

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 27.06.2025 12:22:51
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП: С.М. Дудаков
«10» июня 2023 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки
02.03.02 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Направленность (профиль)
Информатика и компьютерные науки

Для студентов 2 курса
Очная форма

Составитель:
к.ф.м.н., доцент Васильев А.А.

Тверь, 2023

I. Аннотация

1. Цели и задачи дисциплины

Целями и задачами освоения дисциплины являются освоение ключевых понятий, вопросов теории дифференциальных уравнений, постановок задач, формулируемых в виде дифференциальных уравнений, аналитических методов решения и методов качественного анализа.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к разделу «Математический» обязательной части Блока 1.

Дисциплина находится в логической и содержательно-методической взаимосвязи и требует знаний и умений, формируемых в результате освоения школьной программы, алгебры, математического анализа.

Дисциплина необходима как предшествующая, в частности, для дисциплин: физика, численные методы, методы оптимизации и ИСО.

3. Объем дисциплины: 3 зачетные единицы, 108 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 32 часа, практические занятия 32 часа;

контактная внеаудиторная работа: контроль самостоятельной работы ____ -- ____ , в том числе курсовая работа ____ -- ____ ;

самостоятельная работа: 44 часа, в том числе контроль 0 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные положения и концепции математических и естественных наук ОПК-1.2 Решает типовые математические и естественнонаучные задачи ОПК-1.3 Работает со стандартными математическими моделями при решении профессиональных задач

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения: зачет (4 семестр)

6. Язык преподавания: русский

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)					Самосто- ятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		Контроль самостоя- тельной работы (в том числе курсовая работа)	
		всего	в т.ч. практиче- ская подготовка	всего	в т.ч. практиче- ская подготовка		
1. Дифференциальные уравнения 1-го по- рядка	40	12		12			16
2. Уравнения n-го по- рядка	24	8		8			8
3. Системы ОДУ	24	8		8			8

4. Вопросы качественной теории дифференциальных уравнений	20	4		4			12
ИТОГО	108	32		32			44

Программа освоения учебной дисциплины

Тема 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия: дифференциальное уравнение, уравнение в дифференциалах, общее решение, частное решение, общий интеграл, частное решение, задача Коши, решение задачи Коши.

Решение ОДУ первого порядка и уравнений в дифференциалах:

- уравнение с разделяющимися переменными (51, 54) и уравнения, сводящиеся к ним: (62, 64); однородные уравнения (101, 108) и сводящиеся к ним (118);
- линейные уравнения (140, 146, 139), уравнения Бернулли (151);
- уравнение в полных дифференциалах (186).

Метод замены (161-163) и выделения дифференциала (197, 206). Задача Коши. Решение задач Коши (53, 56).

Интегральные кривые. Построение интегральных кривых методом изоклин, геометрическая интерпретация условия Коши и решения задачи Коши (2, 5).

Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Математическая формулировка и применение ОДУ в решении задач: закон изменения сформулирован в условии задачи и даны условия для нахождения коэффициентов (80, 82, 85, 87, лекционные), вывод уравнений (77-79, 91-92).

Краевые задачи. Функция Грина. Решение неоднородной краевой задачи (764, 767).

Решение уравнений понижением порядка.

Тема 2. Линейные уравнения n -го порядка

Линейные уравнения n -го порядка. ТСЕ. Линейная зависимость и независимость функций, определение, теоремы, исследование по определению и с использованием определителя Вронского (641, 644, 648, 652, 660). ФСР, нахождение ФСР, теорема об общем решении однородного уравнения, построение общего решения однородного уравнения (511, 524, 518, 531). Общее решение неоднородных уравнений. Нахождение частного решения: метод вариации произвольных постоянных (576, 578), метод неопределенных коэффициентов и принцип суперпозиции (542, 543, 547, 548).

Тема 3. Системы ОДУ

Сведение задачи Коши уравнения к задаче Коши системы (585, 587). Сведение задачи Коши системы к задаче Коши уравнения ($x(0)=0$, $y(0)=0$). Нахождение ФСР, общего решения, решения задачи Коши уравнения (системы) сведением к соответствующей задаче для системы (уравнения) (585, 587, 831, 833, $x(0)=0$, $y(0)=0$).

Линейные системы n -го порядка. ТСЕ. Линейная зависимость и независимость вектор-функций, определение, теоремы, исследование по определению и с использованием определителя Вронского. ФСР, теорема о существовании ФСР, нахождение ФСР, построение общего решения однородной системы (828, 829, 800, 801, 805). Общее решение неоднородных уравнений. Нахождение частного решения: метод вариации произвольных постоянных (846, 847), метод неопределенных коэффициентов и принцип суперпозиции (828, 833).

Тема 4. Вопросы качественной теории дифференциальных уравнений

Динамические (автономные) системы. Фазовое пространство, фазовые траектории. Классификация особых точек линейных однородных систем 2-го порядка с постоянными действительными коэффициентами (962, 972, 974, 973, 966). Нахождение особых точек и построение фазовых траекторий в их окрестности для нелинейных систем (1028, 1025, 986, 902). 2. Устойчивость и

асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову. Определение. Исследование на устойчивость по первому приближению - нахождение и исследование на устойчивость положений равновесия (916-918; пример п.15, 907-909).

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
2. Уравнения n-го порядка	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
3. Системы ОДУ	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
4. Вопросы качественной теории дифференциальных уравнений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лекции, практические занятия в диалоговом режиме, выполнение индивидуальных заданий в рамках самостоятельной работы.

Дисциплина предусматривает выполнение контрольных работ, письменных домашних заданий, индивидуальных контрольных заданий.

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.1 Знает основные положения и концепции математических и естественных наук

1. Назвать общий вид классических интегрируемых дифференциальных уравнений.
2. Сформулировать методы нахождения решения однородного уравнения.
3. Сформулировать определение, методы нахождения ФСР линейных уравнений n -го порядка.
4. Сформулировать методы нахождения частного решения линейных уравнений n -го порядка.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Дан правильный развернутый ответ – 2 балла;

Ответ содержит неточности – 1 балл.

ОПК-1.2 Решает типовые математические и естественнонаучные задачи

1. Определить тип и решить уравнения

1.1) $y' = 2y^2 \sin(2x - 4)$, $y(2) = 1$,

1.2) $y' = (y + 3x + 2)^5 - 3$,

1.3) $y' = 2 \frac{y}{x} - 4$, (решить как однородное)

$$1.4) y' = 2 \frac{y}{x} - 4, \quad y(1) = 4.$$

2. Найти ФСР уравнений

$$2.1) y'' + 5y' + 4y = 0$$

$$2.2) y'' - 10y' + 25y = 0$$

$$2.3) y'' - 8y' + 25y = 0$$

3. Выписать вид частного решения $y'' - 7y' = f(x)$ с неоднородностью вида

$$3.1) f(x) = (4x^2 + 7)e^{2x}$$

$$3.2) f(x) = 3e^{7x}$$

$$3.3) f(x) = 4xe^{-3x} \cos(7x).$$

4. Найти ФСР, общее решение системы

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задание выполнено полностью – 10 баллов.

Задание выполнено частично – от 4 до 9 баллов.

Выполнены отдельные элементы – от 1 до 3 баллов.

Задание не выполнено - 0

ОПК-1.3 Работает со стандартными математическими моделями при решении профессиональных задач

1. Скорость увеличения величины вклада пропорциональна его текущей величине. Сформулировать задачу Коши и найти закон изменения величины вклада, если начальная величина была равна N_0 .

2. Построить фазовый портрет системы. Исследовать на устойчивость

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задание выполнено полностью – 10 баллов.

Задание выполнено частично – от 4 до 9 баллов.

Выполнены отдельные элементы – от 1 до 3 баллов.

Задание не выполнено 0

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) основная литература:

1. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210038>
2. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения учебник / В.А. Треногин. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614>
3. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>

б) дополнительная:

1. Рыбаков К.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: практический курс: учебное пособие / К.А. Рыбаков, А.С. Якимова, А.В. Пантелеев. - М.: Логос, 2010. - 384 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84753>
2. Асташова И.В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения»: учебное пособие / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - М.: Евразийский откры-

тый институт, 2011. - 96 с. - ISBN 978-5-374-00488-5; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289>

2) Программное обеспечение

Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
OC Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com;
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)

Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов - 1-й модуль и 50 баллов - 2-й модуль).

Студенту, набравшему 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

Проводятся 3 контрольных мероприятия: (1-й модуль) решение индивидуальных заданий, контрольная, (2-й модуль) решение индивидуальных заданий, контрольная, (3) зачет.

Распределение баллов: 33/33/34.

Типовые задания для практических занятий, домашней работы и рейтингового контроля

Типовые задачи по всем темам приведены в тексте учебной программы: II. Структура дисциплины

Тема 1. Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка: 51, 54; 62, 64; 101, 108; 118; 140, 146, 139; 151; 167, 168; 186; 161-163; 197, 206; 53, 56, 2, 5.

Тема 2. Уравнения n-го порядка: 511, 524, 518, 531; 576, 578; 542, 543, 547, 548.

Тема 3. Системы ОДУ: 585, 587, 831, 833, $x(0)=0$, $y(0)=0$; 828, 829, 800, 801, 805; 846, 847; 828, 833.

Тема 4. Вопросы качественной теории дифференциальных уравнений: 1028, 1025, 986, 902; 916-918; пример п.15, 907-909.

Формами текущего контроля самостоятельной работы и освоения дисциплины являются устные опросы по лекционному материалу, материалу практик, рейтинговая оценка письменные решения расчетно-графических работ.

Оценочные средства текущего контроля для самоподготовки

1. Индивидуальная контрольное задание

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.

Цель: проверка знания и умения решать ОДУ 1-го порядка.

Типовой вариант самостоятельной работы: 54, 108, 136, 186, 408.

Примеры задач, задачи для самостоятельной подготовки: 301-420 сб. задач А.Ф. Филиппова.

2. Контрольная работа

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.

Цель: текущая проверка знания и умения решать ОДУ 1-го порядка.

Примеры задач, задачи для самостоятельной подготовки: 301-420 сб. задач А.Ф. Филиппова.

Типовой вариант: определить тип уравнения, проделать стандартную (нестандартную) замену: 101, 151, 408.

3. Индивидуальное контрольное задание

Тема: Дифференциальные уравнения n -го порядка и методы их решения.

Цель: текущая проверка знания и умения решать ОДУ n -го порядка.

Примеры задач теста, задачи для самостоятельной подготовки: 511-574 сб. задач А.Ф. Филиппова.

Типовой вариант: найти ФСР уравнения 511, 523, 524; написать вид частного решения 546, 545.

4. Контрольная работа

Тема: Дифференциальные уравнения n -го порядка и методы их решения.

Цель: текущая проверка знания и умения решать ОДУ n -го порядка.

Типовой вариант контрольной работы: 522, 549, 583.

Примеры задач, задачи для самостоятельной подготовки: 511-574 сб. задач А.Ф. Филиппова.

Вопросы, программа и задачи зачета: программа курса и приведенные ниже задачи.

Задачи типового варианта:

- 1) Определить тип. Решить уравнение $y' = -4y/x - 1$ Решить как линейное и как однородное (тема 1)
- 2) Построить интегральные кривые уравнения методом изоклин. Выделить решение задачи Коши $y' = (x-1)(y-1)$, $y(-1) = 2$. (тема 2).
Построить общее решение уравнения $y' = 2y - 2$ методом изоклин. Выделить решение задачи Коши $y(0) = 1$.
- 3). Решить понижением порядка $(y')^2 + 3y'' = 0$.
- 4) Дана задача Коши: $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

- 4.1) Найти ФСР (обосновать)
- 4.2) Выписать $y_{oo} =$.
- 4.3) Найти $y_{\text{ч}}$ методом неопределенных коэффициентов (МНК).
- 4.4) Найти $y_{\text{ч}}$ методом вариации произвольных постоянных (МВПП).
- 4.5) Выписать $y_{on} =$.
- 4.6) Решить задачу Коши.
- 5). Найти общее решение системы 6) методом исключения.
- 6) Матрично найти и выписать ФСР. Найти решение МВПП. Найти частное решение методом неопределенных коэффициентов (МНК). Выписать общее решение. Найти решение задачи Коши.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e' \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 7) Построить фазовый портрет системы. Исследовать на устойчивость

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Самостоятельная работа студентов включает проработку лекционного материала, подготовку к тестам промежуточного контроля, выполнение индивидуальных заданий.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Организуя свою учебную работу, студенты должны, во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д. Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электрон-

ных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом, должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями.

Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем.

Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление конспектов.

В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания используются схемы и таблицы.

5. Подготовка к зачету / экзамену.

При подготовке к зачету / экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций.

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Учебная аудитория № 308 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.
Учебная аудитория № 20 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.

Для самостоятельной работы

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.
---	--

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение, необходимое для проведения практики 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в программное обеспечение	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
2.			
3.			

