

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 09.09.2024 12:08:35  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:

Руководитель ООП:



*Шаров Г.С.* Шаров Г.С.

«30» 05 2024 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки  
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем

Профиль подготовки  
Математические основы информатики

Для студентов 2 курса очной формы обучения

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Составитель: к.ф.м.н., доцент Е.М. Ершова

Тверь, 2024

## **I. Аннотация**

### **1. Цели и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

- 1) фундаментальная подготовка в области обыкновенных дифференциальных уравнений;
- 2) овладение точными и приближенными методами поиска решений уравнений;
- 3) овладение способами математического моделирования с применением дифференциальных уравнений.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основ дифференциальных уравнений (простейшие типы уравнений, линейные уравнения, системы дифференциальных уравнений, теоремы существования дифференциальных уравнений);
- формирование навыков решения основных дифференциальных уравнений;
- формирование умений применять полученные знания для решения прикладных задач;
- Формирование умения использовать систему знаний дисциплины для адекватного математического моделирования различных процессов.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Курс «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части дисциплин, формирует универсальные и общепрофессиональные компетенции.

Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения в школе и при изучении дисциплин «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Аналитическая геометрия». От успешности освоения дисциплины в значительной степени зависит эффективность дальнейшего обучения студента, в том числе и при последующем изучении дисциплин «Дифференциальная геометрия и топология», «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование», курсов, использующих численные методы.

### **3. Объем дисциплины:**

8 зачетных единиц, 288 академических часов, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции – 68 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

практические занятия – 68 часов, в т.ч. практическая подготовка – 0 часов;

самостоятельная работа: 115 часов, в том числе контроль 27 часов, курсовая работа – 10 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя её базовые составляющие
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1 Оперирует базовыми знаниями в области основных математических и естественно-научных дисциплин, предусмотренных учебным планом</p> <p>ОПК-1.2 Решает типовые задачи основных математических и естественно-научных дисциплин, применяя стандартные приемы и методы</p> <p>ОПК-1.3 Выбирает различные методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных при изучении основных математических и естественно-научных дисциплин</p>
ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	<p>ОПК-2.1 Применяет основные математические методы и приемы для решения задач проектирования и разработки программ и программных комплексов</p> <p>ОПК-2.2 Применяет программы и программные комплексы для решения задач профессиональной деятельности</p>

**5. Форма промежуточного контроля.** Курсовая работа — 4 семестр, по окончании 4-го семестра – зачет, 2-го – экзамен.

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**1. Для студентов очной формы обучения**

Наименование разделов и тем	Всего	Контактная работа		Самостоятельная работа
		Лекции	Практическая работа	
1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Решение. Поле направлений. Интегральные кривые. Задача Коши. Симметричная форма уравнения. Приближенное построение интегральных кривых. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	18	4	6	8
2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка.	14	2	6	6
3. Линейные уравнения первого порядка. Теорема об общем решении. Метод вариации постоянных. Уравнения Бернулли и Рикатти.	18	4	6	8
4. Уравнения в полных дифференциалах. Признак уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	13	3	4	6
5. Теорема существования и единственности задачи Коши для уравнений первого порядка.	12	3	2	7
6. Продолжаемые и непродолжаемые решения. Продолжаемость решения заданного на отрезке. Теорема о существовании непродолжаемого решения. Необходимые и достаточные условия непродолжаемости решений. Теорема о существовании решения на открытом интервале.	13	3	2	8
7. Уравнения в общей форме. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Метод параметризации. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые точки. Дискриминантное множество.	20	6	6	8
8. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка. Решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Методы понижения порядка.	22	6	6	10
9. Линейные уравнения $n$ -го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Свойства решений линейных однородных уравнений. Теорема об определителе Вронского. Теорема об общем решении однородного уравнения. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. Метод вариации постоянных.	15	5	4	6
13. Линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении. Формула смещения. Линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью квазимногочленом.	19	5	8	6
16. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение. Поле направлений. Интегральная кривая. Задача Коши. Теорема существования и единственности для систем дифференциальных уравнений. Оценка отклонения $k$ -го последовательного прибли-	14	5	3	6

жения от решения. Дифференцируемость решений по параметрам.				
18. Линейные системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности. Свойства решений линейных однородных систем. Теорема об определителе Вронского для систем. Теорема об общем решении однородной системы. Фундаментальная матрица линейной системы. Теорема о фундаментальной матрице. Формула Остроградского-Лиувилля для систем и уравнений. Теорема об общем решении линейной неоднородной системы. Метод вариации постоянных.	17	5	6	6
20. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Экспонента матрицы. Фундаментальная матрица системы с постоянными коэффициентами. Методы нахождения фундаментальной матрицы.	17	5	6	6
21. Автономные системы. Свойства решений автономных систем. Теорема о трех типах траекторий автономных систем. Первые интегралы автономных систем. Теорема о первых интегралах. Существование независимых первых интегралов. Теорема о выпрямлении векторного поля. Классификация особых точек линейных автономных систем второго порядка.	14	4	4	6
22. Устойчивость решений по Ляпунову. Устойчивость решений линейных автономных систем. Лемма Ляпунова. Теорема об устойчивости по первому приближению.	12	3	3	6
Курсовая работа				10
Итого	288	68	68	152

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Дифференциальные уравнения первого порядка.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное решение дифференциальных уравнений, групповое решение творческих задач.
Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерная визуализация, групповое решение творческих задач.
Теорема существования и единственности задачи Коши для уравнений первого порядка. Продолжаемые и непродолжаемые решения	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, групповое решение творческих задач.
Уравнения в общей форме. Уравнения Лагранжа и Клеро.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, групповое решение творческих задач.
Дифференциальные уравнения n-го порядка. Решение. Методы понижения порядка.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное решение дифференциальных уравнений, групповое решение творческих задач.
Линейные уравнения n-го порядка. Свойства решений. линейных однородных уравнений. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное решение, групповое решение творческих задач.
Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности для систем.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное решение, групповое решение творческих задач.
Линейные системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности. Теорема об определителе Вронского. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное решение, групповое решение творческих задач.
Автономные системы. Свойства решений автономных систем. Устойчивость решений по Ляпунову. Устойчивость решений линейных автономных систем.	Лекция, практическое занятие	Традиционная лекция, лекция-визуализация, компьютерное решение, групповое решение творческих задач.

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной ат-

## тестации

### 1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенций

**УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

**ОПК-1.** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

**ОПК-2.** Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности

Формирование компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<p><b>ОПК-1.</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ:</p> <p><b>Контрольная работа № 1</b> Найти все решения уравнений:</p> <p>1) <math>2xy' + y^2 = 1</math> ; 2) <math>y' + y = xy^3</math> .</p> <p><b>Контрольная работа № 2</b> 1) Найти решение уравнения в полных дифференциалах: <math>(2x + e^y + \sin x)dx + xe^y dy = 0</math> 2) Найти решение системы</p> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Имеется полное верное решение – 3 балла</i></li> <li>• <i>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки – 2 балла</i></li> <li>• <i>Имеется верное решение части уравнения, неравенства или задачи – 1 балл</i></li> <li>• <i>Решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов</i></li> </ul>
<p><b>ОПК-2.</b> Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных обла-</p>	<p>Проверка осуществляется по результатам выполнения контрольных работ:</p> <p><b>Контрольная работа № 1</b> Найти кривую, у которой тангенс угла наклона касательной в любой ее точке равняется ординате этой точки, увеличенной на 3 единицы.</p> <p><b>Контрольная работа № 2</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Имеется полное верное решение – 3 балла</i></li> <li>• <i>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки – 2 балла</i></li> <li>• <i>Имеется верное</i></li> </ul>

стях человеческой деятельности	Найти общие решения уравнений: 1) $y''+y'=4x^2e^x$ ; 2) $y'''-5y''+6y'=0$	<i>решение части уравнения, неравенства или задачи – 1 балл</i> • <i>Решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов</i>
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Используются результаты устных опросов, письменного тестирования: 1) Дифференциальные уравнения первого порядка. 2) Дифференциальные уравнения n-го порядка. 3) Системы дифференциальных уравнений.	• <i>Формулировки определений и теорем корректны, детализированы, формулы приведены правильно – 3 балла</i> • <i>Отдельные незначительные неточности в формулировках или формулах – 2 балла</i> • <i>наряду с корректными имеются ошибочные формулировки или формулы – 1 балл</i> • <i>большая часть определений и формул приведена неверно – 0 баллов</i>

### **3. Оценочные средства для контроля успеваемости:**

1. Вопросы для самостоятельной работы студентов.
2. Темы рефератов для самостоятельной работы студентов.
3. Контрольные работы для проверки усвоения материала.
4. Тесты для проведения рейтинг-контроля.
5. Задания для контроля практических навыков.
6. Вопросы к экзамену.

### **4. Текущий контроль успеваемости**

*Текущий контроль успеваемости проводится в виде устных опросов, проверки выполнения домашних заданий, выполнения письменных аудиторных и домашних контрольных работ, написания рефератов, решения задач.*



## **5. Промежуточная аттестация**

*По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде зачета, что позволяет оценить работу студентов в течение всего срока изучения дисциплины. Зачет призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных студентом теоретических знаний и умений применять эти знания на практике. Промежуточная аттестация выставляется по результатам написания проведенных контрольных работ, выполнения домашних и аудиторных заданий, написания рефератов.*

## **6. Рубежный контроль**

### **Экзаменационные вопросы**

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Решение. Поле направлений. Интегральные кривые. Задача Коши. Локальная единственность. Симметричная форма уравнения. Приближенное построение интегральных кривых с помощью изоклин.
2. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
3. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
4. Однородные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности. Гомотетичность интегральных кривых.
5. Линейные уравнения первого порядка. Теорема об общем решении. Метод вариации постоянных.
6. Уравнения в полных дифференциалах. Признак уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Уравнения неразрешенные относительно производной. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
8. Интегрирование методом введения параметров. Уравнения Лагранжа и Клеро.
9. Особые точки уравнения  $F(x, y, y')=0$ . Дискриминантное множество.
10. Теорема Пикара. Доказательство существования решения.
11. Теорема Пикара. Доказательство единственности решения.
12. Оценка отклонения  $n$ -го последовательного приближения от решения.
13. Лемма Гронуолла.
14. Продолжаемые и непродолжаемые решения. Продолжаемость решения заданного на отрезке. Теорема о существовании непродолжаемого решения.
15. Необходимые и достаточные условия непродолжаемости решений.
16. Теорема о существовании решения на  $(a, b)$ .
17. Дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
18. Линейные уравнения  $n$ -го порядка. Теорема существования и единственно-

сти решения задачи Коши.

19. Свойства решений линейного однородного уравнения. Теорема об определителе Вронского.

20. Теорема о существовании базиса решений линейного однородного уравнения. Теорема об общем решении.

21. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении. Формула смещения.

22. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью квазимногочленом.

23. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. Метод вариации постоянных.

24. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальная форма системы. Решение. Поле направлений. Интегральная кривая. Задача Коши.

25. Вектор-функции и их свойства. Лемма об интегральном неравенстве.

26. Условие Липшица. Достаточные условия выполнения условия Липшица.

27. Теорема Пикара-Линделефа.

28. Линейные системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности.

29. Свойства решений линейных однородных систем. Теорема об определителе Вронского.

30. Теорема о существовании базиса решений линейных однородных систем.

Теорема об общем решении.

31. Формула Остроградского-Лиувилля для систем и уравнений.

32. Фундаментальная матрица линейной системы. Теорема о фундаментальной матрице.

33. Линейные неоднородные системы. Теорема об общем решении. Метод вариации постоянных.

34. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами (случай простых собственных чисел матрицы).

35. Норма матрицы и ее свойства. Экспонента матрицы.

36. Фундаментальная матрица системы с постоянными коэффициентами.

37. Нормальная жорданова форма матрицы. Практическое вычисление экспоненты.

38. Автономные системы. Свойства решений автономных систем.

39. Первые интегралы автономных систем. Теорема о первых интегралах.

40. Теорема о выпрямлении векторного поля.

41. Устойчивость решений по Ляпунову. Устойчивость решений линейных автономных систем.

42. Лемма Ляпунова. Теорема об устойчивости по первому приближению.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **1) Рекомендуемая литература**

Основная литература:

1. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>
2. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-9441-5. — Текст : электронный // URL: <https://e.lanbook.com/book/195426>
3. Филиппов А.В. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва : URSS, 2022. — 240 с. — ISBN 978-5-9519-2872-6

Дополнительная литература:

1. Басов, В. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: лекции и практические занятия : учебное пособие / В. В. Басов. — Санкт-Петербург : СПбГУ, 2023. — 436 с. — ISBN 978-5-288-06319-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/315887>

2) Лицензионное программное обеспечение и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства.

Google Chrome    бесплатное ПО;

Яндекс Браузер    бесплатное ПО;

Kaspersky Endpoint Security 10    акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022;

Многофункциональный редактор ONLYOFFICE    бесплатное ПО;

ОС Linux Ubuntu    бесплатное ПО;

Octave 8.3.0    бесплатное ПО.

3) Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы, перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. [http://math.phys.msu.ru/Education/General\\_courses/Differential\\_equations/show\\_page](http://math.phys.msu.ru/Education/General_courses/Differential_equations/show_page) (методические материалы кафедры математики физического факультета МГУ по курсу «Дифференциальные уравнения»)

2. <http://math.phys.msu.ru/data/57/lekcii.pdf> (МГУ, семестровый курс лекций по теории дифференциальных уравнений для студентов физического факультета)

3. <http://detc.usu.ru/courses/cmath0011/index.html> (Э.В.Вдовина, В.Г.Пименов, Уральский ГУ, интернет-учебник по теории дифференциальных уравнений ЦТДО)
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm> (международный научно-образовательный сайт EqWorld, обыкновенные дифференциальные уравнения)
4. <http://www.edudic.ru/bes/19049/> (Энциклопедический словарь, “дифференциальное уравнение”)
7. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/examples.asp> (примеры решения типовых задач курса теории обыкновенных дифференциальных уравнений в среде математических пакетов Mathcad и Mathematica)

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Методические указания и вопросы для самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью изучения дисциплины. Кроме того, в темах, изучаемых при контактной работе со студентами, есть отдельные учебные вопросы, которые студенты должны изучить самостоятельно. Контроль знаний при самостоятельном изучении тем и вопросов дисциплины осуществляется при проведении текущего контроля в виде устных опросов, письменных контрольных работ и тестирования во время рейтинг-контроля. Вопросы для самостоятельной работы также включаются в темы рефератов, которые студенты защищают на семинарских занятиях, и в перечень вопросов для зачета.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к зачету. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить логические связи между его элементами, в ряде случаев показать их графически, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя. При работе над текстом лекции студенту необходимо обратить особое внимание на проблемные вопросы, поставленные преподавателем при чтении лекции, а также на его задания и рекомендации. Работая над текстом лекции, необходимо иметь под рукой справочные издания: сло-

варь-справочник, энциклопедический экономический словарь, в которых можно найти объяснение многим встречающимся в тексте терминам, содержание которых студент представляет себе весьма туманно, хотя они ему и знакомы. В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы.

## **ТРЕБОВАНИЯ К РЕЙТИНГ-КОНТРОЛЮ**

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:  
*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 9-10 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;  
*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 32-33 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

Максимальная сумма баллов в I семестре составляет 100 баллов. При этом на 1-й модуль отводится 40 баллов, на 2-й – 60 баллов. Из них 20 и 30 соответственно отводятся на рейтинговый контроль, по 7 – на домашние задания, а оставшиеся 13 и 23 балла – на текущую работу (ответы у доски, самостоятельное выполнение заданий и т.д.). Студенту, набравшему 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачётной книжке выставляется оценка «зачтено».

Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдаёт зачёт в последнюю неделю семестра по данной дисциплине. Баллы, полученные на зачёте, проставляются в ведомости.

Максимальная сумма рейтинговых баллов во II семестре составляет 60. При этом на 1-й модуль отводится 30 баллов, на 2-й – 30 баллов. Из них по 12 отводятся на рейтинговый контроль, по 7 – на домашние задания, а оставшиеся 11 – на текущую работу (ответы у доски, самостоятельное выполнение заданий и т.д.).

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

Студенту, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в экзаменационной ведомости и зачётной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Студенту, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе экзаменационной ведомости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Студенту, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе экзаменационной ведомости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдаёт экзамен.

Ответ студента на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене.

При этом начисление баллов производится следующим образом:

- 1) Теоретические вопросы раскрыты полностью, с приведением примеров. Все задания практической части выполнены безукоризненно. Решение характеризуются краткостью, обоснованностью, логичностью – 40 баллов;
- 2) Теоретические вопросы раскрыты полностью, но не приведены примеры. При решении задачи допущены незначительные вычислительные ошибки или студентом использованы правильные, но не всегда рациональные методы и алгоритмы – 30 баллов;
- 3) Теоретические вопросы раскрыты не полностью. Задача решена с недочётами и менее, чем наполовину. При этом должны быть правильно определены типы задач и указаны применяемые формулы без грубых ошибок. Это показывает, что экзаменуемый понимает связь теоретического материала с решением конкретных примеров – 20 баллов;
- 4) Допущены грубые ошибки в ответе на теоретический вопрос. Была попытка решить экзаменационные задачи. Студент допустил грубые ошибки в применении формул. Это показывает, что студент не имеет навыков решения практических задач, им усвоены лишь отдельные факты программного материала, все имеющиеся знания отрывочны и бессистемны – 0 баллов.

Правила формирования рейтинговой оценки и шкалу пересчета рейтинговых баллов в оценку на экзамене см. в «Положении о рейтинговой системе обучения в ТвГУ»: [https://tversu.ru/sveden/files/Pologhenie\\_o\\_reytingovoy\\_sisteme\\_obucheniya\\_v\\_TvGU\(1\).pdf](https://tversu.ru/sveden/files/Pologhenie_o_reytingovoy_sisteme_obucheniya_v_TvGU(1).pdf)

1. Метод изоклин для построения графиков решений дифференциальных уравнений.
2. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
3. Способы нахождения интегрирующего множителя.
4. Метод последовательных приближений к точному решению для уравнений 1-го порядка.
5. Метод введения параметров.
6. Оценка отклонения  $k$ -го последовательного приближения от решения системы.
7. Способы построения экспоненты матрицы.
8. Нахождение особых точек линейных автономных систем второго порядка.
9. Фазовая плоскость и фазовые траектории.
10. Исследование устойчивости решений систем с помощью теорем Ляпунова и Четаева.
11. Критерии устойчивости Рауса-Гурвица, Ляпунова-Шипара и Михайлова.
12. Применение дифференциальных уравнений для решения физических задач.
13. Задачи, приводящие к линейным дифференциальным уравнениям.
14. Задачи, приводящие к однородным дифференциальным уравнениям первого порядка.
15. Задачи, приводящие к неполным дифференциальным уравнениям второго порядка.
16. Задачи, приводящие к системам дифференциальных уравнений.

**Темы самостоятельных работ по дифференциальным уравнениям с методическими указаниями по подготовке к ним.**

1. Уравнения с разделяющимися переменными.

Научиться решать уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, приводящиеся к ним.

2. Однородные уравнения.

Научиться решать однородные уравнения и приводить уравнения к однородным при помощи переноса начала координат и замены.

3. Физические и геометрические задачи.

Научиться составлять дифференциальные уравнения по заданным геометрическим или физическим свойствам неизвестной функции.

4. Линейные уравнения 1-го порядка.

Научиться решать линейные уравнения относительно  $x$  и  $y$ , уравнения Бернулли и Риккати.

5. Уравнения в полных дифференциалах и интегрирующий множитель.

Научиться решать уравнения в полных дифференциалах, находить интегрирующие множители и применять метод выделения полных дифференциалов.

6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.

Изучить метод введения параметра, научиться решать уравнения Лагранжа и Клеро, находить особые решения уравнений, неразрешенных относительно производной.

7. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Изучить методы понижения порядка и научиться их применять.

8. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Научиться решать линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами и линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью – квазимногочленом, научиться применять метод вариации постоянных.

9. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.

Научиться решать линейные уравнения с переменными коэффициентами с помощью формулы Остроградского-Лиувилля.

10. Линейные системы с постоянными коэффициентами.

Научиться решать линейные однородные и неоднородные системы 1-го порядка с постоянными коэффициентами, для нахождения частных решений применять метод неопределенных коэффициентов и метод вариации постоянных.

11. Устойчивость.

Научиться выяснять, является ли данное решение устойчивым; выяснять, является ли нулевое решение устойчивым по первому приближению и с помощью функции Ляпунова; находить положения равновесия и исследовать их на устойчивость; исследовать устойчивость нулевого решения при помощи критериев Рауса-Гурвица, Михайлова и Лъенара-Шипара.

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных



технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

1. Работа с учебными пособиями. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление глоссария. В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут

раскрыты в ходе лекционных занятий.

5. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

6. Подготовка к зачету / экзамену. При подготовке к зачету / экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций. Экзамен студенты могут сдавать в виде теста, контрольной работы или устного ответа по вопросам, представленным в данной программе. Для получения положительной оценки на экзамене необходимо продемонстрировать знания, не ниже базового (минимального) уровня.

Процедура оценивания знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности обучающихся по дисциплине производится в рамках балльно-рейтинговой системы, включая рубежную и текущую аттестации.

## **VII. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория, оборудованная мультимедийной техникой.

## **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п. п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1	Разделы I, II, VI	Доработка рабочей программы дисциплины в соответствии с методическими рекомендациями макета ООП и учебным планом: обновление содержания дисциплины, структурированного по разделам; добавление разбивки баллов по модулям	20.04.2023 г, протокол № 7
2			
3			