

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Павлова Людмила Станиславовна
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности
Дата подписания: 26.02.2026 15:34:48
Уникальный программный ключ:
d1b168d67b4d761571618b2489a0b0b2a2

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ПО ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНОМУ ЦИКЛУ
ОПЦ.04 «Численные методы»**

Специальность	09.02.07 ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ
Квалификация	Программист
Форма обучения	Очная

Рабочая программа утверждена
на заседании ученого совета
факультета прикладной математики и кибернетики
протокол № 6 от 05.02.2026 г.

1. Общая характеристика учебной дисциплины

1.1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Численные методы» принадлежит к общепрофессиональному циклу (ОПЦ).

1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 5	<ul style="list-style-type: none">• Оценивать погрешности арифметических операций• Решать системы линейных алгебраических уравнений численными методами• Решать нелинейные уравнения и системы численными методами• Решать задачи интерполяции• Находить значения производных и интегралов численными методами• Решать дифференциальные уравнения численными методами	<ul style="list-style-type: none">• Представление вещественных чисел в компьютере• Погрешности вычислений• Численные методы линейной алгебры• Численные методы решения нелинейных уравнений и систем• Методы интерполяции• Численные методы дифференцирования и интегрирования• Численные методы решения дифференциальных уравнений

2. Структура и содержание учебной дисциплины

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем в часах
Объем учебной дисциплины	100
в том числе:	
- лекции	45
- практические занятия	30
Самостоятельная работа	25
Промежуточная аттестация	0

2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
Тема 1. Представление чисел в компьютере и погрешности вычислений	Содержание учебного материала	10	
	Числа с фиксированной и плавающей точкой, формат, абсолютная и относительная погрешность, погрешность при арифметических операциях		
	В том числе практических и лабораторных работ	2	

	Самостоятельная работа обучающихся	5	
Тема 2. Численные методы линейной алгебры	Содержание учебного материала	25	
	Методы Гаусса, простой итерации, Зейделя		
	В том числе практических и лабораторных работ	8	
	Самостоятельная работа обучающихся	5	
Тема 3. Численное решение уравнений и систем	Содержание учебного материала	20	
	Методы дихотомии, простой итерации и Ньютона		
	В том числе практических и лабораторных работ	6	
	Самостоятельная работа обучающихся	5	
Тема 4. Интерполяция, численные дифференцирование и интегрирование	Содержание учебного материала	25	
	Интерполяция многочленами и сплайнами, формулы Лагранжа и Ньютона, численное дифференцирование, квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса		
	В том числе практических и лабораторных работ	8	
	Самостоятельная работа обучающихся	5	
Тема 5. Численное решение дифференциальных уравнений	Содержание учебного материала	20	
	Решение задачи Коши методами Эйлера и Рунге-Кутты		
	В том числе практических и лабораторных работ	6	
	Самостоятельная работа обучающихся	5	
Примерный перечень практических работ			
	Представление чисел с фиксированной и плавающей точкой в компьютере		
	Оценка погрешности при выполнении арифметических операций		

	Метод Гаусса		
	Метод простой итерации и метод Зейделя		
	Метод Ньютона		
	Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона		
	Интерполяция сплайнами		
	Численное дифференцирование и интегрирование, квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса		
	Численное решение дифференциальных уравнений, методы Эйлера и Рунге-Кутты		
Промежуточная аттестация		0	
Всего		100	

3. Условия реализации учебной дисциплины

3.1. Специальные помещения для реализации учебной дисциплины

3.1.1. Для контактной работы с преподавателем

Учебная аудитория № 308 (Садовый пер., 35), оснащение: комплект учебной мебели, мультимедийный проектор, экран.

3.1.2. Для самостоятельной работы

Интернет-центр, оснащение: комплект учебной мебели, компьютерная техника с возможностью подключения к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС ТвГУ.

3.2. Информационное обеспечение реализации учебной дисциплины

Перечень программного обеспечения

Kaspersky Endpoint Security 12
Яндекс Браузер
Google Chrome
WinDjView
ONLYOFFICE

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

ЭБС ТвГУ
ЭБС «ЮРАЙТ»
ЭБС «Znanium»
ЭБС «Консультант студента» (СПО)

3.2.1. Основная литература

Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2026. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2219434> (дата обращения: 26.01.2026).

