ОПК-2.2 Совершенствует имеющиеся методы ОПК-2.3 Разрабатывает новые методы

Типовые контрольные задания	**Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания**
Расчет числовых характеристик возможностных функций, параметров их возможностных распределений, необходимых для формализации и реализации принципов принятия решений	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
Исчисление возможностных величин при слабейшей и сильнейшей t-нормах, описывающих их взаимодействие	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1Знает основные типы математических моделей для решения задач профессиональной деятельности ОПК-3.2Разрабатывает новые математические модели для решения задач профессиональной деятельности ОПК-3.3Анализирует математические модели

Типовые контрольные задания	**Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания**
Построение моделей оптимизации и принятия решений при сильнейшей t-норме в контексте возможность-необходимость.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
Построение моделей оптимизации и принятия решений при	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

слабейшей t-норме в контексте возможность-необходимость.	
Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов линейных моделей оптимизации и принятия решений при сильнейшей t-норме в контексте возможность-необходимость в классах параметризованных возможностных распределений.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	ОПК-4.1Знает основные типы ИКТ для решения профессиональных задач ОПК-4.2Адаптирует имеющиеся ИКТ для решения поставленных задач ОПК-4.3Интегрирует различные ИКТ для решения поставленных задач

Типовые контрольные задания	**Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания**
Построение и решение эквивалентных детерминированных анаогов линейных моделей оптимизации и принятия решений при слабейшей t-норме в кон-тексте возможность-необходи-мость в классах параметризо-ванных возможностных распре-делений.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов нелинейных моделей оптимизации и принятия решений при сильнейшей и слабей-	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

шей t-нормах в контексте возможность-необходимость в классах параметризованных возможностных распределений.	

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212129 (дата обращения: 12.12.2024).
2. Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах: учебное пособие для вузов / Н. В. Копченова, И. А. Марон. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-8114-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/171859 (дата обращения: 12.12.2024).
3. Пантина, И. В. Вычислительная математика [Электронный ресурс]: учебник / И. В. Пантина, А. В. Синчуков. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: МФПУ Синергия, 2012. - 176 с. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0064-3. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/451160 (дата обращения: 12.12.2024).
4. Муромцев, Д. Ю. Методы оптимизации и принятие проектных решений: учебное пособие / Д. Ю. Муромцев, В. Н. Шамкин; Тамбовский государственный технический университет. – Тамбов: Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), 2015. – 80 с.: ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444652 (дата обращения: 12.12.2024).

Дополнительная литература:

1. Струченков, В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах: учебное пособие: [16+] / В. И. Струченков. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2015. – 435 с.: ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457743 (дата обращения: 12.12.2024).
2. Струченков, В. И. Методы оптимизации: основы теории, задачи, обучающие компьютерные программы: учебное пособие: [16+] / В. И. Струченков. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2015. – 267 с.: ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457742 (дата обращения: 12.12.2024).

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 4б (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно

WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса	Наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1.	Электронно-библиотечная система	«Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru
2.	Электронно-библиотечная система	IPR SMART	https://www.iprbookshop.ru/
3.	Электронно-библиотечная система	«ЮРАЙТ»	https://urait.ru/
4.	Электронно-библиотечная система	«Лань»	http://e.lanbook.com
5.	Электронно-библиотечная система	«Знаниум»	https://znanium.com/
6.)	Электронно-библиотечная система	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/Web
7.	Научная электронная библиотека	eLIBRARY.RU (подписка на журналы)	https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp?
8.	Репозиторий	Репозиторий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-университет http://www.intuit.ru

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов предполагает проведение двух видов работ:

1. Самостоятельная подготовка докладов по предлагаемым темам (примерные темы докладов приводятся ниже);
2. Самостоятельное решение сложных задач по темам, рассматриваемым на лекциях (примерная задача для самостоятельного решения приводится ниже).

Темы РГР:

1. Операции над нечеткими подмножествами;
2. Идентификация возможностных распределений функций нечетких величин;
3. Исчисление нечетких величин при сильнейшей t-норме;
4. Исчисление нечетких величин при слабейшей t-норме;
5. Четкие и возможностные отношения между нечеткими величинами;
6. Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов задач стохастического программирования;
7. Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов задач возможностного программирования;
8. Построение и решение эквивалентных детерминированных аналогов задач необходимостной оптимизации.

Примерные темы докладов

1. Возможность и вероятность.
2. Возможность и необходимость.
3. Стохастическое и возможностное программирование: сравнительный анализ.

Примеры задач для самостоятельной работы

Задача 1. Построить эквивалентный четкий аналог задачи возможностно-необходимостной оптимизации и решить его графическим методом:

$$k \to \max,$$
$$\begin{cases} \pi\{a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = k\} \ge 1/2, \\ \pi\{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1\} \ge 1/2, \\ \upsilon\{a_{21}x_1 - a_{22}x_2 \ge b_2\} \ge 1/4, \\ x_1, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

где $a_{01} \in Tr(2,2)$, $a_{02} \in Tr(3,3)$,

$a_{11} = 3$, $a_{12} \in Tr(3,1), b_1 \in Tr(6,1)$,

$a_{21} = 2$, $a_{22} \in Tp(4,6,2,1)$, $\mu_{b_2}(t) = \max\{0, \min\{1, 1-2(t-3)\}\}, t \in E^1$.

Задача 2. Имеем две нечеткие величины $(L-R)$ типа. Пусть $L(t)=e^{-t^2}, t>0$, $R(t)=\max\{0,1-t\}, t>0$. Распределения равны соответственно: $X_1=(3,5,1,2)_{(L,R)}$, $X_2=(4,5,2,1)_{(L,R)}$. Определите распределение нечеткой величины $2X_1+X_2$, найдите ее α – уровневое множество при $\alpha=0.7$.

Вопросы для подготовки к зачету

1. Возможностное пространство. Свойства мер возможности и необходимости.
2. Возможностная (нечеткая) величина и ее функция распределения. Свойства функции распределения.
3. Функции нечетких величин.
4. Четкие и нечеткие отношения между нечеткими величинами.
5. Т-нормы, как математический аппарат для агрегирования возможностной информации и их свойства.
6. Исчисление нечетких величин.
7. Принципы принятия решений в условиях возможностной и стохастической информации.
8. Постановки задач возможностного и стохастического программирования и их содержательная интерпретация.
9. Задача максимизации возможности (необходимости) достижения нечеткой цели при построчных ограничениях по возможности (необходимости).
10. Задача максимизации вероятности выполнения цели при построчных ограничениях по вероятности.
11. Возможностная модель уровневой оптимизации (максимаксная модель).
12. Стохастическая модель уровневой оптимизации.

Планы и методические указания по подготовке к практическим (семинарским) занятиям, выполнению лабораторных работ.

Практическое занятие осуществляется по следующему плану:

1. проверка выполнения заданий, выданных для домашней работы;
2. обзор пройденного лекционного материала;
3. решение задач по очередной теме;
4. обсуждение результатов решения задачи;
5. выдача задач для домашней работы.

Примеры решения задач

Исчисление нечетких величин

№1.

Заданы две нечеткие величины X_1 и X_2.

Необходимо найти распределение нечеткой величины, определяемой выражением $-4X_1+2X_2$ и границы α–уровневого множества нечеткой величины, представленной данным выражением.

Исходные данные:

$X_1 \in Tr(5,2)$, $X_2 \in Tr \in (4,1)$,

$\alpha = 0{,}6$.

Решение.

В соответствии с исчислением возможностей мы можем установить класс распределений, которому принадлежит нечеткая величина, определяемая выражением:

$-4X_1 + 2X_2 \in Tr(-4*5+2*4,|-4|*2+|2|*1) = Tr(-12,10)$.

Тогда в соответствии с формулами для расчета границ α–уровневого множества в классах триангулярных распределений имеем:

$$X^+(\alpha) = a + \frac{b}{2}(1-\alpha) = -12 + \frac{10}{2}(1-0{,}6) = -12+2 = -10,$$

$$X^-(\alpha) = a - \frac{b}{2}(1-\alpha) = -12 - \frac{10}{2}(1-0{,}6) = -12-2 = -14.$$

Таким образом, правая граница α–уровневого для полученной нечеткой величины равна -10; левая граница α–уровневого множества для полученной нечеткой величины равна -14.

№2.

Заданы две нечеткие величины $(L-R)$ типа. Пусть $L(t) = e^{-t^2}, t > 0$, $R(t) = \max\{0{,}1-t\}, t > 0$.

Необходимо определить распределение нечеткой величины $3X_1 + 4X_2$ и найти границы ее α–уровневого множества.

Исходные данные:

$X_1 = (5{,}6{,}1{,}1)_{(L,R)}$, $X_2 = (3{,}5{,}2{,}1)_{(L,R)}$,

$\alpha = 0{,}5$.

Решение.

В соответствии с исчислением нечетких величин $(L-R)$ типа получаем:

$(3X_1 + 4X_2)_{(L,R)} = (3*5+4*3{,}3*6+4*5,|3|*1+|4|*2,|3|*1+|4|*1)_{(L,R)} = (27{,}38{,}11{,}7)_{(L,R)}$

Применяя соответствующие формы для определения границ α–уровневых множеств получаем:

$X^+(\alpha) = \overline{m} + \overline{d}(1-\alpha) = 38 + 7(1-0{,}5) = 41{,}5$;

$X^-(\alpha) = \underline{a - b\sqrt{\ln \alpha^{-1}}} = 27 - 11\sqrt{\ln 2}$.

Таким образом, $3X_1 + 4X_2 = (27{,}38{,}11{,}7)_{(L,R)}$, правая граница α–уровневого множества нечеткой величины $3X_1 + 4X_2$ равна 41,5; левая граница α–уровневого множества для $3X_1 + 4X_2$ равна $27 - 11\sqrt{\ln 2}$.

