

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Смирнов Сергей Николаевич

Должность: врио ректора

Дата подписания: 10.06.2025 17:23:19

Уникальный программный ключ:

69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Математическое моделирование нелинейных процессов

Направление подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Профиль подготовки

Информационные системы, программирование и анализ данных

Для студентов 3 курса очной формы обучения

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Составитель: д.ф.-м.н., профессор Ю.В. Шеретов

Тверь, 2024

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математическое моделирование нелинейных процессов» являются изучение основных понятий указанной дисциплины необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

Задачей освоения дисциплины является приобретение устойчивых навыков работы с изученными понятиями.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Математическое моделирование нелинейных процессов относится к вариативной части дисциплин, формируемой участниками образовательных отношений. Предлагаемый спецкурс имеет логические и содержательно-методические взаимосвязи со многими дисциплинами математического, естественнонаучного и профессионального циклов ООП и необходим для изучения этих дисциплин. Для освоения дисциплины необходимы знание курсов «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Информатика и программирование» и наличие устойчивых навыков работы с объектами этих курсов.

3. Объём дисциплины:

4 зачетных единицы, 144 академических часа,

в том числе: контактная работа: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа, в т.ч. практическая подготовка – 2 часа; самостоятельная работа – 76 часов.

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен использовать базовые знания в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	ПК-1.1 Формулирует проблемы и определяет направление их решения на основе базовых знаний математики, естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-1.2 С помощью стандартных методов решает типовые задачи в области математики, естествознания и информатики ПК-1.3 Применяет методы и приемы из области математики, физики и информатики для решения задач профессиональной деятельности

5. Форма промежуточного контроля

Экзамен (6 семестр).

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Тема. Раздел	всего	Контактная работа (час.)			самостоятельная работа
		лекции	Лабор. занятия	в т.ч. практическая подготовка	
Раздел 1. Динамика вещественных отображений	74	18	18	1	38
Раздел 2. Комплексная динамика	70	16	16	1	38
Итого	144	34	34	2	76

Учебная программа

Раздел 1

Динамика вещественных отображений

Аффинные отображения в n – мерном арифметическом пространстве и на комплексной плоскости. Переход к другой системе координат. Компьютерное моделирование аффинных преобразований.

Неподвижные точки отображений. Итерации отображений. Циклические точки и циклы. Компьютерное моделирование циклов.

Метрика Хаусдорфа. Сходимость последовательностей множеств в метрике Хаусдорфа. Графическое построение расстояния между множествами.

Системы итерированных отображений. Аттракторы. Алгоритмы построения аттракторов систем итерированных функций. Алгоритмы построения фрактальных множеств, основанные на системах итерированных функций. Компьютерная реализация этих алгоритмов.

Размерность Минковского и размерность Хаусдорфа. Размерность кривой Пеано. Численное вычисление размерности классических фракталов.

Динамика одномерных отображений. Квадратичное отображение. Бифуркции удвоения периода. Универсальность Фейнгенбаума. Порядок Шарковского. Переход к хаосу. Компьютерное моделирование динамики одномерных отображений

Раздел 2

Комплексная динамика

Динамика комплексных полиномов на расширенной комплексной плоскости. Множества Жюлия и Фату. Притягивающие, отталкивающие, нейтральные неподвижные точки и циклы голоморфных отображений. Муль-

типликаторы неподвижных точек. Притягивающие области. Структура множеств Жюлиа и Фату. Алгоритмы построения множеств Жюлиа и Фату. Компьютерная реализация этих алгоритмов.

Множество Мандельброта для параметрического семейства квадратичных отображений. Динамика отображений и структура множеств Жюлиа и Фату квадратичного семейства в зависимости от значений параметра. Заполненное множество Жюлиа. Динамика квадратичных отображений в случае односвязности заполненного множества Жюлиа.

Динамика некоторых рациональных отображений и параметрических семейств отображений на расширенной комплексной плоскости.

Динамика некоторых целых трансцендентных отображений и параметрических семейств отображений на комплексной плоскости.

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Раздел 1. Динамика вещественных отображений	лекция практическое	Классическая лекция, дискуссионные технологии, технология развития креативного мышления
Раздел 2. Комплексная динамика	лекция практическое	Классическая лекция, проблемная лекция, дискуссионные технологии, методы группового решения творческих задач.

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Исследовательские задания

1. Моделирование процесса удвоения бифуркаций одномерных отображений.
2. Моделирование связей пространства параметров и множеств Жюлиа для параметрических семейств голоморфных отображений.
3. Моделирование хаоса на множестве Жюлиа.
4. Моделирование внешних лучей нейтральных параболических точек голоморфных отображений.
5. Моделирование областей притяжения Метода Ньютона для голо-

морфных отображений.

