

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 13.11.2024 12:27:50
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Рабочая программа дисциплины (модуля) (с аннотацией)

Линейная алгебра

Специальность

38.05.01 ЭКОНОМИЧЕСКАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

Специализация

«Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности»

Для студентов 1 курса очной формы обучения

Составители: Васильев А.А., к.т.н., доцент
ст. преподаватель Васильева Е.В.

Тверь, 2024

I. Аннотация

1. Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

Линейная алгебра

2. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины «Линейная алгебра» является формирование у обучающихся компетенций в области аналитической, научно-исследовательской и расчетно-экономической деятельности в части:

- применения математического аппарата для решения профессиональных задач выпускника;
- анализа данных, необходимых для решения конкретных экономических задач и подготовки аналитических отчетов;
- проведения расчетов экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующего субъекта.

Задачами освоения дисциплины являются формирование у обучающихся знаний, умений и навыков в области алгебраических методов, используемых для исследования, анализа и решения теоретических и практических проблем экономики и экономической безопасности.

3. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Линейная алгебра» является дисциплиной базовой части учебного плана специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность» специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности». Учебный курс базируется на знаниях курса алгебры и начал математического анализа средней школы.

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» дает обучающимся знания и умения для более качественного освоения следующих дисциплин: «Финансовая математика», «Интеллектуальный анализ данных в экономической безопасности», «Моделирование рисков ситуаций при обеспечении экономической безопасности» и др.

4. Объем дисциплины:

3 зачетных единицы, 108 академических часов, в том числе контактная работа: лекции – 18 час, практические занятия – 36 час, самостоятельная работа – 18 час, контроль – 36 час.

5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 - Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	Первый Владеть: - способами идентификации и применения математического инструментария при решении экономических задач;

	<ul style="list-style-type: none"> - применения экономико-математических моделей в обеспечении экономической безопасности
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельно решать экономические задачи, применяя математический инструментарий; - выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - базовые понятия, формулировки утверждений, методы их доказательства из различных разделов математики; - возможные сферы их приложения, в том числе для решения экономических задач; - основы логического мышления, анализа, систематизации, обобщения; - математические методы обработки экспериментальных данных; - виды экономико-математических моделей и особенностей их применения; - методы анализа и инструментарий статистической обработки экономической информации

6. Форма промежуточной аттестации:

для очной формы обучения: 1-й семестр – экзамен

7. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

1. Для студентов очной формы обучения

Первый семестр

Учебная программа –наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа (час.)
		Лекции	Практические работы	
Тема 1. Системы векторов. N-мерное линейное векторное пространство	4	2	2	-
Тема 2. Матрицы. Действия над матрицами	8	2	4	2
Тема 3. Определители. Свойства определителей	8	2	4	2
Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений	10	2	6	2
Тема 5. Основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	8	2	2	4
Тема 6. Основные понятия линейного программирования	8	2	4	2
Тема 7. Графический метод решения задач линейного программирования	8	2	4	2
Тема 8. Экономический смысл двойственных задач и их решений	8	2	4	2
Тема 9. Математические модели экономических задач и их решение в MS Excel	10	2	6	2
Контроль	36			
ИТОГО	108	18	36	18

Учебная программа

Тема 1. Системы векторов. N-мерное линейное векторное пространство

Понятие n -мерного вектора. Линейные операции над n -мерными векторами. Понятие N -мерного линейного векторного пространства. Скалярное произведение и длина n -мерных векторов. Угол между n -мерными векторами.

Понятие евклидова пространства. Разложение вектора по системе векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Базисы системы векторов. Ранг системы векторов. Базис и размерность n -мерного пространства. Ортогональные системы векторов. Переход к новому базису.

Тема 2. Матрицы. Действия над матрицами

Понятие матрицы. Виды матриц (матрица-строка, матрица-столбец, квадратная, диагональная, единичная, нулевая, верхняя треугольная, нижняя треугольная).

Действия над матрицами (умножение матрицы на число, сложение матриц, вычитание матриц, умножение матриц, возведение в степень, транспонирование матрицы, обращение матрицы) и их свойства.

Тема 3. Определители. Свойства определителей

Понятие определителя квадратной матрицы. Определители матриц первого, второго и третьего порядков. Правило треугольников вычисления определителя третьего порядка. Понятия минора и алгебраического дополнения элемента матрицы.

Понятие определителя матрицы n -о порядка. Теорема Лапласа о вычислении определителей любого порядка. Свойства определителей. Применение определителей для нахождения обратных матриц. Понятие ранга матрицы. Нахождение ранга матрицы методом окаймления миноров.

Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений

Понятие системы m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными и ее решения. Система n линейных уравнений с n переменными и ее решение с использованием обратной матрицы. Совместные и несовместные системы линейных уравнений. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений.

Понятие равносильных систем. Понятия матрицы системы и расширенной матрицы системы линейных уравнений. Эквивалентные преобразования расширенной матрицы.

Решение системы n линейных уравнений с n переменными методом Крамера. Решение системы m линейных уравнений с n переменными методом Гаусса. Решение системы m линейных уравнений с n переменными методом Жордана-Гаусса. Теоремы о разрешимости системы m линейных уравнений с n переменными. Система линейных однородных уравнений и фундаментальная система ее решений.

Постановка задачи межотраслевого баланса. Линейная модель международной торговли.

Тема 5. Основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве

Понятие аналитической геометрии. Системы координат на плоскости (система координат, прямоугольная система координат, координаты точки, метод координат, полярная система координат).

Прямая линия на плоскости: способы задания (уравнение прямой с угловым коэффициентом; общее уравнение прямой; уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении; уравнение прямой, проходящей через две точки; уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору); угол между двумя прямыми; условия параллельности и перпендикулярности двух прямых; расстояние от точки до прямой.

Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, гипербола, парабола; их свойства и канонические уравнения. Общее уравнение линий второго порядка на плоскости.

Основные понятия аналитической геометрии в пространстве: уравнение поверхности в прямоугольной системе координат, текущие координаты точки поверхности, уравнения линии в пространстве, векторное уравнение линии в пространстве.

Плоскость в пространстве: способы задания (уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящий через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках; нормальное уравнение плоскости); условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей; расстояние от точки до плоскости.