3.2.2. Дополнительная литература

Гателюк, О. В. Численные методы : учебник для среднего профессионального образования / О. В. Гателюк, Ш. К. Исмаилов, Н. В. Манюкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 110 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07480-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/585190> (дата обращения: 26.01.2026).

4. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины

Результаты обучения	Критерии оценки	Формы и методы оценки
<p>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины</p> <ul style="list-style-type: none"> • Представление вещественных чисел в компьютере • Погрешности вычислений • Численные методы линейной алгебры • Численные методы решения нелинейных уравнений и систем • Методы интерполяции • Численные методы дифференцирования и интегрирования • Численные методы решения дифференциальных уравнений <p>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины</p> <ul style="list-style-type: none"> • Оценивать погрешности арифметических операций • Решать системы линейных алгебраических уравнений численными методами • Решать нелинейные уравнения и системы численными методами 	<ul style="list-style-type: none"> • «Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко. • «Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. • «Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки. • «Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. 	<ul style="list-style-type: none"> • Контрольная работа • Оценка результатов самостоятельной работы • Оценка работы на практических занятиях • Экзамен

- | | | |
|---|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• Решать задачи интерполяции• Находить значения производных и интегралов численными методами• Решать дифференциальные уравнения численными методами | | |
|---|--|--|

5. Фонд оценочных средств

Тестовые задания / иное оценочное средство	Варианты ответов	Ключ (правильный вариант ответа)
<p>Как называются перечисленные далее формулы численного интегрирования:</p> <p>а). $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} [y_0 + y_{2n} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2})]$</p> <p>$y_i = f(x_i), x_i = a + ih, h = \frac{b-a}{2n}$</p> <p>б). $\int_a^b f(x)dx \approx h \left[\frac{y_0 + y_n}{2} + (y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) \right]$</p> <p>1. $y_i = f(x_i), x_i = a + ih, h = \frac{b-a}{n}$</p> <p>в). $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} [y_0 + y_{3n} + 3(y_1 + y_2 + y_4 + y_5 \dots + y_{3n-2} + y_{3n-1}) + 2(y_3 + y_6 + \dots + y_{3n-3})]$</p>	<p>а) Формула трапеций, б) Формула 3/8, в) Формула прямоугольников, г) Формула Симпсона.</p>	<p>1 – г, 2 – а, 3 – б, 4 – в.</p>

$y_i = f(x_i), x_i = a + ih, h = \frac{b-a}{3n}$ $\int_a^b f(x) dx \approx h[y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1}], y_i = f(x_i), x_i = a + \left(i + \frac{1}{2}\right)h, h = \frac{b-a}{n}$						
<p>Как называются перечисленные далее формулы численного дифференцирования:</p> <p>а). $f'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h}$</p> <p>б). $f'(x_i) \approx \frac{y_i - y_{i-1}}{h}$</p> <p>в). $f'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$</p> <p>г). $f'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$</p>	<p>а) Центральная разностная производная, б) Левая разностная производная, в) Вторая разностная производная, г) Правая разностная производная.</p>	<p>1 – г, 2 – б, 3 – а, 4 – в.</p>				
<p>На каких этапах математического моделирования возникают погрешности указанных далее видов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Погрешность метода 2. погрешность исходных данных 3. погрешность округления 	<p>а) Проведение расчетов, б) Выбор метода и разработка алгоритма, в) Создание математической модели</p>	<p>1 – б, 2 – в, 3 – а.</p>				
<p>Уравнение $2x^2 - 5 = 0$ решается методом половинного деления на отрезке [1; 2]. Расположить отрезки в том порядке, в котором они получаются при применении метода.</p>	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="1630 1297 1742 1353">1</td> <td data-bbox="1742 1297 1977 1353">[1; 2]</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1630 1353 1742 1412">2</td> <td data-bbox="1742 1353 1977 1412">[1.5; 2]</td> </tr> </table>	1	[1; 2]	2	[1.5; 2]	
1	[1; 2]					
2	[1.5; 2]					

