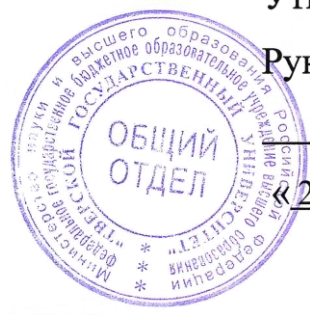


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 22.07.2024 16:05:27  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**



Утверждаю:  
Руководитель ООП  
*Б.Б.Педько*  
«21» мая 2024 г.

Рабочая программа дисциплины  
**МАТЕМАТИКА**  
**Аналитическая геометрия и линейная алгебра**

Закреплена за кафедрой: **Прикладной физики**  
Направление подготовки: **03.03.02 Физика**  
Направленность (профиль): **Медицинская физика**  
Квалификация: **Бакалавр**  
Форма обучения: **очная**  
Семестр: **1**

Программу составил(и):  
*канд. физ.-мат. наук, доц., Васильев Сергей Александрович*

Тверь, 2024

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели освоения дисциплины (модуля):

Целями освоения дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» являются формирование у студентов представлений об основных понятиях алгебры и аналитической геометрии, математики, а также применение этих понятий в различных физических, экономических и других задачах; знакомство с основным математическим аппаратом и развитие навыков его практического применения; развитие логического мышления; расширение взглядов на способы познания окружающего мира, включающие в себя математическое описание, анализ и прогноз; подготовка студентов к изучению других дисциплин, использующих математический аппарат.

### Задачи:

Задачами освоения дисциплины является:

- освоение студентами некоторых элементов следующих разделов: матрицы и определители, комплексные числа, системы линейных уравнений, прямые на плоскости и в пространстве, плоскости в пространстве, кривые и поверхности 2-го порядка, линейные пространства;
- получение студентами начального представления о применении математического аппарата к анализу физических процессов и явлений.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О.11Б1.О

### Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Математический анализ

**Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

Интегральные уравнения

Математический анализ

Дифференциальные уравнения

Теория вероятностей и математическая статистика

Векторный и тензорный анализ

Теория функций комплексного переменного

Программирование

Численные методы и математическое моделирование

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>Общая трудоемкость</b>	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
<b>в том числе:</b>	
аудиторные занятия	85
самостоятельная работа	12
часов на контроль	27

## 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1.2: Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

### 5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля в семестрах:	
экзамены	1

### 6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

### 7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занят.	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Источники	Примечание
	Раздел 1. 1. Системы линейных уравнений					
1.1	Системы линейных уравнений	Лек	1	4	Л1.1Л2.1	
1.2	Системы линейных уравнений	Пр	1	6	Л1.1Л2.1	
	Раздел 2. 2. Матрицы					
2.1	Матрицы	Лек	1	4	Л1.1Л2.1	
2.2	Матрицы	Пр	1	6	Л1.1Л2.1	
	Раздел 3. 3. Определители					
3.1	Определители	Лек	1	4	Л1.1Л2.1	
3.2	Определители	Пр	1	8	Л1.1Л2.1	
	Раздел 4. 4. Комплексные числа					
4.1	Комплексные числа	Пр	1	3	Л1.1Л2.1	
	Раздел 5. 5. Векторы					
5.1	Векторы	Лек	1	2	Л1.1Л2.1	
5.2	Векторы	Пр	1	4	Л1.1Л2.1	
	Раздел 6. 6. Прямая на плоскости					
6.1	Прямая на плоскости	Лек	1	4	Л1.1Л2.1	
6.2	Прямая на плоскости	Пр	1	6	Л1.1Л2.1	
	Раздел 7. 7. Плоскость в пространстве					
7.1	Плоскость в пространстве	Лек	1	4	Л1.1Л2.1	
7.2	Плоскость в пространстве	Пр	1	6	Л1.1Л2.1	