Прямая в пространстве: способы задания (векторное уравнение прямой; параметрические уравнения прямой; классические уравнения прямой; уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки); условия параллельности и перпендикулярности прямых; условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости; условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Тема 6. Основные понятия линейного программирования

Определение линейного программирования. Математическая модель задачи линейного программирования (ЗЛП). Понятия целевой функции, системы ограничений, допустимого решения, оптимального решения ЗЛП.

Понятие выпуклого множества. Теорема о пересечении выпуклых множеств. Понятие выпуклого многогранника. Теорема о выпуклости множества допустимых решений ЗЛП. Основная теорема линейного программирования (теорема о соотношении оптимального решения ЗЛП и угловых точек множества допустимых решений ЗЛП).

Тема 7. Графический метод решения задач линейного программирования

Стандартная форма задачи линейного программирования с двумя переменными. Теоремы о множестве решений линейного неравенства, совместной системы линейных неравенств. Понятие области допустимых решений ЗЛП при $n=2$.

Правила построения многоугольника решений (области допустимых решений) ЗЛП (при $n=2$). Виды многоугольника решений. Геометрическая интерпретация замкнутого многоугольника решений, неограниченной многоугольной области решений, пустого множества решений (при $n=2$).

Понятие линии уровня и вектора нормали целевой функции (при $n=2$). Правила их построения. Нахождение оптимального решения ЗЛП графическим методом с помощью вектора нормали и линии уровня целевой функции (при $n=2$).

Геометрическая интерпретация единственного оптимального решения, множества оптимальных решений, отсутствия оптимальных решений при графическом методе решения ЗЛП. Алгоритм графического метода решения задачи линейного программирования.

Тема 8. Экономический смысл двойственных задач и их решений

Понятие допустимого базисного решения (ДБР). Теорема о соответствии ДБР и угловых точек многогранника решений. Геометрический смысл симплекс-метода решения ЗЛП. Суть алгоритма симплекс-метода решения ЗЛП.

Понятие пары двойственных задач. Виды пар двойственных задач. Правила построения двойственных задач линейного программирования. Математические модели симметричных и асимметричных двойственных задач.

Экономическая интерпретация переменных двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства). Экономическая интерпретация двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства). Теоремы двойственности и их экономический смысл. Свойства двойственных оценок и их экономический смысл. Понятие устойчивости оптимального решения ЗЛП.

Тема 9. Математические модели экономических задач и их решение в MS Excel

Математическая модель задачи оптимального планирования производства продукции. Математическая модель задачи о составлении рациона. Математическая модель транспортной задачи как специальной задачи линейного программирования. Математическая модель задачи о назначениях.

Построение в MS Excel компьютерной модели задачи по ее математической модели. Решение задачи с помощью инструмента Поиск решения в MS Excel. Формулировка и анализ полученных результатов в контексте условий исходной текстовой экономической задачи. Оценка устойчивости оптимального решения при изменении исходных данных.

III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

- методические указания по проведению практических занятий;
- методические рекомендации по организации самостоятельной работы;
- требования к рейтинг-контролю;
- примерные задания к текущей аттестации;
- вопросы к промежуточной аттестации.

IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Сформирован на основе карты компетенций, в соответствии с которой в рамках данной дисциплины формируется первый уровень компетенций.

1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
ОПК-1 - Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач		
Первый Владеть:	Задание 1	<ul style="list-style-type: none"> • Ответ полностью соответствует условиям задания и обоснован – 5 баллов.

<p>способами идентификации и применения математического инструментария при решении экономических задач; применения экономико-математических моделей в обеспечении экономической безопасности</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Ответ в целом соответствует условиям задания, но отдельные аспекты не обоснованы – 4 балла. • Ответ частично соответствует условиям задания, отдельные аспекты не обоснованы или имеются несущественные ошибки – 3 балла. • Ответ не соответствует условиям задания, отдельные аспекты не обоснованы или имеются существенные ошибки – 0 баллов.
<p>Уметь: самостоятельно решать экономические задачи, применяя математический инструментарий; выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.</p>	<p>Задание 2</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ответ полностью соответствует условиям задания и обоснован – 5 баллов. • Ответ в целом соответствует условиям задания, но отдельные аспекты не обоснованы – 4 балла. • Ответ частично соответствует условиям задания, отдельные аспекты не обоснованы или имеются несущественные ошибки – 3 балла. • Ответ не соответствует условиям задания, отдельные аспекты не обоснованы или имеются существенные ошибки – 0 баллов
<p>Знать: базовые понятия, формулировки утверждений, методы их доказательства из различных разделов математики; возможные сферы их приложения, в том числе для решения экономических задач; основы логического мышления, анализа, систематизации,</p>	<p>Задание 3 - устный ответ</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ответ полностью соответствует условиям задания и обоснован – 5 баллов. • Ответ в целом соответствует условиям задания, но отдельные аспекты не обоснованы – 4 балла. • Ответ частично соответствует условиям задания, отдельные аспекты не обоснованы или имеются несущественные ошибки – 3 балла.

<p>обобщения; математические методы обработки экспериментальных данных; виды экономико-математических моделей и особенностей их применения; методы анализа и инструментарий статистической обработки экономической информации</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Ответ не соответствует условиям задания, отдельные аспекты не обоснованы или имеются существенные ошибки – 0 баллов
---	--	---

Задание 1

1.1 Построить математическую модель текстовой экономической задачи в виде системы линейных алгебраических уравнений. Дать описание переменных и уравнений. Исследовать на разрешимость и решить систему уравнений методом Гаусса. Представить толкование результатов в контексте исходных условий задачи: «Предприятие располагает ресурсами двух видов в объемах 120 ед. и 80 ед. соответственно. Эти ресурсы используются для выпуска продукции А и В, причем расход на изготовление единицы продукции вида А составляет 2 ед. ресурса первого вида и 2 ед. ресурса второго вида, продукции вида В- 3 ед. ресурса первого вида и 1 ед. ресурса второго вида. Найти план выпуска продукции А и В, при котором запасы ресурсов расходуются полностью без остатков, если такой план существует».