<input type="radio"/> [1.5; 2] <input type="radio"/> [1.5; 1.75] <input type="radio"/> [1; 2]	3 [1.5; 1.75]							
<p>Уравнение $x^2 - 6 = 0$ решается методом Ньютона. Начальное приближение $x_0 = 3$. Расположить приближения в том порядке, в котором они получаются при применении метода.</p> <input type="radio"/> 2.45 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 2.5	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>2.5</td></tr> <tr><td>3</td><td>2.45</td></tr> </table>	1	3	2	2.5	3	2.45	
1	3							
2	2.5							
3	2.45							
<p>Предельная абсолютная погрешность разности двух величин равна</p> <p>Разности предельных относительных погрешностей этих величин</p> <p>Разности предельных абсолютных погрешностей этих величин</p> <p>Сумме предельных абсолютных погрешностей этих величин</p> <p>Сумме предельных относительных погрешностей этих величин</p> <p>Произведению предельных абсолютных погрешностей этих величин</p>		(3) Сумме предельных абсолютных погрешностей этих величин						
<p>Как формулируется задача интерполяции многочленами?</p> <p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который во всех этих точках принимает значения, указанные в таблице.</p>		(1) Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n . Требуется найти многочлен степени не выше n , который						

Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n . Требуется найти многочлен степени не выше n , который в одной из этих точек принимает значение, указанное в таблице.

Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n . Требуется найти многочлен степени, меньшей n , который в одной из этих точек принимает значение, близкое к указанному в таблице.

Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n . Требуется найти многочлен степени, меньшей n , который во всех этих точках принимает значения, близкие к указанным в таблице.

Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n и задан многочлен степени n . Требуется составить таблицу значений этого многочлена во всех этих точках.

Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n и задан многочлен степени n . Требуется вычислить значение этого многочлена в одной из этих точек.

во всех этих точках принимает значения, указанные в таблице.

Интеграл $\int_1^3 \frac{6}{x+3} dx$ вычисляется приближенно по формуле трапеций с шагом $h=1$. Каким будет результат вычислений?

<input type="radio"/>	2.7
<input type="radio"/>	2.45
<input type="radio"/>	3.7

<input type="radio"/>	2.7
<input checked="" type="radio"/>	2.45
<input type="radio"/>	3.7
<input type="radio"/>	0.95
<input type="radio"/>	4

<input type="radio"/>	0.95
<input type="radio"/>	4

Для каких арифметических операций относительная погрешность результата равна сумме относительных погрешностей аргументов?

<input type="radio"/>	Сложение
<input type="radio"/>	Вычитание
<input type="radio"/>	Умножение
<input type="radio"/>	Деление

<input type="radio"/>	Сложение
<input type="radio"/>	Вычитание
<input checked="" type="radio"/>	Умножение
<input checked="" type="radio"/>	Деление

С помощью каких методов из перечисленных можно решить систему нелинейных алгебраических уравнений?

<input type="radio"/>	Метод Гаусса
<input type="radio"/>	Модифицированный метод Ньютона
<input type="radio"/>	Метод половинного деления
<input type="radio"/>	Метод хорд
<input type="radio"/>	Метод Ньютона
<input type="radio"/>	Метод Гаусса
<input checked="" type="radio"/>	Модифицированный метод Ньютона
<input type="radio"/>	Метод половинного деления
<input type="radio"/>	Метод хорд
<input checked="" type="radio"/>	Метод Ньютона

При применении каких вариантов метода Гаусса с выбором главного элемента при решении систем линейных алгебраических уравнений выполняется перестановка столбцов матрицы системы?

<input type="radio"/>	Метод Гаусса с выбором главного элемента
-----------------------	--

○	Метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу		по столбцу								
○	Метод Гаусса с выбором главного элемента по строке	●	Метод Гаусса с выбором главного элемента по строке								
○	Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице	●	Метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице								
Даны два числа: $a = 285 \pm 5$, $b = 7341 \pm 20$. Чему равна предельная абсолютная погрешность их суммы?			25								
Функция $y = f(x)$ задана таблично. Чему равен результат кусочно-линейной интерполяции в точке $x = 11$?			8								
i	0	1	2	x_i	5	7	13	y_i	1	6	9
Дана таблица функции $y = f(x)$. Используя формулу для правой разностной производной, вычислить приближенное значение производной $f'(x)$ в точке $x = 5$.			3								
i	0	1	x_i	5	7	y_i	8	14			
На каких этапах математического моделирования возникают погрешности указанных далее видов: 1. Погрешность метода		а) Проведение расчетов, б) Выбор метода и разработка	1 – б, 2 – в, 3 – а.								

