Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Лельчицкий Игорь Давыдович
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности
Дата подписания: 03.10.2026 19:06:01
Уникальный программный ключ:
aa5b5ee17d97a2e4d94e98e995320af94f043ce2

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:
Руководитель ООП
Малышкина О. В.

«30» __июня___2026 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

# КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

Специальность
**10.05.01 Компьютерная безопасность**

Специализация
**Математические методы защиты информации**

Для студентов 3 курса очной формы обучения

СПЕЦИАЛИТЕТ

Составитель: к.ф.-м.н., доцент С.Ю. Граф

Тверь, 2026

## I. Аннотация

### 1. Цель и задачи дисциплины

**Целями** освоения дисциплины «Комплексный анализ» являются:

1) фундаментальная подготовка по теории функции комплексного переменного;
2) научить студента применять аппарат теории функций комплексного переменного для решения прикладных задач.

**Задачи** дисциплины «Комплексный анализ»:

– формирование у обучающихся базовых знаний по теории функции комплексного переменного;

– формирование общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями;

– формирование умений и навыков по применению основных приемов дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Комплексный анализ» входит в часть «Дисциплины специализации «Математические методы защиты информации»» ООП подготовки специалиста и формирует общепрофессиональную компетенцию. Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения в школе и в ходе освоения смежных дисциплин – «Алгебра» и «Математический анализ». От успешности освоения дисциплины в значительной степени зависит эффективность дальнейшего обучения студента, в том числе при последующем изучении дисциплин специальных курсов. Дисциплина изучается на 3 курсе (2 семестр).

**3. Объем дисциплины:** 3 зачетных единиц, 108 академических часа, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции – 34 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

практические занятия – 34 часов;

самостоятельная работа: 40 часов.

### 4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине |
|---|---|
| **ОПК-3.** Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать | **ОПК-3.10.** Применяет основные методы дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных |

| | |
|---|---|
| процедуры решения задач профессиональной деятельности | **ОПК-3.11.** Решает задачи теории функций комплексного переменного |

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения** – зачет в 6 семестре.

**6. Язык преподавания** русский**.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**Очная форма обучения**

| Учебная программа – наименование разделов и тем | Всего (час.) | Контактная работа (час.) | | | Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.) |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Лекции | Практические занятия | | |
| | | | всего | в т.ч. практическая подготовка | |
| 1. Поле комплексных чисел, аксиоматика множества комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Степень и радикал, формула Муавра | 6 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| 2. **С** как метрическое пространство. Лемма о покоординатной сходимости. | 6 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| 3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. | 6 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 4. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Моногенные и голоморфные функции. Критерий моногенности и ф.к.п. в точке, условия Коши-Римана. | 12 | 2 | 4 | 0 | 2 |
| 5. Криволинейные интегралы в ТФКП. | 6 | 2 | 1 | 0 | 3 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6. Интегральная теорема Коши и её обобщение на многосвязные области. | 6 | 2 | 2 | 0 | 3 |
| 7. Интегральная формула Коши. | 6 | 2 | 2 | 0 | 3 |
| 8. Существование производных всех порядков у голоморфных функций. Формулы Коши для производных. | 4 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 9. Первообразная от ф.к.п. Формула Ньютона-Лейбница. | 6 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| 10.Последовательности и ряды аналитических функций в области. Теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций | 9 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 11. Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о круге сходимости. Локально равномерная сходимость степенного ряда. | 9 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 12. Теорема о представлении голоморфной функции степенным рядом. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения. | 8 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 13. Ряды Лорана, структура области сходимости. Теорема о представлении голоморфной функции рядом Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана. | 8 | 2 | 2 | 0 | 2 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 14. Теорема Лиувилля. Внутренняя теорема единственности. Нули голоморфных функций. | 10 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 15. Изолированные особые точки голоморфной функции, классификация изолированных особых точек однозначного характера. Критерии изолированных особых точек. | 12 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 16. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Теорема Коши о вычетах. Теорема о сумме вычетов | 12 | 2 | 4 | 0 | 2 |
| 17. Применения вычетов для нахождения определенных интегралов. | 12 | 2 | 4 | 0 | 2 |
| ИТОГО | 108 | 34 | 34 | 0 | 40 |

## III. Образовательные технологии

При изучении дисциплины «Комплексный анализ» применяются общепринятые формы обучения: лекции, семинарские и практические занятия, на которых широко используются элементы интерактивного обучения (активное, постоянное взаимодействие между преподавателем и студентом в процессе обучения), самостоятельная работа студента (выполнение индивидуальных домашних заданий), консультации.

## IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

***Оценочные материалы для проведения <u>текущей аттестации</u>***

**Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции**

**ОПК-3.** Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности

| Этап формирования | Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 | Показатели и критерии |
|---|---|---|

| компетенции, в котором участвует дисциплина | примера) | оценивания компетенции, шкала оценивания |
|---|---|---|
| **владеть** | 1) Найти все значения радикала $\sqrt{1+\sqrt[3]{-1}}$.<br>2) Вычислить $\mathrm{sh}(\ln 3+\mathrm{i}\pi)$.<br>3) Найти вычеты заданных функций в ее и.о.т., включая точку $z=\infty$:<br>(а) $\dfrac{\mathrm{tg}\, z - z}{(1-\cos z)^2}$; (б) $\dfrac{z}{\mathrm{ch}\, z - 1}$;<br>(с) $z^3 \sin\dfrac{\pi}{z}$; (д) $\sin z \cdot \sin\dfrac{1}{z}$. | Уверенное владение, задание полностью выполнено – 8 баллов.<br>Наличие отдельных ошибок – 3 – 7 баллов.<br>Большое количество ошибок – 0 баллов. |
| **уметь** | 1) Представить рядами Лорана в проколотой окрестности точки $z=a$ следующие функции<br>(а) $\dfrac{z}{z^2-3z+2}$, $a=1$; (б) $\dfrac{z^2}{z^3+1}$, $a=\infty$;<br>(в) $\dfrac{\sin^2 z}{z}$, $a=0$; (г) $\dfrac{\mathrm{ch}^2 z}{z^2}$, $a=0$.<br>2) Восстановить голоморфную функцию по заданной ее реальной части $u=x^3-3x^2y+2x^2-2y^2+\mathrm{e}^x \sin y$, $(x,y)\in\mathbf{C}$<br>3) Написать комплексные параметрические уравнения окружности с данным центром и радиусом, эллипса и гиперболы с фокусами в точках $\pm 1$ и данными полуосями, параболы $y=x^2$, $x\in\mathbf{R}$, отрезка прямой, соединяющей две точки | Правильное выполнение задания – 10 баллов.<br>Наличие отдельных ошибок – 4 – 7 баллов.<br>Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов. |
| **знать** | Ответы на типовые вопросы:<br>1). Расскажите о вычислении интегралов по границе области при помощи вычетов.<br>Вычислите интеграл.<br>2). Расскажите о приложении вычетов к вычислению интегралов от вещественных функций, в частности, к вычислению несобственных интегралов.<br>Найдите интеграл<br>3). Докажите теорему об интегралах от рациональных функций. | Глубокие знания – 4 балла.<br>Неуверенные знания – 2 – 3 балла.<br>Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов |

***Оценочные материалы для проведения <u>итоговой аттестации</u>***
**Вопросы для зачета**

1. Поле комплексных чисел. Векторное, алгебраическое, тригонометрическое и показательное представления комплексного числа. Геометрические свойства комплексных чисел.
2. Формулы стереографической проекции. Расширенная комплексная плоскость. Сходящиеся последовательности в $\mathbf{C}$ и $\overline{\mathbf{C}}$. Лемма о покоординатной сходимости. Критерий Коши, теорема Больцано-Вейерштрасса.
3. Евклидова и сферическая метрики. Топологии в $\mathbf{C}$ и $\overline{\mathbf{C}}$ (открытые и замкнутые множества, предельные и граничные точки, граница, замыкание, дополнение к множеству, связность множества, кривые, области, компакты, континуумы).
4. Функции комплексного переменного (ф.к.п.). Непрерывность, ограниченность ф.к.п. Теоремы о непрерывных ф.к.п. на компакте, в области.
5. Моногенные и голоморфные функции (определения, примеры). Условия Коши-Римана в действительной и комплексной формах. Критерии моногенности и голоморфности ф.к.п. в точке. Связь голоморфных и гармонических функций.
6. Аффинные преобразования. Целые линейные преобразования. Декомпозиция целой линейной функции, её свойства.
7. Касательное отображение. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Определения конформного отображения 1-го и 2-го рода. Якобиан конформного отображения. Примеры.
8. Криволинейные интегралы от ф.к.п., их свойства, вычисление. Примеры вычисления интегралов от ф.к.п.
9. Интегральная теорема Коши-Гурса и её обобщение на многосвязные области (с доказательствами).

10. Интегральная формула Коши. Доказательство, обобщение на случай многосвязных областей, следствия.
11. Неопределённый интеграл от ф.к.п. в плоской области и формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.
12. Существование производных всех порядков у голоморфных функций. Формулы Коши для производных.
13. Поточечная, равномерная, локально-равномерная сходимости функциональной последовательности и функционального ряда. Примеры. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных рядов. Теоремы Вейерштрасса о рядах голоморфных функций.
14. Теорема Абеля о степенных рядах. Существование радиуса сходимости и методы его вычисления. Формула Коши-Адамара. Локально-равномерная сходимость, почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов.
15. Теорема о представлении голоморфной функции степенным рядом, оценка радиуса сходимости. Голоморфность суммы степенного ряда. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда.
16. Теорема Лиувилля. Доказательство с её помощью теоремы Гаусса о существовании комплексного корня у любого многочлена, отличного от константы.
17. Ряды Лорана, структура области сходимости. Доказательство теоремы Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана.
18. Внутренняя теорема единственности (доказательство). Нули голоморфных функций. Факторизация голоморфной функции в окрестности её нуля.
19. Изолированные особые точки голоморфной функции, их классификация. Критерии у.о.т. и полюса. Нахождение порядка полюса. Примеры.
20. Критерий с.о.т. Бесконечность как и.о.т. голоморфной функции. Классификация и критерии и.о.т. на бесконечности.

21. Определение вычета в и.о.т. и формулы для вычисления вычетов. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема о сумме всех вычетов.
22. Вычетный метод вычисления интегралов. Интегралы от тригонометрических функций. Вычисление несобственных интегралов от рациональных функций. Лемма Жордана и её применения.

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

**а) Основная литература:**


1. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-9392-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/193364
2. Панкратов, Е. Л. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебно-методическое пособие / Е. Л. Панкратов. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2020. — 12 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/191780


**б) Дополнительная литература:**


1. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е. С. Половинкин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 253 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1845987. - ISBN 978-5-16-017359-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/19139922


**2) Программное обеспечение**

| | |
|---|---|
| Google Chrome | бесплатно |
| Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows | Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 |
| Lazarus | бесплатно |
| OpenOffice | бесплатно |
| Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО | бесплатно |
| ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО | бесплатно |

**3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. ЭБС Лань https://e.lanbook.com/ Договор № 4-е/23 от 02.08.2023 г.
2. ЭБС Znanium.com https://znanium.com/ Договор № 1106 эбс от 02.08.2023 г.

3. ЭБС Университетская библиотека online https://biblioclub.ru Договор № 02-06/2023 от 02.08.2023 г.

4. ЭБС ЮРАЙТ https://urait.ru/ Договор № 5-е/23 от 02.08.2023 г.

5. ЭБС IPR SMART https://www.iprbookshop.ru/ Договор № 3-е/23К от 02.08.2023 г.

6. https://cyberleninka.ru/ научная электронная библиотека «Киберленинка».
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp;
8. Репозитарий ТвГУ http://eprints.tversu.ru

**4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:**

1. www.math.ru – сайт посвящён Математике и математикам. Этот сайт для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой

2. http://www.edu.ru/ – Федеральный портал «Российское образование»

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. www.exponenta.ru – образовательный математический сайт

2. www.matematicus.ru – учебный материал по различным математическим курсам

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов***

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплине «Комплексный анализ» см. в личном кабинете электронной образовательной среды (LMS).

Требования к рейтинг-контролю.

Процедура оценивания знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности обучающихся по дисциплине (модулю) производится в рамках балльно-рейтинговой системы, включая рубежную и текущую аттестации.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины (модуля) установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода

обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 9-10 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

Максимальная сумма рейтинговых баллов составляет 100.

Студенту, набравшему 40 и более баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в экзаменационной ведомости и зачётной книжке может быть выставлен зачет.

Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдаёт теоретический зачет.

Правила формирования рейтинговой оценки и шкалу пересчета рейтинговых баллов в оценку на экзамене см. в «Положении о рейтинговой системе обучения в ТвГУ»:

https://tversu.ru/sveden/files/204-R_Pologhenie_o_reytingovoy_sisteme_obucheniya_v_TvGU.pdf

## VII. Материально-техническое обеспечение

Учебный процесс по данной дисциплине проводится в аудиториях, оснащенных мультимедийными средствами обучения. Для организации самостоятельной работы студентов необходимо наличие персональных компьютеров с доступом в Интернет.

| **Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы** | **Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа** |
|---|---|
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 1л (Корпус 3, 170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35) | Google Chrome-бесплатно; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows-Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022; Lazarus – бесплатно; OpenOffice –бесплатно; Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО-бесплатно; ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО-бесплатно |
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения | Google Chrome-бесплатно; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows-Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022; Lazarus – бесплатно; OpenOffice –бесплатно; |

| | |
|---|---|
| курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 314 (Корпус 3, 170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35) | Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО-бесплатно; ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО-бесплатно |
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 224 (Корпус 3, 170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35) | Google Chrome-бесплатно; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows-Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022; Lazarus – бесплатно; OpenOffice –бесплатно; Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО-бесплатно; ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО-бесплатно |
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 208 (Корпус 3, 170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35) | Google Chrome-бесплатно; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows-Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022; Lazarus – бесплатно; OpenOffice –бесплатно; Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО-бесплатно; ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО-бесплатно |
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 207 (Корпус 3, 170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35) | Google Chrome-бесплатно; Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows-Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022; Lazarus – бесплатно; OpenOffice –бесплатно; Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО-бесплатно; ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО-бесплатно |

Наличие учебно-наглядных пособий, презентаций для проведения занятий лекционного и семинарского типа, обеспечивающих тематические иллюстрации.

## VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

| №п.п. | Обновленный раздел рабочей программы дисциплины (или модуля) | Описание внесенных изменений | Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения |
|---|---|---|---|
| 1. | | | |