1.2 Даны матрицы $A_{m \times n}$, $B_{m \times n}$, $C_{m \times n}$ выручки фирмы за январь, февраль, март соответственно, где m – число товарных позиций, n – количество магазинов. Найти суммарную выручку за 1 квартал и проанализировать динамику показателя за три месяца по каждой товарной позиции и каждому магазину. Рассчитать процент роста/снижения выручки в марте относительно выручки за январь для каждого магазина.

$$A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

1.3 Предприятие планирует завершить производство изделий трех моделей (I, II, III). Для их изготовления используются ресурсы А, В, С, запасы которых в объемах 2700, 900, 1600 единиц соответственно требуется израсходовать полностью. Расход ресурсов на одно изделие каждой модели указан в таблице.

Ресурс	Расход ресурса на одно изделие, ед.		
	I	II	III

А	5	3	4
В	2	1	1
С	3	2	2

Определить объемы выпуска изделий I, II, III, при которых запасы ресурсов расходуются полностью без остатков

План решения:

1. Построить математическую модель текстовой экономической задачи в виде системы линейных алгебраических уравнений. Дать смысловое описание переменных и уравнений.
2. Исследовать на разрешимость систему линейных уравнений (несовместная, определенная, неопределенная).
3. Решить систему уравнений методом Жордана-Гаусса. Представить ответ с толкованием результатов в контексте исходных условий задачи.

Задание 2

2.1 Построить математическую модель задачи линейного программирования, решить ее графическим методом, представить описание оптимального решения.

При производстве деталей А и В их обработка выполняется на трех станках. Каждая деталь должна последовательно обрабатываться на каждом из станков. Прибыль от реализации детали А – 100 ден.ед., детали В – 160 ден.ед. Маркетинговый отдел представил данные по спросу: спрос на деталь А не менее 300 шт., на деталь В – не более 200 шт. Данные о нормах времени обработки одной детали каждого вида и ограничениях времени работы каждого станка приведены в таблице.

Станок	Норма времени на обработку одной детали, ч		Время работы станка, ч
	А	В	
1	0,2	0,1	100
2	0,2	0,5	180
3	0,1	0,2	100

Найти объёмы производства деталей А и В, реализация которых обеспечит максимальную прибыль предприятию.

Проверить полученный оптимальный план производства, решив задачу с помощью инструмента *Поиск решения* в MS Excel.

2.2. Требуется доставить однородный товар с трех торговых баз В1, В2 и В3 четырем заказчикам А1, А2, А3 и А4. Потребности заказчиков и запасы товара на базах, а также стоимости перевозок единицы груза от каждой базы каждому заказчику указаны в таблице. Составить оптимальный план перевозок груза, при котором суммарные транспортные расходы минимальны.

Базы	Заказчики			
	А1	А2	А3	А4
	Потребности			
	300	380	450	370

	Запасы				
B1	560	3	10	11	15
B2	420	22	11	4	2
B3	420	8	1	7	15

План решения:

1. Построить математическую модель транспортной задачи. Дать смысловое описание переменных, целевой функции, ограничений.
2. Найти начальный план перевозок методом минимальной стоимости или методом северо-западного угла. Рассчитать стоимость перевозок.
3. Построить компьютерную модель транспортной задачи в MS Excel.
4. Найти оптимальный план перевозок с помощью инструмента *Поиск решения* в MS Excel. Описать результат решения транспортной задачи в контексте исходных условий задачи.

Задание 3

Ответьте на вопросы:

1. Теорема Лапласа о вычислении определителей любого порядка.
2. Понятие равносильных систем линейных уравнений. Эквивалентные преобразования расширенной матрицы системы.
3. Нахождение оптимального решения ЗЛП графическим методом с помощью вектора нормали и линии уровня целевой функции.
4. Экономический смысл двойственных оценок в оптимальном решении двойственной задачи линейного программирования.
5. Какие математические методы применяются для обработки экспериментальных данных?
6. Какие виды экономико-математических моделей Вы знаете. В каких ситуациях их применяют?
7. Перечислите методы анализа и инструментарий статистической обработки экономической информации?
8. Назовите базовые понятия из различных разделов математики, применяемых для решения экономических задач.
9. Что понимается под логическим мышлением?
10. Какие методы анализа, систематизации и обобщения данных применяются для решения экономических задач?

V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература:

1. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. —

- 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/541971> (дата обращения: 16.04.2024).
2. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536498> (дата обращения: 16.04.2024).
 3. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнеv ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 334 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535255> (дата обращения: 16.04.2024).

б) Дополнительная литература:

1. Горлач, Б.А. Исследование операций: учебное пособие / Б.А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/4865> (дата обращения: 06.02.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Донкова, И.А. Исследование операций и методы оптимизации: учебное пособие: [16+] / И.А. Донкова ; Тюменский государственный университет. — Тюмень: Тюменский государственный университет, 2017. — 196 с.: ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=572102> (дата обращения: 06.02.2020). — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-400-01220-4. — Текст: электронный.
3. Каштанов, В. А. Исследование операций (линейное программирование и стохастические модели) : учебник / В.А. Каштанов, О.Б. Зайцева. — Москва: КУРС, 2017. - 256 с. - ISBN 978-5-906818-78-2. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniy.com/catalog/product/1017099> (дата обращения: 06.02.2020)
4. Кряквин, В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях: учебное пособие / В.Д. Кряквин. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-2090-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/72583> (дата обращения: 06.02.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Трухан, А.А. Линейная алгебра и линейное программирование: учебное пособие / А.А. Трухан, В.Г. Ковтуненко. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 316 с. — ISBN 978-5-8114-2744-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99214> (дата обращения: 06.02.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Ржевский, С. В. Высшая математика I: линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. —

- 211 с. - ISBN 978-5-16-108269-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1065260>
7. Васильев А.А. Математика: общие понятия и классификации основных разделов прикладной математики, изучаемых студентами экономических специальностей: учебно-справ. пособие. – Тверь: ТвГУ, 2006. – 104 с. - То же [Электронный ресурс]. - URL: http://eco.tversu.ru/Doc/matem_obsh_pon_2006.pdf.
 8. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 400 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=504735> .
 9. Кундышева, Е. С. Математические методы и модели в экономике : учебник для бакалавров / Е. С. Кундышева ; под ред. Б. А. Суслакова. - Москва : Дашков и К, 2017. - 286 с. - ISBN 978-5-394-02488-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/936008>.
 10. Курс высшей математики для экономистов: Учебник / Рудык Б.М., Бобрик Г.И., Гринцевичюс Р.К; Под ред. Р.В.Сагитова - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 647 с. ISBN 978-5-16-011091-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/512518>.
 11. Шевцов Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=438021>.
 12. Бортаковский А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=494895>.
 13. Кряквин, В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2016. — 592 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=72583 (Лань).
 14. Кузнецов, Б.Т. Математика: учебник / Б.Т. Кузнецов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Юнити-Дана, 2015. - 719 с.: ил., табл., граф. - (Высшее профессиональное образование: Экономика и управление). - Библиогр. в кн. - ISBN 5-238-00754-X; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114717>.
 15. Васильев А.А. Теория вероятностей, математическая статистика, экономико-математические методы и экономико-математические модели: учебное пособие. – Тверь: ТвГУ, 2008. – 119 с. - То же [Электронный ресурс]. - URL: http://eco.tversu.ru/Doc/teor_ver_2008.pdf.

Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

Студенческий пер., д. 12, корпус «Б», аудитория 338

Список ПО:	Условия предоставления
Adobe Reader XI (11.0.13) - Russian	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
OpenOffice 4.1.1	бесплатно
Qt 5.6.0	бесплатно

WinDjView 2.0.2	бесплатно
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

Студенческий пер., д. 12, корпус «Б», аудитория 245

Список ПО:	Условия предоставления
1С:Предприятие 8 (8.3.7.1873)	Акт приема-передачи №Тр034562 от 15.12.2009
Adobe Reader XI (11.0.13) – Russian	бесплатно
Dropbox	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
WinDjView 2.0.2	бесплатно
СПС ГАРАНТ аэро	договор №5/2018 от 31.01.2018
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

- Adobe Reader XI
- Debut Video Capture
- 7-Zip
- iTALC
- Google Chrome
- и др.

Перечень программного обеспечения в обязательном порядке согласовывается с сотрудниками Областного центра новых информационных технологий (ОЦНИТ).

VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС Лань <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС Znanium.com <https://znanium.com/>
3. ЭБС Университетская библиотека online <https://biblioclub.ru>
4. ЭБС ЮРАЙТ <https://urait.ru/>
5. ЭБС IPR SMART <https://www.iprbookshop.ru/>
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы): https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp
7. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. База данных «Обзор банковского сектора» - информационно-аналитические материалы Центрального банка Российской Федерации - <https://www.cbr.ru>

2. База данных «Открытые данные» - информационно- аналитический раздел официального сайта Министерства финансов РФ - <https://minfin.gov.ru/ru/opendata/>
3. База статистических данных Росстата - <https://rosstat.gov.ru/statistic>
4. База данных НП «Международное Исследовательское Агентство «Евразийский Монитор» - <http://eurasiamonitor.org/issliedovaniia>
5. База данных Федеральной налоговой службы «Статистика и аналитика» - https://www.nalog.ru/rn39/related_activities/statistics_and_analytics/
6. Справочная система Главбух – Свободный доступ on-line: <http://www.1gl.ru>
7. Единый портал бюджетной системы Российской Федерации - <https://budget.gov.ru/>
8. База данных «Бюджет» Минфина России - <https://minfin.gov.ru/ru/perfomance/budget/>
9. База статистических данных Минфина России - <https://minfin.gov.ru/ru/statistics/>
10. МУЛЬТИСТАТ – многофункциональный статистический портал http://www.multistat.ru/?menu_id=1
11. Федеральный образовательный портал «Экономика Социология Менеджмент» - <http://ecsocman.hse.ru>
12. База данных «Финансовая математика – Библиотека управления» - Корпоративный менеджмент - <https://www.cfin.ru/finanalysis/math/>
13. Единый федеральный реестр сведений о банкротстве (ЕФРСБ) - <https://bankrot.fedresurs.ru/>
14. Информационная система для методической поддержки, сбора лучших практик регулирования, дистанционного обучения специалистов в области оценки регулирующего воздействия на федеральном и региональном уровне (ИС МПДО) - orv.gov.ru
15. База документов Минэкономразвития РФ - <https://www.economy.gov.ru/material/dokumenty/>

VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по проведению практических занятий

Цель практических занятий – углубление и закрепление теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплин учебного плана.

На практическом занятии преподаватель излагает материал согласно сформированным темам, выбирает форму его проведения, обучающиеся получают задание от преподавателя, выполняют его. Преподаватель проводит проверку правильности его выполнения. Следует отметить, что студенты должны быть готовы ответить на вопросы преподавателя или студентов, которые связаны с темой задания.

Перед проведением практического занятия должен быть подготовлен необходимый материал или выбран объект, которым обучающиеся будут оперировать, используя полученную теоретическую базу.

Практические занятия по курсу дисциплины помогут обучающимся приобрести навыки применения полученных знаний в практической деятельности, а также навыки выработки своих собственных суждений и осуществления определенных конкретных действий.

В случае необходимости обучающийся может получить консультацию по выполнению задания у преподавателя или в порядке взаимного консультирования студентов. После окончания выполнения задания студент должен довести полученный результат до преподавателя, при необходимости оформить его в установленном порядке, и получить оценку в рамках рейтинговой системы оценки знаний. В случае, если выполнение задания вызвало определенные затруднения, и не было выполнено в аудиторное время, студент имеет право получить разрешение у преподавателя на его доработку в домашних условиях.

Задача - закрепить полученные теоретические знания по теме и получить практические навыки в их применении путем рассмотрения примеров решения задач по изучаемой теме, рассмотренных в используемых учебных пособиях.

Содержание практических занятий (ПЗ)

№ п/п	Содержание ПЗ	Формы текущего контроля
1	Тема 1. Системы векторов. N-мерное линейное векторное пространство	О З
2	Тема 2. Матрицы. Действия над матрицами	О З
3	Тема 3. Определители. Свойства определителей	О З КР
4	Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений	О З КР К
5	Тема 5. Основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	О З
6	Тема 6. Основные понятия линейного программирования	О З
7	Тема 7. Графический метод решения задач линейного программирования	О З КР
8	Тема 8. Экономический смысл двойственных задач и их решений	О З КР
9	Тема 9. Математические модели экономических задач и их решение в MS Excel	О З ЗИЗ К

*формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (КР), коллоквиум (К), эссе (Э), реферат (Р), диспут (Д), решение задачи (З), защита индивидуального задания (ЗИЗ), защита проекта (ЗП) и др.