<p>2. погрешность исходных данных</p> <p>3. погрешность округления</p>	<p>алгоритма,</p> <p>в) Создание математической модели</p>													
<p>Уравнение $2x^2 - 5 = 0$ решается методом половинного деления на отрезке $[1; 2]$. Расположить отрезки в том порядке, в котором они получаются при применении метода.</p> <table border="1" data-bbox="152 448 436 643"> <tr> <td><input type="radio"/></td> <td>$[1.5; 2]$</td> </tr> <tr> <td><input type="radio"/></td> <td>$[1.5; 1.75]$</td> </tr> <tr> <td><input type="radio"/></td> <td>$[1; 2]$</td> </tr> </table>	<input type="radio"/>	$[1.5; 2]$	<input type="radio"/>	$[1.5; 1.75]$	<input type="radio"/>	$[1; 2]$	<table border="1" data-bbox="1630 384 1915 547"> <tr> <td>1</td> <td>$[1; 2]$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$[1.5; 2]$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>$[1.5; 1.75]$</td> </tr> </table>	1	$[1; 2]$	2	$[1.5; 2]$	3	$[1.5; 1.75]$	
<input type="radio"/>	$[1.5; 2]$													
<input type="radio"/>	$[1.5; 1.75]$													
<input type="radio"/>	$[1; 2]$													
1	$[1; 2]$													
2	$[1.5; 2]$													
3	$[1.5; 1.75]$													
<p>Как формулируется задача интерполяции многочленами?</p> <table border="1" data-bbox="152 691 909 1382"> <tr> <td> <p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который во всех этих точках принимает значения, указанные в таблице.</p> </td> </tr> <tr> <td> <p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который в одной из этих точек принимает значение, указанное в таблице.</p> </td> </tr> <tr> <td> <p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени, меньшей n, который в одной из этих точек принимает значение, близкое к указанному в таблице.</p> </td> </tr> <tr> <td> <p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени, меньшей n, который во всех этих точках принимает значения, близкие к указанным в таблице.</p> </td> </tr> </table>	<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который во всех этих точках принимает значения, указанные в таблице.</p>	<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который в одной из этих точек принимает значение, указанное в таблице.</p>	<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени, меньшей n, который в одной из этих точек принимает значение, близкое к указанному в таблице.</p>	<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени, меньшей n, который во всех этих точках принимает значения, близкие к указанным в таблице.</p>		<p>(2) Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который во всех этих точках принимает значения, указанные в таблице.</p>								
<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который во всех этих точках принимает значения, указанные в таблице.</p>														
<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени не выше n, который в одной из этих точек принимает значение, указанное в таблице.</p>														
<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени, меньшей n, который в одной из этих точек принимает значение, близкое к указанному в таблице.</p>														
<p>Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n. Требуется найти многочлен степени, меньшей n, который во всех этих точках принимает значения, близкие к указанным в таблице.</p>														

Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n и задан многочлен степени n . Требуется составить таблицу значений этого многочлена во всех этих точках.

Дана таблица значений функции в точках x_0, \dots, x_n и задан многочлен степени n . Требуется вычислить значение этого многочлена в одной из этих точек.

Для каких арифметических операций относительная погрешность результата равна сумме относительных погрешностей аргументов?

<input type="radio"/>	Сложение
<input type="radio"/>	Вычитание
<input type="radio"/>	Умножение
<input type="radio"/>	Деление

<input type="radio"/>	Сложение
<input type="radio"/>	Вычитание
<input checked="" type="radio"/>	Умножение
<input checked="" type="radio"/>	Деление

Даны два числа: $a = 285 \pm 5$, $b = 7341 \pm 20$. Чему равна предельная абсолютная погрешность их суммы?

25

Функция $y = f(x)$ задана таблично. Чему равен результат кусочно-линейной интерполяции в точке $x = 11$?

i	0	1	2
x_i	5	7	13
y_i	1	6	9

8