

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 21.06.2024 14:29:52  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП

С.М.Дудаков

2023 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки

01.03.02 – "Прикладная математика и информатика"

Направленность (профиль)

«Искусственный интеллект и анализ данных»

Для студентов первого курса очной формы обучения

Составитель: **к.ф.-м.н., доцент М.Н. Рыбаков**

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью дисциплины является освоение основ фундаментальных знаний, позволяющих разобраться в математическом описании проблем, связанных с линейной алгеброй, решать стандартные задачи, давать интерпретацию полученным результатам.

Задачами дисциплины является знакомство слушателей с понятиями, теоремами, методами линейной алгебры, получение умений и навыков работы с ними.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к разделу «Математический» обязательной части Блока 1.

Предварительные знания, необходимые для освоения дисциплины, — это знания, полученные при изучении школьной программы по алгебре и началам анализа, а также по геометрии.

Освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее для следующих дисциплин: общая алгебра, дифференциальные и разностные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, численные методы, функциональный анализ.

**3. Объем дисциплины:** 8 зачетных единиц, 288 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 93 часа, практические занятия 78 часов;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы 10 часов, в том числе курсовая работа 10 часов;

**самостоятельная работа:** 107 часов, в том числе контроль 68 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности

	ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности
--	--

### 5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения

Экзамен (1,2 семестры), курсовая работа (1 семестр).

6. Язык преподавания русский.

### II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоятельной работы	Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия			
		Всего	в т.ч.	Всего	в т.ч. практическая		
Комплексные числа	20	6		5			9
Метод Гаусса	23	8		6			9
Определители	23	8		6			9
Арифметические пространства	25	8		8			9
Алгебра матриц	25	8		7			9
Делимость целых чисел и многочленов	22	8		5			9
Элементы общей алгебры	24	8		7			9
Линейные пространства	24	8		7			9
Линейные отображения	24	8		7			9
Евклидовы пространства	24	8		7			9
Квадратичные формы	24	8		7			9
Гиперповерхности второго порядка	20	7		6			7
Курсовая работа	10					10	
<b>ИТОГО</b>	<b>288</b>	<b>93</b>		<b>78</b>		<b>10</b>	<b>107</b>

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Комплексные числа	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Метод Гаусса	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Определители	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Арифметические пространства	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Алгебра матриц	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Делимость целых чисел и многочленов	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Элементы общей алгебры	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Линейные пространства	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Линейные отображения	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Евклидовы пространства	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Квадратичные формы	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Гиперповерхности второго порядка	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Преподавание дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии,

способы и методы формирования компетенций: традиционные лекции, практические занятия в диалоговом режиме, выполнение индивидуальных заданий в рамках самостоятельной работы.

Дисциплина предусматривает выполнение контрольных работ, письменных домашних заданий.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

Для проведения текущей и промежуточной аттестации:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

1) Вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а) по определению;

б) путем приведения к треугольному виду;

в) путем разложения по элементам третьей строки.

2) Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

а) методом Гаусса;

б) методом Крамера;

в) матричным методом.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 6 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;

Решение содержит грубые ошибки - 2 балла.

ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности

3) Даны матрицы  $A, B, C$  и числа  $\alpha$  и  $\beta$ .

Найти  $\alpha \cdot A^2 + \beta \cdot BC$ .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & -3 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ -4 & 4 & 7 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -2, \quad \beta = 3.$$

4) Найти ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 & 4 \\ 3 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 5 & -13 & 11 \end{pmatrix}$

5) Решить систему уравнений  $Ax = 0$ . Найти общее и частное решение системы.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 & 4 \\ 3 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 5 & -13 & 11 \end{pmatrix}$$

6) Найти общие корни многочленов:

$$f(x) = 2x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1 \quad \text{и} \quad g(x) = 3x^4 + 2x^2 - x + 2$$

7) Решить уравнение. Применить схему Горнера.

$$x^4 - 7x^3 + 9x^2 + 8x + 16 = 0$$

8) Выяснить, является система векторов-столбцов матрицы  $A$  линейно зависимой. Выписать линейную комбинацию векторов.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 & 4 \\ 3 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 5 & -13 & 11 \end{pmatrix}$$

9) Даны векторы  $e_1, e_2, e_3, e_4$  и  $a$  в стандартном базисе пространства  $R^4$ .