Методические указания по организации самостоятельной работы

Виды самостоятельной работы обучающихся:

1/ работа обучающихся, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия вне аудиторных занятий;

2/ индивидуальная и коллективная деятельность, направленная на усвоение теоретического материала, формирование и развитие различных умений и навыков в рамках учебных занятий и вне расписания;

3/ деятельность обучающихся, разделяющаяся на обязательную (подготовка к учебным занятиям) и дополнительную (самообразование), которая организуется в соответствии с их личными запросами и интересами, не контролируется и не направляется извне.

Характер самостоятельной работы студентов:

1/ репродуктивный – самостоятельное прочтение, конспектирование учебной литературы и др.;

2/ познавательно-поисковый – подготовка презентаций, выступлений, выполнение различных видов работ в рамках учебного плана;

3/ творческий – подготовка эссе, выполнение творческих заданий, подготовка выпускной квалификационной работы и др.

Методика расчета трудозатрат студентов по выполнению самостоятельной работы обучающихся

Форма выполнения задания	Трудозатраты в расчете час/лист А4		
	Уровень сложности задания		
	1	2	3
Конспект	0,2	0,3	0,4
Аналитический реферат, доклад	1	1,5	2
Разработка презентации	1	2	4
Эссе, решение проблемных ситуаций	1	1,5	2
Разработка проекта	2	2	4
Составление кроссворда	2	2	4

Методические рекомендации по самостоятельной работе при изучении теоретических вопросов

– Ознакомиться с изучаемыми в теме вопросами по “Учебной программе дисциплины”.

– Изучить теоретические вопросы изучаемой темы (определения, понятия, теоремы, формульные соотношений) по полученным учебным пособиям.

– При возникновении трудностей в изучении каких-либо вопросов целесообразно попытаться уяснить их, воспользовавшись другим рекомендованным учебным пособием. Если изучение непонятого материала по другому учебному пособию не привело к его усвоению, то следует обратиться за консультацией к преподавателю данной дисциплины.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов (СРС)

Темы	Формы контроля
Тема 1	Конспектирование, решение заданий
Тема 2	Конспектирование, решение заданий
Тема 3	Конспектирование, решение заданий
Тема 4	Конспектирование, решение заданий
Тема 5	Конспектирование, решение заданий
Тема 6	Конспектирование, решение заданий
Тема 7	Конспектирование, решение заданий
Тема 8	Конспектирование, решение заданий

Организуя свою работу по освоению дисциплины, обучающиеся должны:

– использовать рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению дисциплины, по практическому применению изученного материала, по выполнению заданий в ходе текущего и промежуточного контроля, по использованию информационных технологий и др.;

– ознакомиться с методическими указаниями по дисциплине, перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой;

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

1. Работа с источниками, указанными в разделе основной и дополнительной литературы. В ходе изучения дисциплины обучающимся необходимо использовать: материалы, представленные преподавателем в ходе аудиторных занятий; законодательные и нормативно-правовые акты, регулирующие деятельность экономических агентов в исследуемой сфере; источники, указанные в разделе основной и дополнительной литературы и др.

2. Самостоятельное изучение тем дисциплины. В ходе самостоятельного изучения материала обучающиеся могут оформлять конспекты по изучаемой теме, которые повышают качество освоения материала, а также подготовиться к проведению промежуточной аттестации. Для наглядности и удобства запоминания материала рекомендуется активно использовать при конспектировании рисунки, схемы и таблицы.

3. Подготовка к занятиям. В ходе подготовки к занятиям обучающиеся должны следовать методическим рекомендациям преподавателя, учитывая что часть вопросов выносятся на обсуждение на занятиях. Одной из основных форм текущего контроля подготовки обучающихся к занятиям является устный ответ, доклад, презентация, контрольное тестирование, выполнение ситуационных заданий и др.

4. Подготовка к промежуточной аттестации. При подготовке к промежуточной аттестации обучающиеся должны опираться на учебный материал, полученный в ходе занятий, а также на процесс самостоятельного изучения дисциплины. В ходе промежуточной аттестации оценивается степень сформированности компетенций, указанных в рабочей программе по дисциплине. При этом учитываются результаты самостоятельной работы и результаты текущего контроля.

Требования к рейтинг-контролю обучения в ТвГУ

1. Рейтинг-контроль по дисциплине осуществляется в соответствии с “Положением о рейтинговой системе обучения студентов ТвГУ”.

2. К формам проведения рейтинг-контроля по данной дисциплине относятся:

а) оценка текущей работы студентов на практических и лабораторных занятиях в рамках текущей аттестации (письменные ответы на вопросы и работа на практических и лабораторных занятиях);

б) оценка за выполнение студентом учебного задания при рейтинговом контроле успеваемости в рамках текущей аттестации (письменная контрольная работа);

в) промежуточная аттестация (экзамен).

3. Текущая аттестация осуществляется на практических и лабораторных занятиях. Преподаватель информирует учебную группу о сроке проведения письменной контрольной работы в рамках рейтингового контроля по завершении модуля и о выносимых на нее вопросах и задачах не менее чем за 1 неделю до проведения. Промежуточная аттестация осуществляется на экзамене в период экзаменационной сессии. Преподаватель информирует студентов о выносимых на экзамен вопросах и задачах не менее чем за месяц до проведения экзамена.

4. Качество усвоения студентами дисциплины в целом (по результатам текущего, рубежного и итогового контролей) оценивается по 100-балльной шкале.

5. Максимальная оценка качества усвоения студентами дисциплины, заканчивающейся экзаменом, по результатам промежуточной аттестации в семестре в соответствии составляет 60 рейтинговых баллов.

6. Семестр делится на два модуля. На первом занятии в семестре преподаватель доводит до сведения студентов правила применения рейтинговой системы, содержание модулей и распределение баллов внутри модулей.

Распределение максимальных баллов по видам работы в рамках рейтинговой системы:

Вид отчетности	Баллы
Работа в семестре	60
Из них:	
Работа на практических занятиях	10
Контрольные работы	40
Коллоквиум	10
Экзамен	40
Итого:	100

Рейтинговые баллы на практических занятиях получают студенты за активное участие в обсуждении и решении задач, работу у доски, решение заданий повышенной сложности. Письменные контрольные работы предусмотрены по темам учебного плана дисциплины. Коллоквиум (от лат. colloquium — разговор, беседа) является видом проверки и оценивания знаний студентов в форме собеседования с преподавателем по теоретическим вопросам и практическим заданиям, изученным в течение семестра по дисциплине «Линейная алгебра».

7. Критериями оценки качества усвоения студентами дисциплины при текущем контроле на практических занятиях являются: 1) полнота выполнения заданий; 2) правильность выполненных расчетов; 3) понимание студентом сути используемого математического аппарата (выявляется в ходе ответов на вопросы преподавателя).

8. Студенту, набравшему 40-54 балла (по итогам текущей аттестации) на последнем занятии по дисциплине может быть выставлена оценка “удовлетворительно”. Студенту, набравшему 55-60 баллов (по итогам текущей аттестации) на последнем занятии по дисциплине может быть выставлена оценка “хорошо”. Оценку “отлично” студент может получить только на экзамене. Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

9. Максимальная оценка качества освоения студентами дисциплины на экзамене составляет 40 рейтинговых баллов.

10. Интегральная рейтинговая оценка качества освоения дисциплины в целом определяется как сумма общего количества баллов, полученных студентом по результатам текущей аттестации в семестре, и количества баллов, полученных на промежуточной аттестации (экзамене).

11. Шкала пересчета рейтинговых баллов в оценку имеет вид.

5-ти балльная оценка/ балльно-рейтинговая оценка	Пояснение к оценке
«отлично» / 85 - 100 баллов	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены.
«хорошо» / 70 - 84 баллов	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, предусмотренные программой обучения учебные задания частично выполнены.
«удовлетворительно» / 40 - 69 баллов	Теоретическое содержание курса освоено не полностью, с пробелами, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы частично, предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены с ошибками.
«Неудовлетворительно» / менее 40 баллов	Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий.

Примерные задания в рамках проведения текущего контроля
Контрольные задания по темам 1 и 2

1) Даны векторы в пространстве R^3 :

$$b = (-2; 4; 7), a_1 = (0; 1; 2), a_2 = (1; 0; 1), a_3 = (-1; 2; 4);$$

- а) показать, что векторы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ образуют базис в пространстве \mathbb{R}^3 ,
 б) найти разложение вектора b по базису $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.
 в) вычислить скалярное произведение векторов α_1, α_2 ,
 г) вычислить косинус угла между векторами α_1, α_2 .

2) Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить

- а) матрицу A^3 ,
 б) матрицу $A^T - 4A + 2E$,
 в) матрицу X такую, что $AX = E$.

Контрольные задания по теме 3

1) Вычислить матричное выражение:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}^T$$

2) Дана матрица $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти определитель матрицы B двумя способами:

- а) по правилу треугольников, б) с помощью преобразования к треугольному виду.

3) Найти определитель матрицы A и указанные минор и алгебраическое дополнение к элементам матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 12 & 0 \\ 2 & 8 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 14 & 10 \end{pmatrix}, M_{22}, A_{32},$$

Указание: определитель 4-го порядка преобразовать с целью получения строки или столбца с тремя нулевыми элементами, затем вычислить определитель с помощью разложения по элементам этой строки (столбца).

4) Решить уравнение:
$$\begin{vmatrix} x+4 & 1 & 1 \\ 0 & x & 2 \\ 0 & 1-x & x \end{vmatrix} = 0$$

Контрольные задания по теме 4

1) Решить систему линейных уравнений двумя способами:

- а) методом Крамера,
- б) методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

2) Дана система линейных уравнений с двумя переменными.

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ cx - y = d \end{cases}$$

Привести значения параметров **c** и **d**, при которых система является а) несовместной, б) совместной определенной, с) совместной неопределенной.

Решить совместную определенную систему и построить график для иллюстрации решения.

3) Решить систему линейных уравнений методом Жордана -Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

4) Найти для данной системы линейных уравнений:

- а) число сочетаний базисных переменных (число базисных решений),
- б) все сочетания базисных переменных,
- в) 3 базисных решения с помощью метода Жордана – Гаусса (выполнить в табличной форме).

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12, \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + x_5 = 9. \end{cases}$$

Контрольные задания по теме 6

1) Заданы координаты точки M и уравнение прямой α на плоскости.

1. Составить уравнение прямой, перпендикулярной прямой α и проходящей через точку M .
2. Составить уравнение прямой, параллельной прямой α и проходящей через точку M .

Выполнить построения прямых на одном графике.

В ответе представить найденные уравнения в виде уравнений прямых с угловыми коэффициентами.

Вариант	M	α	Вариант	M	α
1	(2; - 1)	$3x - y - 4 = 0$	3	(- 2; 4)	$x + 5y - 2 = 0$
2	(2; - 2)	$x - 3y - 10 = 0$	4	(5; - 3)	$-x + 3y + 14 = 0$

2) Построить кривые второго порядка (окружность, эллипс, параболу) по заданным уравнениям (табл.).

Для каждой кривой, кроме особых точек (вершин, точек пересечения с осями), рассчитать дополнительные точки для построения графика.

Вариант	Уравнения	Вариант	Уравнения
1	$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9,$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1,$ $y^2 = 9x.$	2	$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 9,$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1,$ $y^2 = -4x.$

Контрольные задания по темам 7, 8, 9

1) Постройте математическую модель задачи с описанием переменных, целевой функции и ограничений. Например,

а) задача оптимального планирования:

Для изготовления двух видов продукции используется 3 типа сырья, запасы которого и нормы расхода на единицу продукции заданы в таблице.

Вид продукции	Тип сырья			Прибыль (ден. ед.)
	I	II	III	
Продукция I	8	2	4	43
Продукция II	2	4	7	75
Запасы сырья, ед.	20	95	83	

Составить план производства продукции, обеспечивающий предприятию максимальную прибыль.

б) задача о составлении рациона (задачи о диете):

В суточный рацион птиц включают два продукта питания Продукт₁ и Продукт₂, причем продукта П₁ должно войти в дневной рацион не более 200 ед. Стоимость одной единицы продукта П₁ составляет 20 ден.ед., продукта П₂ – 40 ден.ед. Содержание питательных веществ А В в одной единице продукта, минимальные суточные нормы потребления указаны в таблице.