Решение задачи возможностного программирования.

Построить и решить эквивалентный детерминированный аналог задачи возможностного программирования.

$k \to \max,$

$$\begin{cases} \pi\{a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = k\} \geq \dfrac{1}{2}, \\ \pi\{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1\} \geq \dfrac{1}{2}, \\ \pi\{a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2\} \geq \dfrac{1}{4}, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Исходные данные:

$a_{01} \in Tr(2,2),\ a_{02} \in Tr(3,3),$

$a_{11} = 3,\ a_{12} \in Tr(2,2),\ b_1 \in Tr(6,1),$

$a_{21} = 2,\ a_{22} = 3,\ \mu_{b_2}(t) = \max\{0, \min\{1, 1-2(t-3)\}\}.$

Решение.

Приведенная в варианте задача есть модель уровневой оптимизации.

Построим эквивалентные аналоги моделей критерия и ограничений.

1. Рассмотрим модель критерия.

$k \to \max,$

$$\pi\{a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = k\} \geq \frac{1}{2}.$$

Данная модель критерия может быть сведена к следующей детерминированной модели:

$a_{01}^{+}x_1 + a_{02}^{+}x_2 \to \max.$

Таким образом, нам необходимо найти a_{01}^{+} и a_{02}^{+} для уровня возможности $\alpha_0 = \frac{1}{2}$. Воспользуемся известными формулами для расчета правых границ α –уровневого множества.

$$R_{01} = \frac{1-\alpha_0}{2} = \frac{1}{4},$$

$$R_{02} = \frac{1-\alpha_0}{2} = \frac{1}{4}.$$

Следовательно:

$$a_{01}^{+} = \hat{a}_{01} + R_{01}\hat{d}_{01} = 2 + \frac{1}{4} * 2 = 2{,}5;$$

$$a_{02}^{+} = \hat{a}_{02} + R_{02}\hat{d}_{02} = 3 + \frac{1}{4} * 3 = 3{,}75.$$

Тогда эквивалентная детерминированная модель критерия имеет следующий вид: $2{,}5x_1 + 3{,}75x_2 \to \max$.

2. Рассмотрим модель ограничений.

Сначала рассмотрим первое ограничение.

$a_{11}^{+} = a_{11}^{-} = 3$ (по условию).

В соответствии с расчетными формулами для границ α –уровневых множеств имеем:

$$r_{12} = \frac{\alpha_1 - 1}{2} = \frac{1/2 - 1}{2} = -\frac{1}{4},$$

$$R_{12} = \frac{1 - \alpha_1}{2} = \frac{1 - 1/2}{2} = \frac{1}{4}.$$

Тогда:

$$a_{12}^{+} = \hat{a}_{12} + R_{12}\hat{d}_{12} = 3 + \frac{1}{4} * 1 = 3{,}25;$$

$$a_{12}^{-} = \hat{a}_{12} + r_{12}\hat{d}_{12} = 3 - \frac{1}{4} * 1 = 3{,}75.$$

Вычислим свободные коэффициенты:

$$R_1 = \frac{1 - \alpha_1}{2} = \frac{1}{4},$$

$$r_1 = \frac{\alpha_1 - 1}{2} = -\frac{1}{4}.$$

Следовательно:

$$b_1^{+} = \hat{b}_1 + R_1\hat{d}_1 = 6 + \frac{1}{4} * 1 = 6{,}25;$$

$$b_1^{-} = \hat{b}_1 + r_1\hat{d}_1 = 6 - \frac{1}{4} * 1 = 5{,}75.$$

В результате первое ограничение преобразуется в следующую пару детерминированных ограничений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3{,}25x_2 \geq 5{,}75, \\ 3x_1 + 2{,}75x_2 \leq 6{,}25. \end{cases}$$

Рассмотрим второе ограничение.

$a_{21}^{+} = a_{21}^{-} = 2$ (по условию),

$a_{22}^{+} = a_{22}^{-} = 3$ (по условию).

Нетрудно видеть, что $b_2^{-} = -\infty$.

Найдем b_2^{+}.

Нетрудно видеть, что $b_2^{+} = 3\frac{3}{8} = 3{,}375$.

Тогда эквивалентное ограничение имеет вид:

$2x_1 + 3x_2 \leq 3{,}385$.

Выпишем теперь полностью эквивалентный детерминированный аналог исходной задачи:

$$2{,}5x_1 + 3{,}75x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 3{,}75x_2 \geq 5{,}75, \\ 3x_1 + 2{,}75x_2 \leq 6{,}25, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 3{,}375, \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Полученная задача линейного программирования может быть решена графическим способом.

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Учебная аудитория № 212 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, меловая доска, мультимедийный комплекс

Для самостоятельной работы

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс факультета ПМиК № 4б (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения