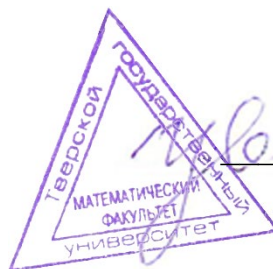


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 07.08.2023 10:53:07
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП



Цветков В.П.

«10» апреля 2023г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Уравнения математической физики

Направление подготовки / Специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математическое и компьютерное моделирование

Для студентов 3 курса очной формы обучения

Составитель: *к.ф.-м.н.* Воронцова Е.Г.

Тверь, 2023

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является:

формирование и развитие у обучающихся компетенций в области использования аппарата современной теории уравнений с частными производными для решения задач математической физики.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основных понятий и принципов теории уравнений с частными производными;
- изучение основных методов и приемов решения уравнений второго порядка с частными производными;
- овладение основными приемами рассуждений и навыками, необходимыми для решения стандартных задач математической физики.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к обязательной части профессионального цикла. Она базируется на знаниях, полученных студентами в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Дифференциальная геометрия и топология», «Дифференциальные уравнения».

Требования к начальному уровню подготовки студента, необходимому для успешного освоения дисциплины: знание основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; теории дифференциальных уравнений.

Дисциплина «Уравнения математической физики» формирует у студента компетенции, которые будут использоваться при изучении дисциплины «Концепции современного естествознания», «Математические методы гравитации и космологии», в дальнейшей научно-исследовательской работе, а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. Объем дисциплины: 5 зачетных единиц, 180 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 34 часа, практические занятия 34 часа;

самостоятельная работа: 85 часов, контроль 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. УК-1.3 Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов. УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Использует базовые знания в области математики для решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем. ОПК-1.2 Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности. ОПК-1.3 Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования.

5. Форма промежуточной аттестации семестр прохождения: экзамен – 5 семестр.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			всего	в т.ч. практическая подготовка	
1. Дифференциальные характеристики скалярных и векторных полей в криволинейных координатах.	16	2	2	0	12
2. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных. Классификация уравнений в частных производных.	24	4	4	0	16
3. Общая схема метода Фурье (метода разделения переменных). Задача Штурма-Лиувилля.	26	4	4	0	18
4. Уравнения гиперболического типа. Уравнение колебаний.	34	8	8	0	18
5. Уравнения параболического типа. Уравнение теплопроводности.	30	6	6	0	18
6. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Лапласа.	28	6	6	0	16
7. Некоторые общие вопросы теории.	22	4	4	0	14
ИТОГО	180	34	34	0	112

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Дифференциальные характеристики скалярных и векторных полей в криволинейных координатах.	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
2. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных. Классификация уравнений в частных производных.	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
3. Общая схема метода Фурье (метода разделения переменных). Задача Штурма-Лиувилля.	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
4. Уравнения гиперболического типа. Уравнение колебаний.	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
5. Уравнения параболического типа. Уравнение теплопроводности.	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
6. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Лапласа.	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
7. Некоторые общие вопросы теории.	лекция практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов УК-1.1 , УК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь формализовать знания в виде формул, необходимых для решения задачи	1. Для скалярного поля $\frac{1}{r^2}$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ вычислить: а) градиент – в цилиндрических координатах, б) лапласиан – в сферических координатах. 2. Привести уравнение к простейшему каноническому виду $3u_{xx} + u_{xy} + 5u_x - u_y + 2u = 0.$	Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов; - Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла; - Имеется верное решение части задачи – 2 балла; - Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора УК-1.3

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Владеть базовыми навыками поиска и изучения.	Возможные темы для самостоятельного изучения: 1. Решение Даламбера для полубесконечной струны с закрепленным концом. 2. Колебания прямоугольной мембраны. 3. Элементы теории потенциала. Мультипольные разложения.	Способен самостоятельно найти требуемую информацию – 3 балла; способен проанализировать найденные сведения – 4 балла; способен применить полученные знания для решения конкретных задач – 5 баллов.

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки
индикатора УК-1.5

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать основные понятия, связанные с линейными УЧП 2-го порядка	Вопросы к экзамену: 1) Классификация уравнений второго порядка. 2) Характеристики уравнений второго порядка, их инвариантность при заменах независимых переменных. 3) Приведение уравнения гиперболического типа к каноническому виду в случае двух независимых переменных.	Дан полный верный ответ – 5 баллов; - Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла; - Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании ИЛИ ответ не дан – 0 баллов
Умеет выполнять приведение к каноническому виду УЧП 2-го порядка	Привести к каноническому виду уравнение $u_{xx} - 2 \sin x u_{xy} + (2 - \cos^2 x) u_{yy} = 0$.	Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов; - Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла; - Имеется верное решение части задачи – 2 балла; - Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов
Знает метод Фурье для задачи о колебаниях струны и умеет его применять для решения задач.	1. Вопрос: Опишите схему метода Фурье для задачи о колебаниях струны, закрепленной на концах. 2. Решить задачу о колебаниях струны $0 < x < l$ с закрепленными концами, если в начальном положении струна находится в покое,	Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов; Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ

	а начальная скорость постоянна и задана формулой $u_t(x,0) = v_0 = \text{const}.$	В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла; • Имеется верное решение части задачи – 2 балла; • Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов
--	--	---

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикаторов ОПК-1.1, ОПК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать основные понятия, связанные с решением задачи Штурма-Лиувилля и уметь находить ее решение.	Решить задачу Штурма-Лиувилля на интервале $(0; 2\pi)$ (найти собственные числа и собственные функции) $X''(x) + \lambda X(x) = 0,$ $X'(0) = X'(2\pi) = 0.$	Дан полный верный ответ – 5 баллов; • Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла; • Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании ИЛИ ответ не дан – 0 баллов
Знает алгоритм применения метода Фурье для уравнений параболического типа и уметь его применять для решения задач, связанных с уравнением теплопроводности.	Решить задачу о распространении тепла в тонком однородном стержне $0 < x < l$, боковая поверхность которого теплоизолирована, концы $x = 0$ и $x = l$ поддерживаются при нулевой температуре, а начальная температура постоянна ($u(x,0) = A_0 = \text{const}).$	Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов; • Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла; • Имеется верное решение части задачи – 2 балла;

		Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов
--	--	--

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора **ОПК-1.3**

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Умеет применять метод Фурье для решения задач, связанных с уравнением Лапласа.	1. Найти функцию $u(r, \theta)$, гармоническую внутри шара радиуса R с центром в начале координат и удовлетворяющую граничному условию $u(r, \theta) _{r=R} = 3 \cos^3 \theta + \cos \theta.$ 2. Найти гармоническую внутри шарового слоя $1 < r < 2$ функцию такую, что $u _{r=1} = 9 \cos 2\theta;$ $u _{r=2} = 3(1 - 7 \cos^2 \theta).$	Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов; - Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла; - Имеется верное решение части задачи – 2 балла; - Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. Рекомендуемая литература

а) Основная литература:

[1] Треногин, В. А. Уравнения в частных производных [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. А. Треногин, И. С. Недосекина. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 228 с. — ISBN 978-5-9221-1448-6.

URL: <https://e.lanbook.com/book/59744?category=3145> — Режим доступа: для авториз. пользователей

[2] Соболева, Е. С. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е. С. Соболева, Г. М. Фатеева. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 96 с. — ISBN 978-5-9221-1053-2.

URL: <https://e.lanbook.com/book/5295> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

[3] Владимиров, В. С. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебник / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2000. — 400 с. — ISBN 5-9221-0011-4.

URL: <https://e.lanbook.com/book/2363> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

[4] Буда́к, Б. М. Сборник задач по математической физике [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Буда́к, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. — 4-е, изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 688 с. — ISBN 5-9221-0311-3.

URL: <https://e.lanbook.com/book/63669> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

MS Office 365 proplus— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018
MicrosoftWindows 10 Enterprise— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018
MicrosoftOffice 365 proplus— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018
MicrosoftWindows 10 Enterprise— Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018
KasperskyEndpointSecurity 10 для Windows – Акт на передачу прав
№956 от 18 октября 2018 г.

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

Adobe Reader XI
Any Video Converter 5.9.0
Google Chrome
WinDjView 2.0.2

3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com;
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru>
3. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru>;
4. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
5. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru>
6. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp
8. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

Общероссийский портал Math-Net.Ru <http://www.mathnet.ru/>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по подготовке к практическим занятиям.

Подготовка к практическим занятиям по дисциплине включает в себя:

- изучение лекционного материала, необходимого для решения практических задач;
- решение практических задач, заданных преподавателем на дом;
- подготовку к контрольным и самостоятельным работам.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется изучить теоретический материал соответствующих разделов литературы из обязательного и дополнительного списков.

Темы занятий.

Тема 1. Дифференциальные характеристики скалярных и векторных полей в криволинейных координатах.

Скалярные и векторные поля. Дифференциальные характеристики скалярного поля. Дифференциальные характеристики векторного поля. Оператор Набла. Криволинейные системы координат. Дифференциальные операции в криволинейных координатах.

Тема 2. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных. Классификация уравнений в частных производных.

Вывод уравнения колебаний струны. Волновое уравнения для акустических колебаний. Уравнение теплопроводности. Уравнения Лапласа и Пуассона в электростатике и теории гравитационного потенциала. Уравнение Гельмгольца. Классификация уравнений второго порядка. Характеристики уравнений второго порядка, их инвариантность при заменах независимых переменных. Приведение линейного уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду. Приведение линейных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к простейшему каноническому виду. Типы граничных условий. Понятие о корректно поставленной задаче.

Тема 3. Общая схема метода Фурье (метода разделения переменных). Задача Штурма-Лиувилля.

Метод разделения переменных (общий случай). Общая постановка задачи Штурма-Лиувилля. Задача Штурма-Лиувилля для отрезка. Задача Штурма-Лиувилля для отрезка с периодическими граничными условиями.