Требуется:

а) убедиться, что векторы  $e_1, e_2, e_3$  и  $e_4$  образуют базис пространства  $R^4$ ;

б) найти разложение вектора  $a$  по этому базису.

$$e_1 = (1, 0, -2, 3), \quad e_2 = (0, 1, 3, 2), \quad e_3 = (1, 0, 0, 1), \quad e_4 = (2, 3, 12, 2), \quad a = (9, 12, 5, 8).$$

10) Построить по данной системе векторов ортогональный и ортонормированный базисы  $a_1 = (-3, 2, 4), a_2 = (2, -3, -1), a_3 = (-1, -1, 3)$

11) Найти базис суммы и пересечения линейных оболочек  $A = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  и  $B = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ , где

$$a_1 = (3, -2, -4), \quad a_2 = (-1, 3, 3), \quad a_3 = (2, 1, -1), \quad b_1 = (4, -5, -7), \quad b_2 = (-1, 1, -1), \quad b_3 = (3, 0, 0).$$

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 6 баллов;  
Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;  
Решение содержит грубые ошибки - 2 балла.

ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности

12) Исследовать систему уравнений  $AX=B$  на совместность. Определить при каких значениях параметра  $\alpha$  система имеет решение. Найти решение системы

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 6 \\ \alpha & 8 & 6 \\ 6 & 6 & -12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

13) В базисе  $g_1, g_2 \in \mathbb{R}^2$  оператор имеет матрицу  $A_g$ . Найти матрицу этого оператора в базисе  $f_1, f_2 \in \mathbb{R}^2$ . Сделать проверку для вектора  $x_g = (1, -1)$ .

$$g_1 = (4, 1), g_2 = (3, 1), f_1 = (1, 1), f_2 = (1, 4), A_g = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

14) Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора  $\varphi_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $A_e = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

15) Линейным преобразованием координат привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой. Построить кривую в исходных осях.

$$x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$$

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 6 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;

Решение содержит грубые ошибки - 2 балла.

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

### Основная литература:

1. Огнева Э. Н. Математика: Раздел 1. Алгебра и геометрия: учебное пособие / Э. Н. Огнева. - Кемерово: КемГУКИ, 2011. - 227 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=227759>

2. Шуман, Г. И. Алгебра и геометрия: учебное пособие / Г. И. Шуман, О. А. Волгина, Н. Ю. Голодная. - Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2019. - 160 с. -

(Высшее образование). - ISBN 978-5-369-01708-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1002027>

**Дополнительная литература:**

1. Кирсанов, М. Н. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple: учебное пособие / М. Н. Кирсанов, О. С. Кузнецова. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 272 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/20873. - ISBN 978-5-16-012325-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1907684>

2) Программное обеспечение

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно

Origin 8.1 Sr2	договор №13918/М41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)

Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-университет <http://www.intuit.ru>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

1. Определители: Метод. указ. по курсу / Тверской гос. ун-т; Сост. Некрасов К.Г. Тверь, 2009. 20 с.
2. Системы линейных уравнений: Метод. указания по курсу / Тверской гос. ун-т. Сост.: Некрасов К.Г., Тверь, 2011, 16 с.
3. Арифметические пространства. Ранг матрицы: Метод. указ. по курсу / Тверской гос. ун-т; Сост. Некрасов К.Г. Тверь, 2009. 20 с.
4. Операции с матрицами и теорема Гамильтона-Кэли: Метод. указ. по курсу / Тверской гос. ун-т; Сост. Некрасов К.Г. Тверь, 2009. 16 с.
5. Линейные пространства: Метод. указания по курсу / Тверской гос. ун-т. Сост.: Некрасов К.Г., Тверь, 2007, 16 с.
6. Линейные преобразования линейных пространств: Метод. указания по курсу / Тверской гос. ун-т. Сост.: Некрасов К.Г., Тверь, 2008, 20 с.
7. Евклидовы пространства: Метод. указания по курсу / Тверской гос. ун-т. Сост.: Некрасов К.Г., Тверь, 2010, 20 с.
8. Квадратичные формы над полем действительных чисел: Метод. указания по курсу / Тверской гос. ун-т. Сост.: Некрасов К.Г., Тверь, 2008, 16 с.

9. Жорданова форма матриц над полем комплексных чисел: Метод. указания по курсу / Тверской гос. ун-т. Сост.: Некрасов К.Г., Тверь, 2011, 20 с.

### **1. Текущий контроль успеваемости**

Темы курсовых работ:

- Комплексные числа
- Элементарные преобразования систем линейных уравнений
- Группа подстановок
- Свойства определителя
- Методы вычисления определителя
- Арифметические пространства
- Операции с матрицами
- Обратная матрица
- Теорема о ранге матрицы
- Делимость в кольце многочленов

При выполнении курсовых работ обратить внимание на оформление работы (титульный лист, содержание, основное содержание работы, список литературы).

Типовые задания: Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. С.-Пб.: Лань, 2010.

### **2. Промежуточная аттестация**

**Контрольные вопросы и задания по учебной дисциплине.**

- Понятие алгебраической операции. Примеры. Определение поля. Построение поля комплексных чисел.
- Поле комплексных чисел. Три формы представления комплексных чисел (в виде упорядоченной пары действительных чисел, алгебраическая форма, геометрическая форма). Связь этих представлений. Формула Муавра.
- Модуль комплексного числа. Свойства модуля.
- Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа.
- Систем линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Теорема о методе Гаусса. Примеры.
- Количество различных перестановок порядка  $n$ . Транспозиция, инверсии. Связь между чётностью перестановок, полученных одна из другой транспозицией. Примеры.
- Подстановки  $n$ -ого порядка, их количество, чётность. Связь между чётностями подстановки и перестановки. Примеры.
- Определение определителя  $n$ -ого порядка, свойства определителя (транспонирование, перестановка двух строк). Примеры.
- Определение определителя  $n$ -ого порядка, свойства определителя (умножение строки на число, сумма двух определителей). Примеры.

- Определение определителя  $n$ -ого порядка, свойства определителя (определитель матрицы с нулевой строкой, определитель матрицы, в которой строка равна сумме двух строк, умноженных на коэффициенты). Примеры.
- Минор и алгебраическое дополнение. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу). Теорема: сумма произведений элементов строки на алгебраические дополнения к элементам другой строки равна 0. Примеры.
- Определение определителя  $n$ -ого порядка. Теорема Крамера. Примеры.
- Определение арифметического линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Связь между линейной зависимостью и независимостью системы векторов и её подсистемы.
- Понятие подпространства арифметического пространства. Линейная оболочка и подпространство.
- Теорема о линейной зависимости линейной комбинации.
- Понятие базиса и ранга. Корректность понятия ранга. Единственность разложения по базису.
- Теорема: любую линейно независимую систему векторов можно дополнить до базиса.
- Эквивалентные системы векторов. Ранг эквивалентных систем. Элементарные преобразования системы векторов. темах векторов.
- Определение ранга матрицы и минора  $k$ -порядка. Теорема о ранге матрицы.
- Следствия из теоремы о ранге.
- Критерий равенства определителя нулю.
- Теорема о размерности подпространства решений системы однородных линейных уравнений.
- Теорема Кронекера–Капелли.
- Запись общего решения системы линейных уравнений.
- Определение фундаментальной системы решений системы линейных однородных уравнений. Теорема о количестве векторов в ФСР.
- Понятие кольца. Примеры. Кольцо матриц.
- Элементарные матрицы и элементарные преобразования.
- Обратная матрица. Существование обратной матрицы для элементарной матрицы.
- Определитель произведения матрицы и элементарной матрицы.
- Определитель произведения двух матриц.
- Критерий существования обратной матрицы.
- Нахождение обратной матрицы (два способа).
- Связь систем линейных уравнений и матричных уравнений.
- Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком.
- Наибольший общий делитель двух целых чисел. Алгоритм Евклида и его обоснование.