	Раздел 8. 8. Прямая в пространстве					
8.1	Прямая в пространстве	Лек	1	4	Л1.1Л2.1	
8.2	Прямая в пространстве	Пр	1	6	Л1.1Л2.1	
	Раздел 9. 9. Векторные пространства					
9.1	Векторные пространства	Лек	1	2	Л1.1Л2.1	
9.2	Векторные пространства	Пр	1	2	Л1.1Л2.1	
	Раздел 10. 10. Кривые 2-го порядка					
10.1	Кривые 2-го порядка	Лек	1	4	Л1.1Л2.1	
10.2	Кривые 2-го порядка	Пр	1	2	Л1.1Л2.1	
	Раздел 11. 11. Поверхности 2-го порядка					
11.1	Поверхности 2-го порядка	Лек	1	2	Л1.1Л2.1	
11.2	Поверхности 2-го порядка	Пр	1	2	Л1.1Л2.1	
	Раздел 12. Экзамен					
12.1	Экзамен	Экзамен	1	27	Л1.1Л2.1	
	Раздел 13. Самостоятельная работа					
13.1	Самостоятельная работа	Ср	1	12	Л1.1Л2.1	

### Список образовательных технологий

1	Информационные (цифровые) технологии
2	Технологии развития критического мышления
3	Активное слушание

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

См. Приложение 1

### 8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

См. Приложение 1

### 8.3. Требования к рейтинг-контролю

Изучение курса заканчивается Экзаменом.

1. На первый модуль отводится 30 баллов, которые выставляются в соответствии с результатом контрольной.

На второй модуль отводится 30 баллов, которые выставляются в соответствии с результатом контрольной.

2. Экзамен проводится в день, определенный деканатом в рамках расписания учебного процесса.

На экзамене студент получает билет с двумя теоретическими вопросами, по каждому из которых он может получить до 20 баллов (суммарно за экзамен до 40 баллов).

3. Студенты, набравшие в течение семестра 40 баллов, могут по своему желанию получить оценку «удовлетворительно» без сдачи экзамена.

4. Итоговая оценка выставляется по сумме набранных баллов за семестр и экзамен в соответствии с "Положением о рейтинговой системе обучения в ТвГУ".

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 9.1. Рекомендуемая литература

#### 9.1.1. Основная литература

Шифр	Литература
Л1.1	Плотникова, Иванов, Логинова, Морозова, Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-01179-1, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/536533">https://urait.ru/bcode/536533</a>

#### 9.1.2. Дополнительная литература

Шифр	Литература
Л2.1	Потапов, Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Москва: Юрайт, 2021, ISBN: 978-5-534-01232-3, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/469794">https://urait.ru/bcode/469794</a>

#### 9.3.1 Перечень программного обеспечения

1	Adobe Acrobat Reader
2	Google Chrome
3	WinDjView

#### 9.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	Репозиторий ТвГУ
2	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы)
3	ЭБС ТвГУ
4	ЭБС «Лань»
5	ЭБС «ZNANIUM.COM»
6	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
7	ЭБС «ЮРАИТ»

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Аудит-я	Оборудование
3-2026	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, переносной мультимедийный проектор, экран
3-218	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-226	комплект учебной мебели, Микшерный пульт, Аудиокомплект, Интерактивная система, проектор, Телекоммуникационные шкафы, экран, компьютер
3-228	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-227	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран
3-28	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран настенный

**11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Вопросы к экзамену:

1. Метод Гаусса (метод исключения неизвестных). Все случаи. Общее решение системы. Частное решение. Примеры.
  2. Системы линейных однородных уравнений. Нулевое решение (тривиальное решение). Линейная комбинация однородных решений и их свойства. Теорема 1. Доказательство.
  3. Фундаментальная система решений. Теорема 2. Пример.
  4. Теорема 3. Доказательство.
  5. Определение вектора. Основные отношения на множестве векторов.
  6. Линейные операции на множестве векторов. Критерий коллинеарности векторов.
- Правило треугольника. Правило параллелограмма.
7. Свойства линейных операций над векторами.
  8. Понятие линейного пространства. Определение и примеры.
  9. Теорема (линейное пространство). Доказательство.
  10. Подпространства линейных пространств. Определение. Теорема (критерий подпространства).
  11. Примеры линейных подпространств.
  12. Понятие линейной зависимости и независимости. Определение. Теорема (необходимое и достаточное условие линейной зависимости). Доказательство. Примеры линейно зависимых и независимых векторов.
  13. Базис. Определение. Теорема (без док-ва). Размерность линейного пространства.
- Примеры базисов.
14. Теорема о базисе. Доказательство. Замечание.
  15. Координаты вектора. Примеры координат вектора. Ось. Векторная и ортогональная проекции.
  16. Теорема о декартовом прямоугольном базисе. Доказательство.
  17. Теорема о координатах суммы векторов и произведения вектора на число в заданном базисе. Доказательство.
  18. Теорема (критерий коллинеарности свободных векторов). Доказательство.
  19. Теорема (о координатах вектора в разных базисах линейного пространства).
- Матрица перехода.
20. Простейшие задачи векторной алгебры.
  21. Нелинейные операции на множестве векторов. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Доказательства.
  22. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения векторов. Доказательства.

23. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов. Доказательства.
24. Линейные операторы. Определение. Примеры линейных операторов.
25. Линейные операторы конечномерных пространств. Примеры матриц линейных операторов.
26. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
27. Диагонализуемость линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы.
28. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного пространства. Пример. Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется?
29. В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?
30. Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
31. Как осуществляются линейные операции над матрицами?
32. Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц.
33. Какова схема нахождения обратной матрицы?
34. Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
35. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
36. Что называется рангом матрицы? Как он находится?
37. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
38. При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
39. Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
40. Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
41. Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
42. Как строится фундаментальная система решений?
43. Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций?
44. Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми?
45. Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве?
46. Какой базис называют декартовым?
47. Что такое координаты вектора?
48. Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
49. Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
50. Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
51. Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.
52. Прямая линия на плоскости, ее общее уравнение
53. Дайте понятие нормального и направляющего векторов прямой на плоскости, углового коэффициента.
54. Запишите различные виды прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения.
55. Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости в случае различных видов уравнений прямых.
56. Как найти точку пересечения прямых на плоскости?
57. Как вычисляется расстояние от точки до прямой на плоскости?
58. Дайте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение.

59. Дайте определение гиперболы и запишите её каноническое уравнение
60. Дайте определение параболы и запишите её каноническое уравнение
61. Изложите схему приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
62. Дайте понятие полярной системы координат.
63. Опишите параметрический способ построения линий на плоскости
64. Плоскость, её общее уравнение
65. Как определяется взаимное расположение плоскостей? Запишите условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
66. Как вычисляется расстояние от точки до плоскости?
67. Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве и поясните смысл параметров, входящих в уравнения.
68. Изложите схему приведения общих уравнений прямой к каноническому виду.
69. Как определить взаимное расположение прямых в пространстве?
70. Как вычисляется расстояние от точки до прямой в пространстве?
71. Как определить взаимное расположение прямой и плоскости?
72. Как ищется точка пересечения прямой и плоскости?
73. Назовите поверхности второго порядка и напишите их канонические уравнения.



## Приложение 1.

### Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

**Форма проведения экзамена:** студенты, освоившие программу курса «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» могут получить оценку по итогам семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положению о рейтинговой системе обучения ТвГУ» (протокол №8 от 30 апреля 2020 г.).

Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то экзамен сдается согласно «Положению о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) обучающихся по программам высшего образования ТвГУ» (протокол №11 от 28 апреля 2021 г.)

#### Для проведения текущей и промежуточной аттестации:

**Задание:** Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2y + 3z = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

**Способ аттестации:** проверка решения.

**Критерии оценки:** матрица приведена к диагональному виду, найдено решение со свободной переменной – 3 балла

матрица приведена к диагональному виду, найдено только тривиальное решение – 2 балла

матрица не приведена к диагональному виду, найдено только тривиальное решение – 1 балл

**Задание:** определить тип уравнения кривой второго порядка

$$2x^2 + 10xy + 12y^2 - 7x + 18y - 15 = 0$$

**Способ аттестации:** проверка решения.

**Критерии оценки:** правильно построена матрица квадратичной формы, правильно найдены собственные значения матрицы, правильно определен тип уравнения – 4 балла

правильно построена матрица квадратичной формы, правильно найдены собственные значения матрицы, неправильно определен тип уравнения – 2 балла

правильно построена матрица квадратичной формы, неправильно найдены собственные значения матрицы, неправильно определен тип уравнения – 1 балл