Питательное вещество	Минимальная норма потребления, ед/день	Содержание питательных веществ в 1 ед. продукта	
		Продукт ₁	Продукт ₂
А	240	0,4	0,4

B	320	0,8	0,4
---	-----	-----	-----

Определить оптимальный рацион питания (количество каждого продукта питания), стоимость которого будет наименьшей при соблюдении суточных норм потребления питательных веществ.

2) Дана математическая модель задачи оптимального планирования производства n видов продукции при m видах ресурсов с целью получения максимальной прибыли:

$$\begin{cases} Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \end{cases}$$

Представьте экономическое толкование следующих обозначений:

Z – это ...

x_2 – это ...

a_{21} – это ...

$a_{1n}x_n$ – это ...

b_m – это ...

c_nx_n – это ... и т.п.,

например,

a_{23} – это количество ресурса 2-го вида, расходуемого на производство одной единицы продукции 3-го вида,

$a_{23}x_3$ – это количество ресурса 2-го вида, расходуемого на производство x_3 единиц продукции 3-го вида.

3) Решите ЗЛП графическим методом: построение области допустимых решений (ОДР), вектора нормали и линии уровня целевой функции; нахождение точек минимума и максимума целевой функции. Например,

$$\begin{cases} f(x) = -5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ 4x_1 - x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2 \end{cases}$$

4) Дана математическая модель ЗЛП. Составьте текстовую экономическую задачу оптимального производства продукции двух видов, формализуемую этой моделью.

$$Z = 3x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 70x_2 \leq 570 \\ 20x_1 + 50x_2 \leq 420 \\ 40x_1 + 10x_2 \leq 600 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. Решите ЗЛП с помощью инструмента Поиск решения в MS Excel.
2. Приведите описание оптимального решения с экономическим толкованием полученных результатов.
3. Постройте двойственную задачу для данной ЗЛП. Опишите экономический смысл двойственной задачи.
4. Оптимальное решение ЗЛП: $x_1 = 1$, $x_2 = 8$. Выполните анализ оптимального решения, дефицитности ресурсов с помощью теории двойственности.
5. Проиллюстрируйте 1 и 2 теорему двойственности с указанием экономических смыслов целевых функций и переменных пары двойственных задач.

Вопросы к промежуточной аттестации

1. Понятие n -мерного вектора. Линейные операции над n -мерными векторами.
2. Понятие N -мерного линейного векторного пространства. Скалярное произведение и длина n -мерных векторов.
3. Разложение вектора по системе векторов.
4. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
5. Базис и размерность n -мерного пространства.
6. Понятие матрицы. Виды матриц (матрица-строка, матрица-столбец, квадратная, диагональная, единичная, нулевая, верхняя треугольная, нижняя треугольная).
7. Операции над матрицами (умножение матрицы на число, сложение матриц, вычитание матриц,) и их свойства.
8. Операции над матрицами (транспонирование матрицы, умножение матриц, возведение в степень обращение матрицы) и их свойства.
9. Понятие определителя квадратной матрицы. Обозначения.
10. Понятие минора, алгебраического дополнения элемента матрицы.
11. Правило расчета определителя 2-го порядка.
12. Правила расчета определителя 3-го порядка (правило треугольников, правило Саррюса, правило разложения по элементам строки или столбца).
13. Теорема Лапласа (правило расчета определителя любого порядка n).
14. Свойства определителей.
15. Понятие невырожденной матрицы.
16. Определение обратной матрицы.
17. Условие существования обратной матрицы.
18. Расчет обратной матрицы по формуле с помощью присоединенной матрицы.
19. Понятие системы m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными и ее решения.
20. Теоремы о разрешимости системы m линейных уравнений с n переменными. (Теорема Кронекера – Капелли).

21. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы.
22. Равносильные системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
23. Матричная форма записи СЛАУ. Понятие матрицы системы.
24. Методы решения СЛАУ.
25. Система n линейных уравнений с n переменными и ее решение с использованием обратной матрицы.
26. Решение системы n линейных уравнений с n переменными методом Крамера.
27. Решение системы m линейных уравнений с n переменными методом Гаусса. Понятие расширенной матрицы. Эквивалентные преобразования расширенной матрицы. Прямой и обратный ход метода Гаусса.
28. Решение системы m линейных уравнений с n переменными методом Жордана-Гаусса.
29. Понятие базисных и свободных переменных, общего решения и базисных решений системы линейных уравнений.
30. Система линейных однородных уравнений и фундаментальная система ее решений.
31. Понятие аналитической геометрии. Системы координат на плоскости: система координат, прямоугольная система координат, координаты точки, метод координат, полярная система координат.
32. Способы задания прямой линии на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой.
33. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
34. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс.
35. Линии второго порядка на плоскости: гипербола, парабола.
36. Общее уравнение линий второго порядка на плоскости.
37. Основные понятия аналитической геометрии в пространстве: уравнение поверхности в прямоугольной системе координат, текущие координаты точки поверхности.
38. Основные понятия аналитической геометрии в пространстве: уравнения линии в пространстве, векторное уравнение линии в пространстве, параметрическое уравнение линии в пространстве.
39. Способы задания плоскости в пространстве: уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости.
40. Способы задания прямой в пространстве: классические уравнения прямой; уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки; общие уравнения прямой.
41. Определение линейного программирования (ЛП).
42. Математическая модель задачи линейного программирования (ЗЛП).
43. Понятия целевой функции, системы ограничений, допустимого решения, оптимального решения ЗЛП.
44. Математическая модель задачи оптимального планирования производства продукции.

45. Математическая модель задачи о составлении рациона (задачи о диете).
46. Математическая модель транспортной задачи как специальной ЗЛП. Построение начального плана перевозок.
47. Стандартная форма ЗЛП с двумя переменными.
48. Теоремы о множестве решений линейного неравенства, совместной системы линейных неравенств.
49. Понятие области допустимых решений ЗЛП при $n=2$.
50. Правила построения многоугольника решений (области допустимых решений) ЗЛП (при $n=2$). Виды многоугольника решений.
51. Геометрическая интерпретация замкнутого многоугольника решений, неограниченной многоугольной области решений, пустого множества решений (при $n=2$).
52. Понятие линии уровня и вектора нормали целевой функции (при $n=2$). Правила их построения.
53. Нахождение оптимального решения ЗЛП графическим методом с помощью вектора нормали и линии уровня целевой функции (при $n=2$).
54. Геометрическая интерпретация единственного оптимального решения, множества оптимальных решений, отсутствия оптимальных решений при графическом методе решения ЗЛП.
55. Алгоритм графического метода решения задачи линейного программирования.
56. Понятие выпуклого множества. Теорема о пересечении выпуклых множеств.
57. Понятие выпуклого многогранника. Теорема о представлении точек выпуклого многогранника.
58. Основная теорема линейного программирования (теорема о соотношении оптимального решения ЗЛП и угловых точек множества допустимых решений ЗЛП).
59. Понятие допустимого базисного решения (ДБР). Теорема о соответствии ДБР и угловых точек многогранника решений.
60. Геометрический смысл симплекс-метода решения ЗЛП. Суть алгоритма симплекс-метода решения ЗЛП.
61. Понятие пары двойственных задач. Виды пар двойственных задач.
62. Правила построения двойственных задач линейного программирования.
63. Математические модели симметричных и асимметричных двойственных задач.
64. Экономическая интерпретация переменных двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).
65. Экономическая интерпретация двойственной задачи (при исходной задаче оптимального планирования производства).
66. Первая и вторая теоремы двойственности и их экономический смысл.
67. Свойства двойственных оценок и их экономический смысл.
68. Понятие устойчивости оптимального решения ЗЛП.

VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая

перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)

Современный образовательный процесс предусматривает использование разнообразных образовательных технологий обучения в том числе, информационных и электронных технологий обучения, активных и интерактивных технологий, дистанционных, сетевых форм обучения и т.д.

Информационные и электронные технологии обучения – образовательные технологии, использующие специальные технические и электронные информационные средства (ПК, аудио, кино, видео, CD, DVD или flash-карты).

Образовательная технология – система, включающая в себя конкретное представление планируемых результатов обучения, формы обучения, порядка взаимодействия студента и преподавателя, методик и средств обучения, системы диагностики текущего состояния учебного процесса и степени обученности студента.

При чтении лекций по всем темам активно используется компьютерная техника для демонстрации слайдов с помощью программного приложения Microsoft PowerPoint. На семинарских и практических занятиях студенты представляют презентации, подготовленные с помощью программного приложения Microsoft PowerPoint, подготовленные ими в часы самостоятельной работы.

Образовательные технологии, используемые при реализации различных видов учебной работы

Вид учебной работы	Образовательные технологии
Лекции	<ul style="list-style-type: none">– классическая лекция, в том числе с использованием мультимедийных презентаций;– проблемная лекция – в ней моделируются противоречия реальной жизни через их выражение в теоретических концепциях;– лекция-визуализация, когда основное содержание лекции представлено в образной форме (в рисунках, графиках, схемах, презентациях и пр.);– лекция – консультация;– лекция-диалог, где содержание подается через серию вопросов, на которые слушатели должны отвечать непосредственно в ходе лекции;– лекция с применением дидактических методов (метод «мозговой штурм», метод конкретных ситуаций и т.д.), когда слушатели сами формируют проблему и сами пытаются ее решить и др.
Практические занятия	<ol style="list-style-type: none">1) разбор конкретных практических ситуаций, решение ситуационных задач,2) выполнение практических работ:<ul style="list-style-type: none">– ознакомительных,– экспериментальных,– проблемно-поисковые и др.

Использование информационных технологий и активных методов обучения

Под инновационными методами в высшем профессиональном образовании подразумеваются методы, основанные на использовании современных достижений науки и информационных технологий в образовании. Они должны быть

направлены на повышение качества подготовки специалистов путем развития у студентов творческих способностей и самостоятельности (методы проблемного и проективного обучения, исследовательские методы, тренингов формы, предусматривающие актуализацию творческого потенциала и самостоятельности студентов и др.).

Деятельные технологии включают в себя анализ производственных ситуаций, решение ситуационных задач, деловые игры, моделирование профессиональной деятельности в учебном процессе, контекстное обучение организации профессионально-ориентированной учебно-исследовательской работ. Ведущая цель таких технологий – подготовка профессионала-специалиста, способного квалифицированно решать профессиональные задачи. Ориентация при разработке технологий направлена на формирование системы профессиональных практических умений, по отношению с которым учебная информация выступает инструментом, обеспечивающим возможность качественно выполнять профессиональную деятельность.

Создание электронных образовательных ресурсов в рамках самостоятельной работы студентов. Такой подход позволяет решить следующие проблемы:

- повышение мотивации студентов к изучению специальных дисциплин, так как при создании ресурса студенты сталкиваются с необходимостью приобретения навыков работы с множеством прикладных программ;
- повышение качества изучения прикладных программ;
- расширение спектра самостоятельной учебной работы студентов;
- получение готового продукта;
- познавательное исследование предметной области в целом;
- воспитание полноправного члена информационного общества.

Создание студентами электронного обучающего мультимедийного ресурса значительно индивидуализируют учебный процесс, увеличивают скорость и качество усвоения учебного материала, существенно усиливают практическую направленность, в целом - повышают качество образования.

Метод инновационного обучения «один-одному». Данный метод является одним из методов индивидуализированного преподавания, для которого характерно взаимоотношения обучаемого с преподавателями на основе не только непосредственного контакта, но и посредством электронной почты. Данный метод целесообразно применять в рамках организации самостоятельной работы студентов.

Метод инновационного обучения на основе коммуникаций «многие-многим». Для данного метода характерно активное взаимодействие между всеми участниками учебного процесса. Интерактивные взаимодействия между самими студентами, между преподавателем и студентами является важным источником получения знаний посредством проведения: ситуационный анализ, «мозговая атака», «круглый стол», дискуссия и др.

IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база необходимая и применяемая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает:

Учебная аудитория № 228, 229, 233/2, 241, 322, 326, 334, 342 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д. 12	Комплект учебной мебели (столы, стулья, доска), компьютер, мультимедийный проектор с потолочным креплением и экраном, переносной ноутбук
Учебная аудитория № 239, 240 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д. 12	Комплект учебной мебели (стол, стулья, доска)
Кафедра управление персоналом 232 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д. 12	Стол, стулья, стационарные компьютеры, принтер.
Компьютерные классы 245, 338 170100, Тверская область, г. Тверь, пер. Студенческий, д.12	Комплект учебной мебели (стол, стулья), компьютеры, моноблоки, переносные ноутбуки, МФУ

Х. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины (или модуля)	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.			
2.			