- Следствие из Алгоритма Евклида нахождения НОД двух целых чисел. Взаимная простота. Критерий взаимной простоты.
- Простые числа. Разложение в произведение простых чисел.
- Определение многочлена  $n$ -ой степени. Кольцо многочленов.
- Теорема о делении многочлена на многочлен с остатком.
- Определение делимости многочлена на многочлен. Определение наибольшего общего делителя. Алгоритм Евклида.
- Определение корня многочлена. Теорема Безу и следствие из неё. Схема Горнера.
- Основная теорема алгебры (без доказательства). Разложение многочлена в произведение неприводимых над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.
- Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком.
- Наибольший общий делитель двух целых чисел. Алгоритм Евклида и его обоснование.
- Следствие из Алгоритма Евклида нахождения НОД двух целых чисел. Взаимная простота. Критерий взаимной простоты.
- Простые числа. Разложение в произведение простых чисел.
- Определение многочлена  $n$ -ой степени. Кольцо многочленов.
- Теорема о делении многочлена на многочлен с остатком.
- Определение делимости многочлена на многочлен. Определение наибольшего общего делителя. Алгоритм Евклида.
- Определение корня многочлена. Теорема Безу и следствие из неё. Схема Горнера.
- Основная теорема алгебры (без доказательства). Разложение многочлена в произведение неприводимых над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.
- Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и линейная независимость. Понятие базиса. Примеры. Размерность пространства. Единственность разложения по базису.
- Замена базиса. Матрица перехода.
- Утверждение:  $T_{a \rightarrow e} \cdot T_{e \rightarrow a} = E$ . Следствия.
- Изменение координат вектора при переходе к другому базису.
- Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Критерий того, что  $L_1$  является подпространством  $L$ .
- Линейная оболочка. Утверждение: всякая линейная оболочка является подпространством и всякое подпространство является линейной оболочкой.
- Замкнутость множества подпространств данного пространства относительно суммы и пересечения.
- Связь между размерностями подпространств и размерностями их суммы и пересечения.
- Прямая сумма подпространств. Связь между размерностями подпространств и размерностью их прямой суммы.