Тема 4. Уравнения гиперболического типа. Уравнение колебаний

Метод характеристик. Решение Даламбера для бесконечной струны. Решение Даламбера для полубесконечной струны с закрепленным концом. Формула Пуассона-Парсеваля. Формула Кирхгофа. Запаздывающие потенциалы. Распространение двумерных и трехмерных волн: сравнение. Принцип Гюйгенса. Постановка начально-краевой задачи для струны с закрепленными концами. Колебания в ограниченных объемах. Метод разделения переменных для волнового уравнения. Моды колебаний. Колебания прямоугольной мембраны. Колебания круговой мембраны. Функции Бесселя.

Тема 5. Уравнения параболического типа. Уравнение теплопроводности

Распространение тепла в неограниченных областях. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши. Постановка начально-краевых задач для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Начально-краевая задача о распространении тепла в ограниченном стержне. Функция Грина для неоднородного уравнения теплопроводности. Примеры. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Распространение тепла в круглой пластине.

Тема 6. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Лапласа

Общие свойства гармонических функций. Формулы Грина. Постановка краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Интеграл Пуассона. Гармонические многочлены и сферические функции. Полнота. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для шара. Внутренняя задача Неймана для уравнения Гельмгольца в шаре. Функция Грина для уравнения Пуассона. Примеры.

Тема 7. Некоторые общие вопросы теории

Локальное существование решений. Теорема Коши-Ковалевской. Основные свойства обобщенных функций. Дельта-функция, ее производная и преобразование Фурье при $n=1,2,3$. Понятие фундаментального решения. Фундаментальные решения оператора Лапласа при $n=1,2,3$. Элементы теории потенциала. Мультипольные разложения. Потенциалы простого и двойного слоя. Существование и единственность решения задачи Дирихле.

Вопросы к экзамену (примерный список)

1. Дифференциальные характеристики скалярных полей.
2. Дифференциальные характеристики векторных полей.
3. Оператор Лапласа в криволинейной системе координат.
4. Классификация уравнений второго порядка.
5. Характеристики уравнений второго порядка, их инвариантность при заменах независимых переменных. Примеры характеристик для уравнений колебаний струны, теплопроводности.

6. Приведение уравнения гиперболического типа к каноническому виду в случае двух независимых переменных.
7. Приведение уравнений параболического и эллиптического типов к каноническому виду в случае двух независимых переменных.
8. Приведение линейных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами к простейшему каноническому виду.
9. Типы граничных условий. Понятие о корректно поставленной задаче.
10. Метод характеристик. Решение Даламбера для бесконечной струны.
11. Решение Даламбера для полубесконечной струны с закрепленным концом.
12. Формула Пуассона-Парсеваля (решение задачи Коши для однородного волнового уравнения на плоскости).
13. Формула Кирхгофа (решение задачи Коши для однородного волнового уравнения в трехмерном пространстве).
14. Основания метода Фурье (метода разделения переменных). Задача Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова.
15. Постановка начально-краевой задачи для струны с закрепленными концами. Метод Фурье.
16. Колебания прямоугольной мембраны.
17. Колебания круговой мембраны. Функции Бесселя.
18. Постановка начально-краевых задач для уравнения теплопроводности.
19. Начально-краевая задача о распространении тепла в ограниченном стержне.
20. Функция Грина для неоднородного уравнения теплопроводности. Примеры.
21. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Распространение тепла в круглой пластине.
22. Общие свойства гармонических функций. Формулы Грина.
23. Постановка краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона.
24. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Интеграл Пуассона.

25. Гармонические многочлены и сферические функции. Полнота.
26. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для шара.
27. Внутренняя задача Неймана для уравнения Гельмгольца в шаре.
28. Функция Грина для уравнения Пуассона. Примеры.
29. Локальное существование решений. Теорема Коши-Ковалевской.
30. Основные свойства обобщенных функций.
31. Понятие фундаментального решения. Фундаментальные решения оператора Лапласа при $n=1,2,3$.
32. Существование и единственность решения задачи Дирихле.

Требования к рейтинг-контролю:

учебный материал разбивается на 2 модуля.

1 модуль

Вид контроля	Формы контроля	Максимальный балл
Текущий контроль	работа на занятиях	15
	посещаемость	5
Рубежный контроль	Контрольная(ые) работа(ы)	10
Общая сумма баллов:		30

2 модуль

Вид контроля	Формы контроля	Максимальный балл
Текущий контроль	работа на занятиях	15
	посещаемость	5
Рубежный контроль	Контрольная(ые) работа(ы)	10
Общая сумма баллов:		30

Рейтинг студента складывается из баллов, полученных в каждом модуле. Форма итоговой аттестации – экзамен. Максимальная сумма баллов за семестр – 60 и 40 баллов выносятся на экзамен.

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Материально-техническое оснащение помещений
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Учебная аудитория № 203 (170002, Тверская обл., г.Тверь, пер. Садовый, дом 35)	Набор учебной мебели, меловая доска, переносной ноутбук. Интерактивная система Smart Board 660iv со встроенным проектором.

Для организации самостоятельной работы студентов необходимо наличие персональных компьютеров с доступом в Интернет.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)