6. Моделирование дисков Зигеля голоморфных отображений.
7. Моделирование колец Эрмана голоморфных отображений.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ПК-1

.Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
ПК-1 Способен использовать базовые знания в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Проведите моделирование дисков Зигеля и колец Эрмана голоморфных отображений.	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 7 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 6 баллов. Большое количество ошибок – 0 баллов.
	Исследуйте динамику отображений и структуру множеств Жюлиа и Фату квадратичного семейства в зависимости от значений параметра.	Правильное выполнение задания – 6 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 5 баллов. Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов.
	Исследуйте процесс удвоения бифуркаций одномерных отображений	Глубокие знания – 4 балла. Неуверенные знания – 2 – 3 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов

2. Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену

1. Аффинные отображения в n – мерном арифметическом пространстве и на комплексной плоскости.
2. Неподвижные точки отображений. Итерации отображений. Циклические точки и циклы.
3. Метрика Хаусдорфа. Сходимость последовательностей множеств в метрике Хаусдорфа. Графическое построение расстояния между множествами.
4. Системы итерированных отображений. Аттракторы.
5. Размерность Минковского и размерность Хаусдорфа. Размерность кривой Пеано.
6. Одномерные квадратичные отображения. Бифуркации удвоения периода.
7. Универсальность Фейнгенбаума. Порядок Шарковского. Переход к хаосу.
8. Последовательности итераций голоморфных функций. Множества Жюлиа и Фату для комплексных полиномов..
9. Множество Мандельброта для параметрического семейства квадратичных отображений.
10. Принцип Дирихле (с доказательством).
11. Динамика отображений и структура множеств Жюлиа и Фату квадратичного семейства в зависимости от значений параметра.
12. Заполненное множество Жюлиа. Динамика квадратичных отображений в случае односвязности заполненного множества Жюлиа.
13. Динамика рациональных отображений и параметрических семейств отображений на расширенной комплексной плоскости.
14. Динамика целых трансцендентных отображений и параметрических семейств отображений на комплексной плоскости.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

a) основная литература:

1. Амосов А. А. Вычислительные методы /А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. - Москва: Лань", 2014. - 672 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Предметный указатель: с. 655-666. - Библиогр.: с. 648-654 (27 назв.).

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42190

6) Дополнительная литература:

1. Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения: учебное пособие / В. В. Мазалов. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: ЛАНЬ, 2010. - 448 с.: . Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=76829
2. Колокольцов В.Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации / В. Н. Колокольцов, О. А. Малафеев. - Москва: Лань, 2012. - 622 с. : ил. - Библиогр.: с. 603-616. - Предм. указ.: с. 617-618.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3551

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

- Kaspersky Endpoint Security 10 (акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022)

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

1. Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО
2. ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО
3. OpenOffice Бесплатное ПО, лицензионное соглашение:
<https://wiki.openoffice.org/wiki/RU/license/lgpl>
4. Google Chrome бесплатное ПО
5. Яндекс Браузер бесплатное ПО
6. Octave Бесплатное ПО
7. MiKTeX Бесплатное ПО, лицензионное соглашение: <https://miktex.org/>

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

3. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com ;
4. ЭБС «ЮРАИТ» www.biblio-online.ru ;
5. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/> ;
6. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>;
7. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
8. ЭБС BOOk.ru [https://www.book.ru/](http://www.book.ru)
9. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
10. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp? ;
11. Репозитарий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

[https://exponenta.ru/](http://exponenta.ru/) сайт с математическими продуктами и приложениями.
<http://lib.mexmat.ru/>

VI. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий. Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Самостоятельная работа включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- работа с рекомендованной учебной литературой;
- выполнение домашних заданий;
- подготовка к зачёту, экзамену.

Подготовка к зачету/экзамену. При подготовке к зачету/экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций.

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Студенту, набравшему 50-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в экзаменационной ведомости и зачётной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Студенту, набравшему 55-60 баллов, при подведении итогов семестра

(на последнем занятии по дисциплине) в графе экзаменационной ведомости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается. Оценку «отлично» студент может получить только на экзамене.

Студент, набравший от 20 до 49 баллов включительно, сдаёт экзамен.

Студенту, набравшему меньше 20 баллов, в экзаменационной ведомости выставляется оценка «неудовлетворительно».

Ответ студента на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины (модуля) установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

VII. Материально-техническое обеспечение

Учебный процесс по данной дисциплине проводится в аудиториях, оснащенных мультимедийными средствами обучения. Для организации самостоятельной работы студентов необходимо наличие персональных компьютеров с доступом в Интернет.

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 314 (Корпус 3, 170002, Тверская	Набор учебной мебели, меловая доска, Мультимедийный комплект учебного класса (вариант № 2): Проектор Casio XJ-140 настенный проекц. экран Lumien 180*180, Ноутбук Dell N4050, сумка 15,6", мышь; Усилитель Roxton AA-120; Радиосистема Shure	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022

обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35)	PG288/PG58; Микшер Mackie 402 VLZ; Стационарный микрофон SOUNDKING EG002 с настольным держателем; Мультимедийный проектор Casio XJ-H2650 с потолоч. крепл. и моториз. экраном	
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 207 (Корпус 3, 170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35)	Набор учебной мебели, меловая доска, Переносной ноутбук, Интерактивная система Smart Board 660iv со встроенным проектором	Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.			