- Изоморфизм линейных подпространств. Свойства изоморфизма линейных подпространств.
- Изоморфность подпространств. Утверждение: отношение изоморфности подпространств является эквивалентностью.
- Теорема об изоморфности линейных пространств одинаковой размерности.
- Понятие линейного отображения. Ядро и образ линейного отображения. Утверждение: ядро и образ являются линейными подпространствами.
- Ранг и дефект линейного отображения. Связь ранга и дефекта линейного отображения с размерностью пространства.
- Матрица линейного преобразования в базисе.
- Изменение координат вектора при действии на него линейного отображения.
- Изменение матрицы отображения при переходе к другому базису.
- Отношение подобия матриц. Утверждение: отношение подобия матриц является эквивалентностью. Теорема Жордана (без доказательства).
- Собственные числа и собственные векторы линейного отображения.
- Характеристический многочлен. Равенство характеристических многочленов подобных матриц.
- Теорема: число  $\lambda$  является собственным числом линейного преобразования тогда и только тогда, когда  $\lambda$  является корнем характеристического многочлена этого преобразования.
- Критерий подобия матрицы линейного преобразования диагональной матрице. Следствие.
- Евклидовы подпространства. Неравенство Коши–Буняковского. Следствие.
- Длина вектора. Теорема косинусов. Следствия.
- Ортогональность векторов. Процесс ортогонализации.
- Ортонормированный базис. Существование ортонормированного базиса евклидова пространства.
- Скалярное произведение в ортонормированном базисе.
- Изоморфизм евклидовых пространств. Теорема об изоморфности евклидовых пространств одинаковой размерности.
- Подпространства евклидова пространства. Ортогональное дополнение, свойства ортогонального дополнения.
- Группа ортогональных матриц.
- Ортогональные матрицы как матрицы перехода.
- Симметрические преобразования. Симметрические матрицы. Связь между симметрическими преобразованиями и симметрическими матрицами.
- Характеристические корни симметрического преобразования.
- Существование ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов симметрического преобразования. Следствие.
- Понятие квадратичной формы. Линейная замена букв квадратичной формы. Изменение матрицы формы при замене букв. Следствие.

- Приведение квадратичной формы к главным осям.
- Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
- Нормальный вид квадратичной формы. Приводимость действительной квадратичной формы к нормальному виду.
- Закон инерции квадратичных форм.
- Положительно определённые квадратичные формы. Утверждение: действительная квадратичная форма является положительно определённой тогда и только тогда, когда на ненулевых наборах она принимает положительные значения.
- Критерий Сильвестра.
- Классификация линий второго порядка в двумерном евклидовом пространстве.
- Классификация гиперповерхностей второго порядка в евклидовом пространстве.

### **3. Рубежный контроль**

#### **Методические указания.**

Для полноценного усвоения курса студенту необходимо овладеть основными понятиями дисциплины, знать определения, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этим определениям, а также примеры объектов, не удовлетворяющих им. Кроме того, необходимо знать факты, связанные с изучаемыми понятиями. Требуется знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями. Студент должен освоить доказательства основных утверждений и фактов, изучаемых в рамках дисциплины. Часть из этих доказательств целесообразно обсуждать на практических занятиях, например, в форме опроса или докладов.

Практическая и самостоятельная работа включает в себя следующие составляющие.

1. Изучение теоретического материала.
2. Самостоятельное изучение методов решения задач по данному разделу с использованием рекомендованной литературы.
3. Решение задач на лабораторных и практических занятиях.
4. Выполнение контрольных работ.

Для полноценного усвоения курса студенту необходимо овладеть основными понятиями дисциплины, знать определения, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этим определениям, а также примеры объектов, не удовлетворяющих им. Кроме того, необходимо знать факты, связанные с изучаемыми понятиями. Требуется знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями. Студент должен освоить доказательства основных утверждений и фактов, изучаемых в рамках дисциплины. Часть из этих доказательств целесообразно обсуждать на практических занятиях, например, в форме опроса или докладов.

Практическая и самостоятельная работа включает в себя следующие составляющие.

1. Изучение теоретического материала.
2. Самостоятельное изучение методов решения задач по данному разделу с использованием рекомендованной литературы.
3. Решение задач на лабораторных и практических занятиях.

Выполнение контрольных работ.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премиальные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

Для аудиторной работы.

Учебная аудитория № 212 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, мультимедийный комплекс (доска, проектор, панель управления, переносной ноутбук).
Учебная аудитория № 20 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, меловая доска.

Учебная аудитория № 206 (170002, обл., Садовый д.35)	Тверская г.Тверь, переулок,	Набор учебной мебели, экран, проектор.
--	-----------------------------	--

Для самостоятельной работы.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, обл., Садовый д.35)	Тверская г.Тверь, переулок,	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.
---	-----------------------------	--

#### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в список ПО	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
2	V. 1) Рекомендуемая литература	Обновление ссылок на литературу	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета