

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 10.09.2024 10:39:14  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»**

Утверждаю:  
Руководитель ООП:  
к.филос.н. А.А. Сладкова  
  
«10.09.2024» 2024 г.  


Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Математика**

Специальность

**38.05.02 Таможенное дело**

Профиль

**Правовое обеспечение таможенной деятельности**

для студентов 1 курса очной формы обучения

Составитель: к. физико – математических наук Воронцова Е.Г.

Тверь, 2024

## **I. Аннотация**

### **1. Цели и задачи дисциплины «Математика»**

Целью освоения дисциплины является:

формирование и развитие у обучающихся компетенций в области использования математического аппарата различных разделов высшей математики для решения стандартных математических задач в различных областях.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основных понятий и принципов из различных разделов высшей математики;
- изучение основных методов и приемов решения различных математических задач;
- овладение основными приемами рассуждений и навыками, необходимыми для решения стандартных задач линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части учебного плана. Она изучается на первом курсе в течение двух семестров. Интенсивность изучения составляет: первый семестр 2 ч. практических занятий, второй семестр 2 ч. практических занятий.

Изучаемая дисциплина логически и содержательно-методически взаимосвязана с дисциплиной: информатика. Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин: знания и умения, полученные в рамках школьного курса математики.

**3. Объём дисциплины** составляет 6 зачетных единиц (216 часов), в том числе контактная работа: практические занятия 70 часа, самостоятельная работа 110 часов, в том числе 36 часов – контроль.

**4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (или модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

<b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
<b>УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на осно-</b>	<b>УК-1.1 -</b> Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними

<b>ве системного подхода, вырабатывать стратегию действий</b>	
---	--

**5. Форма промежуточной аттестации, семестр прохождения:** в первом семестре – зачет, во втором семестре - экзамен.

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			все-го	в т.ч. практическая подготовка	
<b>1. Математика как научная дисциплина.</b>	12	0	2	0	10
<b>2. Элементы теории множеств.</b>	15	0	4	0	11
<b>3. Основы линейной алгебры.</b>	32	0	12	0	20
<b>4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	39	0	14	0	25
<b>5. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>	39	0	14	0	25

<b>6.</b> Аналитическая геометрия.	37	0	12	0	25
<b>7.</b> Элементы комбинаторики и основы теории вероятностей.	42	0	12	0	30
<b>Контроль</b>	36				
<b>ИТОГО</b>	<b>216</b>	<b>0</b>	<b>70</b>	<b>0</b>	<b>146</b>

### **III. Образовательные технологии**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
<b>1.</b> Математика как научная дисциплина.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>2.</b> Элементы теории множеств.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>3.</b> Основы линейной алгебры.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>4.</b> Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>5.</b> Интегральное исчисление функции одной переменной.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).

6. Аналитическая геометрия.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
7. Элементы комбинаторики и основы теории вероятностей.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).

#### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки уровня сформированности компетенции **УК-1**: *Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий*

**Индикатор УК-1.1:** *Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними*

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знание основных понятий, определений и теорем	<p><b>1. Основные понятия, определения и теоремы</b></p> <p>1. Установить соответствие между функцией и ее графиком.</p> <p>2. Установить соответствие между функцией и ее производной.</p> <p>3. Дать определение сложной функции.</p> <p>4. Дать определение вероятности.</p>	<p>Дан полный верный ответ на вопрос – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла;</li> <li>• Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>ответ не дан – 0 баллов</p>

<p>Умение применять основные формулы, теоремы и определения при решении задач</p>	<p><b>1.</b> Найти производную функции: <math>y = x^2 \sqrt{1-x^2}</math> ;  <math>y = \ln(x + \sqrt[3]{x^2 + 16})</math> ;  <math>y = \ln \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}</math>  <math>y = \cos^3 3x + \sqrt{1 + \sin^2 5x}</math> ;  <math>y = \cos^2 3x \cdot (1 - \sin 3x)</math> ;  <math>y = \frac{2x}{\sqrt{5 + 4x^2}}</math> ; <math>y = \frac{\sqrt{x}}{\arccos 7x^2}</math> ;  <math>y = \operatorname{arctg} \frac{1-8x}{x^2 + 1}</math>.</p> <p><b>2.</b> В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов хотя бы 7 отличников.</p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Имеется верное решение части задачи – 2 балла;</li> <li>Решение не дано</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>дано неверное решение – 0 баллов</p>
---	---	--

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1. Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2024. — 401 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/535729> (дата обращения: 22.02.2024).
2. Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата : учебник / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 472 с. — Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1933160> (дата обращения: 22.02.2024).

#### б) Дополнительная литература:

1. Красс, М. С. Математика в экономике. Базовый курс : / М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 471 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/507471> (дата обращения: 22.02.2024).
2. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2023. —

447 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/511549> (дата обращения: 22.02.2024).

## **2) Программное обеспечение**

### **а) Лицензионное программное обеспечение**

Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022

СПС ГАРАНТ аэро - договор №5/2018 от 31.01.2018

СПС КонсультантПлюс: версия Проф. - договор № 2018С8702

### **б) Свободно распространяемое программное обеспечение**

Google Chrome

Яндекс Браузер

Многофункциональный редактор ONLYOFFICE

ОС Linux Ubuntu

Notepad++

OpenOffice

paint.net

WinDjView

## **3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Справочная правовая система «Консультант Плюс» <https://www.garant.ru/>

Справочная правовая система «ГАРАНТ» <https://www.consultant.ru/>

ЭБС Лань <https://e.lanbook.com/>

ЭБС Znanium.com <https://znanium.com/>

ЭБС Университетская библиотека online <https://biblioclub.ru>

ЭБС ЮРАЙТ <https://urait.ru/>

ЭБС IPR SMART <https://www.iprbookshop.ru/>

## **4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

[www.kremlin.ru](http://www.kremlin.ru) – Президент РФ.

<http://government.ru> – Правительство РФ.

[www.duma.gov.ru](http://www.duma.gov.ru) - Государственная Дума РФ.

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

- 1.** Планы практических занятий и методические рекомендации к ним;
- 2.** Методические указания по подготовке к практическим занятиям
- 3.** ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ
- 4.** Требования к рейтинг-контролю.
  - 1.** Планы практических занятий и методические рекомендации к ним

**Тема 1. Математика как научная дисциплина.** Предмет и задачи математики. Основные этапы становления математики.

**Тема 2. Основные понятия теории множеств.** Понятие множества. Задавание множества. Пустое, универсальное множество. Подмножество. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами. Объединение, пересечение, вычитание, дополнение множеств. Свойства объединения и пересечения множеств. Числовые множества как примеры бесконечных множеств. Мощность множества. Счетность множества рациональных чисел. Множество мощности континуума. Нечетность континуума.

**Тема 3. Функции.** Общее понятие функции. Способы задания функции. Линейная интерполяция. График функции. Основные свойства функции (монотонность, четность, периодичность). Элементарные функции и их свойства.

**Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.** Предел функции в бесконечности и в точке. Основные свойства пределов. Признаки существования предела. Непрерывность функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Приложения производной к решению задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции. Исследование функций и построение их графиков.

**Тема 5. Интегральное исчисление.** Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Определенный интеграл как предел интегральной суммы и его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

**Тема 6. Дифференциальные уравнения.** Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решения. Порядок уравнения. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Задача Коши.

**Тема 7. Элементы комбинаторики.** Теория соединения и история ее возникновения. Понятие факториала. Перестановки. Размещения. Сочетания.

**Тема 8. Теория вероятностей.** Классическое определение вероятности. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Законы распределения вероятностей непрерывных случайных величин. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.

## **2. Методические указания по подготовке к практическим занятиям**

Практические занятия проводятся с целью выработки у студентов умений и навыков решения задач. Они призваны углубить и расширить знания студентов, а также развивать их математические способности, прививать интерес и вкус к самостоятельным занятиям по математике.

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня вашего математического развития, глубины усвоения учебного материала. Нередко студент, зная все теоретические положения, правила и формулы, затрудняется применить их при решении задачи или запутывается при решении даже несложных задач. Это свидетельствует об отсутствии практических навыков.

Общее представление о процессе решения задач как о сложном и многоплановом процессе дает следующая схема:

1-й этап - анализ задачи (если приглядеться к любой задаче, то увидим, что она представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в задаче. Поэтому, приступая к решению какой-либо задачи, надо ее внимательно изучить, установить, в чем состоят ее требования (вопросы), каковы условия, исходя из которых, надо решать задачу);

2-ой этап - схематическая запись задачи;

3-ий этап – поиск способа решения задачи;

4-ый этап – осуществление решения задачи;

5-ый этап – проверка решения задачи;

6-ой этап – исследование задачи;

7-ой этап – формулирование ответа задачи;

8-й этап – анализ решения задачи.

Для реализации наиболее важного третьего этапа можно руководствоваться следующими рекомендациями:

1) Осмыслите постановку задачи (Что неизвестно? Что дано? В чем состоит условие? Возможно ли удовлетворить условию? Достаточно ли условие для определения неизвестного? Введите подходящие обозначения, разделите условие на части и запишите их).

2) Составьте план решения (нужно найти связь между данными и неизвестными. Если не удастся сразу обнаружить эту связь, возможно, полезно будет рассмотреть вспомогательные задачи, более доступную сходную, более частную, аналогичную; проверить все ли данные использованы).

3) Осуществите план (осуществляя план решения, контролируйте каждый свой шаг; убеждены ли вы, что предпринятые вами шаги правильные).

4) Изучите полученное решение (Нельзя ли проверить результат? Нельзя ли проверить ход решения? Нельзя ли получить тот же результат иначе? Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать полученный результат?)

Для решения типовых задач надо использовать алгоритмы, которые могут быть сформулированы преподавателем или сконструированы студентом самостоятельно. Для усвоения алгоритма целесообразно реализовать примерно такие этапы:

1) решение новой задачи на основе имеющихся знаний;

2) обобщение решения и выявление последовательности шагов алгоритма;

3) непосредственное следование алгоритму при решении следующей задачи того же типа;

4) следование алгоритму по памяти.

### **Рекомендации по работе с учебной и научной литературой**

1. Внимательно прочитайте и осмыслите логическую структуру текста

2. Выделите главное в каждой структурной единице, акцентируя свое внимание на основной мысли, выраженной в тексте

3. Найдите новые понятия, теоремы и алгоритмы
4. Проанализируйте и сопоставьте их с уже усвоенными знаниями
5. Изучите примеры, иллюстрирующие новые методы решения задач, основанные на приведенных теоретических положениях
6. Попробуйте применить изученное в ходе самостоятельного решения задач

### **Банк контрольных вопросов и заданий по дисциплине**

Программа курса «Математика» весьма обширна. Небольшой объем плановых учебных занятий предполагает интенсивную самостоятельную работу.

Самостоятельная работа студента заключается в усвоении необходимого теоретического материала, подготовке ответов на вопросы, решении задач, подготовке и выступлении с докладом.

Банк контрольных вопросов и заданий по дисциплине

### **Тема. Математика как научная дисциплина**

1. Перечислите основные периоды истории развития математики.
2. Дайте характеристику уровня математических знаний в древности.
3. Кто и в каком трактате сделал первую попытку систематического изложения геометрии?
4. Раскройте сущность аксиоматического метода.
5. Назовите основные понятия элементарной геометрии.

### **Тема. Основные понятия теории множеств**

1. Сколько элементов содержит множество  $A = \{a \in \mathbb{N} \mid 7 < a < 9\}$ ?
2. Возможна ли такая ситуация, когда  $A \subset B$  и  $B \subset A$ ?
3. Пусть  $A$  и  $B$  – два конечных множества,  $m_A$  – число элементов множества  $A$ ,  $m_B$  – число элементов множества  $B$ . Что можно сказать о соотношении  $m_A$  и  $m_B$ ?
4. Можно ли утверждать, что является пустым множеством:
  - а) пересечение множеств машин, находящихся одновременно в двух разных гаражах?
  - б) пересечение множеств марок машин, находящихся одновременно в двух разных гаражах?
5.  $A \subset B$ . Чему равно множество а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cup B$ ?
6. Множество  $A$  состоит из 1000 элементов. Сколько элементов содержится во множестве  $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$ ?
7. Можно ли утверждать, что: а) равные множества обязательно равномощны? б) равномощные множества обязательно равны?
8. Является ли счетным множество рациональных чисел  $Q$ ? Множество действительных чисел  $R$ ?
9. Каким множеством – счетным или несчетным – является множество иррациональных чисел?
10. Возможно ли установление взаимно однозначного соответствия между отрезком и прямой?

### Тема. Элементы математического анализа

1. Кривая пересекается прямой  $x = a$  в двух точках. Может ли она являться графиком некоторой функции?

2. Может ли график функции быть симметричным: а) относительно оси абсцисс? б) относительно оси ординат?

3. Укажите, какие из следующих утверждений верны: а) сумма возрастающих функций есть функция возрастающая; б) разность возрастающих функций есть функция возрастающая; в) произведение возрастающих функций есть функция возрастающая; г) всякая монотонная функция имеет обратную; д) если функция имеет обратную, то она или возрастает, или убывает; е) если функция возрастает, то и обратная к ней функция возрастает?

4. Функция возрастает на каждом из промежутков: а)  $[-1; 0)$  и  $(0; 1]$ ; б)  $[-1; 0]$  и  $[0; 1]$ . Обязательно ли она возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ ?

5. Пусть  $f(x)$  – возрастающая функция и  $f(x) \neq 0$ . Будет ли возрастающей функция: а)  $y = k \cdot f(x)$ ;  $k > 0$ ; б)  $y = k \cdot f(x)$ ;  $k < 0$ ; в)  $y = f(x) + a$ ;

г)  $y = a - f(x)$ ; д)  $y = \frac{1}{f(x)}$ ?

6. Известно, что функция  $f(x)$  нечетная, и тогда  $x = 0$  принадлежит ее области определения. Чему равно значение функции в этой точке?

7. Существует ли нечетная функция, принимающая только положительные значения?

8. Существуют ли функции, являющиеся одновременно четными и нечетными?

9. Можно ли подобрать коэффициенты  $a, b, c, d$  так, чтобы функция  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  была а) четной; б) нечетной; в) и четной, и нечетной; г) возрастающей; д) убывающей.

10. Может ли возрастающая функция быть: а) четной; б) нечетной; в) периодической.

11. Может ли четная функция иметь обратную?

12. Функция  $y = f(x)$  имеет наименьший положительный период. Какой наименьший положительный период имеет функция: а)  $y = f(x + a)$ ; б)  $y = f(kx)$ ,  $k \neq 0$ ; в)  $y = k \cdot f(x)$ ,  $k \neq 0$ ; г)  $y = f(x) + a$ ?

13. Может ли сумма периодических функций быть функцией непериодической?

14. Имеет ли функция  $y = 2$  наименьший положительный период?

15. Существует ли функция, которая в точке  $x_0$ : а) имеет предел, но не определена; б) определена, но не имеет предела; в) определена, имеет предел, но разрывна?

16. Функция  $y = f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ . Можно ли утверждать, что в этой точке непрерывна функция

а)  $y = f^2(x)$ ; б)  $y = \frac{1}{f(x)}$ ; в)  $y = \frac{1}{f^2(x) + 1}$ ?

17. Сколько разрывов имеет функция а)  $y = \frac{x}{x^2 + 4}$ ; б)  $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ ?

18. При каком значении  $a$  функция  $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ a, & x > 1 \end{cases}$  будет всюду непре-

рывна?

19. Функция не обращается в нуль в своей области определения. Следует ли отсюда, что функция имеет один и тот же знак при всех  $x$  на области определения?

20. Верно ли, что а) из существования  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  следует существование  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ; б) из существования  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  следует существование  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

21. Функция  $f(x) = y$  - четная и существует  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ . Существует ли  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  и, если существует, чему он равен?

22. Может ли возрастающая на всей вещественной оси функция  $y = f(x)$  иметь: а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ?

23. Всякая ли непрерывная функция дифференцируема?

24. Всякая ли дифференцируемая функция непрерывна?

25. Раскройте геометрический смысл следующих соотношений

а)  $f(x_0) = g(x_0)$ ,  $f'(x_0) = g'(x_0)$ ; б)  $f(x_0) = g(x_0)$ ,  $f'(x_0) > g'(x_0)$ .

26. Может ли непрерывная функция не иметь наибольшего и наименьшего значения на: а) некотором отрезке; б) некотором интервале?

27. Может ли ограниченная на отрезке функция, не иметь на этом отрезке наибольшее и наименьшее значения?

28. При каких значениях  $x$  справедлива формула

а)  $\int \frac{dx}{x} = \ln(-x) + c$ ; б)  $\int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + c$ ; в)  $\int \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + c$ ; г)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$ ?

29. Известно, что  $f'(x) = g'(x)$  на  $[a; b]$ . Следует ли отсюда, что  $f(x) = g(x)$  на этом промежутке?

30. Известно, что  $\int f(x) dx = \int g(x) dx$  на  $[a; b]$  следует ли отсюда, что  $f(x) = g(x)$  на этом промежутке?

**№ 1.** Проверить подстановкой, что функция  $y = Cx^3$  является решением дифференциального уравнения  $3y - xy' = 0$ . Построить интегральные кривые, проходящие через точки: 1)  $\left(1; \frac{1}{3}\right)$ ; 2)  $(1; 2)$ ; 3)  $\left(1; -\frac{1}{3}\right)$ .

**№ 2.** Проверить подстановкой, что дифференциальные уравнения

1)  $y'' + 4y = 0$  и 2)  $y''' - 9y' = 0$  имеют соответственно общие интегралы

1)  $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$  и 2)  $y = C_1 + C_2 e^{3x} + C_3 e^{-3x}$ .

**№3.** Найти общий интеграл, построить несколько интегральных кривых, найти частный интеграл по начальным условиям: при  $x = -2, y = 4$ .

1)  $xy' - y = 0$ ; 2)  $yy' + x = 0$ ;

3)  $xy' + y = 0$ ; 4)  $y' = y$

**№4.** Найти общие интегралы уравнений:

1)  $x^2 y' + y = 0$ ; 2)  $x + xy + y'(y + xy) = 0$ .

**№5.** Найти общий и частный интегралы по начальным условиям:

1)  $2y'\sqrt{x} = y, y = 1$  при  $x = 4$ ;

2)  $y' = (2y + 1)\operatorname{ctg} x, y = \frac{1}{2}$  при  $x = \frac{\pi}{4}$ ;

3)  $x^2 y' + y^2 = 0, y = 1$  при  $x = -1$ .

**№6.** Построить интегральные кривые каждого из уравнений

1)  $y'(x^2 - 4) = 2xy$ , 2)  $y' + y \operatorname{tg} x = 0$  проходящие через точки:

1)  $(0; 1)$ ; 2)  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ ; 3)  $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ ; 4)  $(0; -1)$ .

**№7.** Найти кривую, проходящую через точку  $\left(1; \frac{1}{3}\right)$ , если угловой коэффициент касательной к ней в любой точке кривой втрое больше углового коэффициента радиуса-вектора точки касания.

### Тема. Теория вероятностей

#### I. Классическое определение вероятности.

1. Вероятность некоторого события в опыте с равномогными исходами равна 0,15. Это событие состоит из трех исходов. Чему равны:

а) вероятность каждого исхода;

б) число элементов в пространстве элементарных исходов?

2. Зная вероятность события:

а) «стрелок хотя бы один раз попал в цель»;

б) «у стрелка более двух попаданий в цель»;

в) «стрелок попал при всех выстрелах».

Укажите событие, вероятность которого можно вычислить.

3. Являются ли равновероятными следующие события:

а) «выпал герб» и «выпала цифра»;

б) опыт – бросок двух монет; события «выпала два герба», «выпало две цифры»; «выпало герб и цифра»;

в) опыт – бросок игральной кости; события; «выпало не менее трех очков», «выпало не менее четырех очков».

4. При броске игральной кости вычислить вероятности следующих событий:

а) выпало два очка;

б) выпало пять очков;

в) выпало четное число очков;

г) выпало простое число очков;

д) число выпавших очков равно трем.

5. Бросили две монеты. Какова вероятность того, что на одной монете выпал герб, а на другой – цифра?

6. Будут ли равновероятными исходы:

а) «элемент в электрической цепи вышел из строя», «не вышел из строя»;

б) «изделие первосортно», «изделие второго сорта».

## II. Операции над событиями.

1. Может ли произведение двух событий совпадать с одним из сомножителей? Если да, то, что тогда можно сказать о другом событии?

2. По мишени производится три выстрела, рассматриваются события

$A_k$  = «попадание при  $k$  – ом выстреле»,  $k = 1, 2, 3$ . Пользуясь действиями над событиями  $A_k$  и  $\overline{A_k}$  записать события:

A = «все три попадания»

B = «все три промаха»

C = «хотя бы одно попадание»

D = «хотя бы один промах»

M = «не меньше двух попаданий».

3. Что можно сказать о событиях  $A$  и  $B$ , если их сумма есть:

а) достоверное событие;

б) невозможное событие?

4. Что означает событие  $A_k \cap \overline{B}$  в опыте с подбрасыванием игральной кости, если событие  $A =$  «число выпавших очков меньше 3», а  $\overline{B} =$  «выпало нечетное число очков».

5. Что можно сказать о событиях, сумма и произведение которых совпадают?

## III. Теорема сложения вероятностей

1. При каком условии вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий?

2. Опыт – подбрасывание игральной кости.  $A =$  «число выпавших очков меньше 3»;  $\overline{B} =$  «число выпавших очком меньше 5». Чему равно  $P(A \cup B)$ ?

3. Чему равно  $P(A \cap B)$ , если каждый элементарный исход события  $A$  входит также в событие  $B$ ?

4. Может ли вероятность суммы трех событий быть:

а) меньше суммы вероятностей этих событий;

б) больше суммы вероятностей этих событий;

в) равной сумме вероятностей этих событий;

г) равной вероятности одного из слагаемых;

д) равной вероятности суммы двух слагаемых?

5. Какие из следующих утверждений неверны:

а) вероятность суммы трех попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий;

б) вероятность суммы трех событий равна сумме вероятностей этих событий;

в) вероятность суммы трех несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий?

#### IV. Независимые события

1. При каком условии вероятность произведения двух событий равна произведению вероятностей этих событий?
2. Может ли вероятность произведения двух независимых событий быть:
  - а) больше вероятности одного из этих событий?
  - б) равной вероятности одного из этих событий?
  - в) меньше вероятности одного из этих событий?
3. Чему равна вероятность суммы двух независимых событий?
4. Могут ли быть независимыми события  $A$  и  $B$ , если каждый элементарный исход события  $A$  входит также и в событие  $B$ ?
5. Верно ли, что вероятность трех попарно независимых событий равна произведению вероятностей этих событий?

#### V. Условные вероятности

1. Пусть  $A$  и  $B$  – соответственно достоверны и невозможное событие. Чему равна: а)  $P(A/C)$ ; б)  $P(B/C)$  ?
2. Верно ли, что  $P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/B)$  ?
3. Может ли вероятность произведения двух событий быть:
  - а) больше произведения вероятностей этих событий;
  - б) меньше произведения вероятностей этих событий?
4. При каком условии не имеет смысла  $P(B/A)$ ?

### 3. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Понятие множества. Задание множества. Пустое, универсальное множество. Подмножество. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами. Объединение, пересечение, вычитание, дополнение множеств. Свойства объединения и пересечения множеств.
2. Числовые множества как примеры бесконечных множеств. Сравнение множеств. Мощность множества.
3. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Множество мощности континуума. Несчетность континуума.
4. Предел функции в бесконечности и в точке. Основные свойства пределов. Признаки существования предела. Непрерывность функции.
5. Определение производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Приложения производной к решению задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.
6. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Определенный интеграл как предел интегральной суммы и

его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

7. Дифференциальные уравнения. Функции нескольких переменных.

8. Основные законы комбинаторики. Правило суммы. Правило произведения.

9. Основные формулы комбинаторики. Перестановки, сочетания и размещения без повторов.

10. Основные понятия теории вероятностей: испытания и события, виды случайных событий, классическое определение вероятности, примеры непосредственного вычисления вероятностей. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическая вероятность. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события.

11. Теорема умножения вероятностей. Независимые и зависимые события. Теорема умножения вероятностей независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Условная вероятность.

12. Случайные величины и их числовые характеристики.

Тест :

1. Если  $(x_0, y_0)$  – решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases},$$

тогда  $x_0 - y_0$  равно...

- 0,5
- 0,5
- 7,5
- 7,5

1. Прямая проходит через точки  $O(0;0)$  и  $B(5;-15)$ . Тогда ее угловой коэффициент равен...

- 3
- 5
- 3
- 5

2. Производная функции

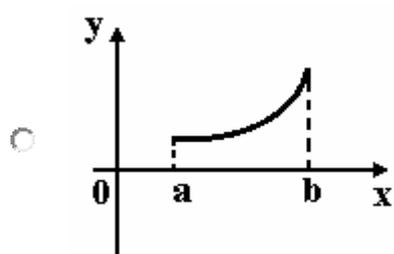
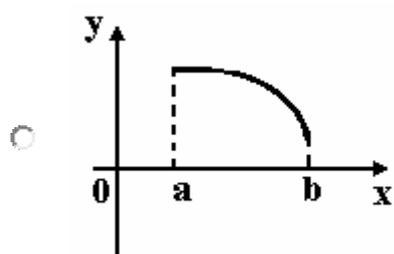
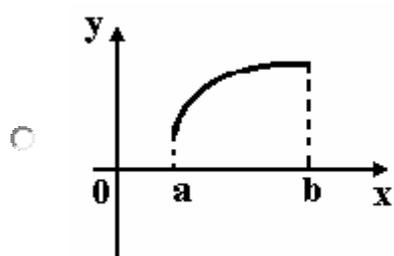
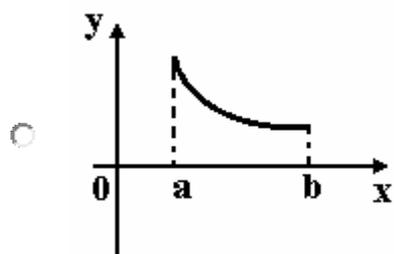
$$y = \cos(x^2 - 1)$$

имеет вид...

- $x \sin(x^2 - 1)$
- $2x \sin(x^2 - 1)$
- $-2x \sin(x^2 - 1)$

$-\sin(x^2 - 1)$

3. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке  $[a;b]$  одновременно выполняются условия  $y > 0$ ,  $y' < 0$ ,  $y'' < 0$ .



5. Частная производная функции  $z = x^4 \cos y$  по переменной  $y$  в точке

$$M\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$$

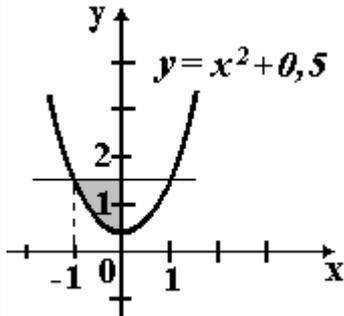
равна...

- 1  
 0  
 1  
 4

6. Множество первообразных функции  $f(x) = e^{6x+2}$  имеет вид...

- $-6e^{6x+2} + C$
- $e^{6x+2} + C$
- $6e^{6x+2} + C$
- $\frac{1}{6}e^{6x+2} + C$

7. Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



определяется интегралом...

- $\int_{-1}^0 (x^2 - 1) dx$
- $\int_{-1}^0 (1 - x^2) dx$
- $\int_{-1}^0 (x^2 + 0,5) dx$
- $\int_0^2 (1,5 - x^2) dx$

8. Дан радиус-вектор движущейся в пространстве точки

$$\vec{R}(t) = 3t^2 \cdot \vec{i} + t \cdot \vec{j} - (t^3 + 1) \cdot \vec{k},$$

тогда вектор ускорения точки в момент времени  $t=1$  имеет вид...

- $6\vec{i} - 6\vec{k}$
- $6\vec{i} - \vec{j} - 6\vec{k}$
- $6\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}$
- $6\vec{i} + 6\vec{k}$

9. Градиент скалярного поля  $u = x^2 - xz + yz$  в точке  $A(0;1;1)$  имеет вид...

- $-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

- $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$
- $-\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$
- $-\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$

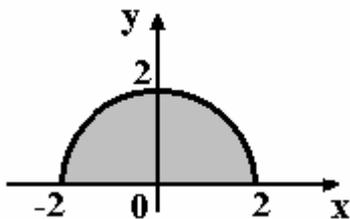
10. Производная скалярного поля  $u = x^2 + 2yx - 4y$  в точке  $C(-1; -1)$  в направлении единичного вектора  $\bar{e} = (1; 0)$  равна...

- 4
- 10
- 1
- 6

11. На числовой прямой дана точка  $x = 5,6$ . Тогда ее «окрестностью» может являться интервал ...

- (5,2 ; 5,6)
- (5,6 ; 5,9)
- (5,4 ; 5,9)
- (5,4 ; 5,8)

12. Мера множества, изображенного на рисунке,



равна...

- $4\pi$
- $2\pi$
- $\pi$
- $3\pi$

13. Образом отрезка  $[0; 1]$  при отображении  $f = 3x + 2$  является...

- $[2; 3]$
- $[2; 5]$
- $[0; 3]$
- $(2; 5)$

14. Дифференциальное уравнение

$$y' - \frac{3}{x}y = x$$

является...

- уравнением Бернулли
- дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными
- линейным неоднородным дифференциальным уравнением
- однородным дифференциальным уравнением

15. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет не более пяти очков, равна...

- $\frac{1}{6}$
- $\frac{5}{6}$
- 1
- $\frac{2}{3}$

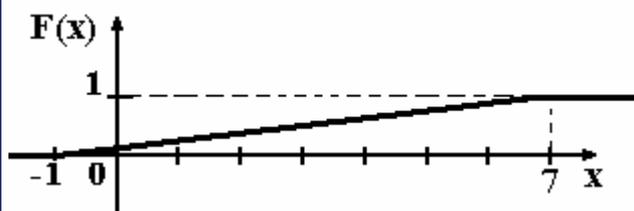
16. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

<b>X</b>	-1	0	3
<b>p</b>	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y=3X$  равно...

- 6
- 5,7
- 5,1
- 4,7

17. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$  имеет вид:



Тогда математическое ожидание  $X$  равно...

- 8
- 7

- 4
- 3

18. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 11, 14, 14. Тогда несмещенная оценка дисперсии измерений равна...

- 2
- 6
- 3
- 13

19. Положительный корень уравнения  $x^3 + 12x^2 + 23x - 36 = 0$  равен...

- 9
- 1
- 3
- 4

20. Действительный корень уравнения

$$3e^x + x - 3 = 0$$

принадлежит интервалу...

- $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$
- $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

#### 4. Требования к рейтинг-контролю.

Оценка уровня сформированности компетенций осуществляется в процессе следующих форм контроля:

- следящего (проводится оценка выполнения студентами заданий в ходе аудиторных занятий: самостоятельное решение задач в тетрадях и у доски, знание определений, правил, формул);
- текущего (оценивается работа студентов вне аудиторных занятий: выполнение домашних заданий, выполнение расчетно-

графических работ, подготовка проектов, рефератов, выпуск стенгазет);

- промежуточного (рейтинговые точки – контрольная работа);
- итогового (экзамен).

Формы и способы контроля соответствуют цели обучения и избранным образовательным технологиям, методам формирования компетенций.

Рейтинг проводится по дисциплине в соответствии с графиком учебного процесса и [положением о рейтинговой системе обучения в ТвГУ](#)

## VII. Материально-техническое обеспечение

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория № 201 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22),	Столы, стулья, кафедра, доска, проекционный экран	-
Учебная аудитория № 203 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска, проекционный экран	-
Учебная аудитория № 209 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска	-
Компьютерный класс и кабинет самостоятельной работы студентов № 210 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Монитор Acer TFT 20" V203 HCB black Монитор LG 1510S Лазерный принтер SAMSUNG ML-2850D Системный блок Ramec Storm Custom W CPU C2D-E7500/2048/ 500/G41/DVD-R W/In Win 400W/ Win 7 Starter Сканер EPSON Perfection V30 Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR 2*256Mb/SATAII 160Gb/DVD-RW/клав/мышь+Монитор 17" LG Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR 2*256Mb/SATAII 160Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR 2*256Mb/SATAII 160Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR 2*256Mb/SATAII 160Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR 2*256Mb/SATAII 160Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG	Google Chrome  Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows  СПС ГАРАНТ аэро  СПС КонсультантПлюс: версия Проф.  Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО

	<p>мышь+Монитор 17" LG Компьютер Kraftway Credo модель KC36Vista Business/Of 2007 Pro  E7400/2* 1024Mb DDR800/T 160G/DVDRW/500W/CARE3/МОНИТОР 20" LG W2043S-PFpf Компьютер Ramec Storm Custom W CPU-E8400/2*1Gb /320Gb/G41/DVD-RW/400W/клав/мышь/ковр./Win 7 St/ Монитор 19" PHILIPS 19S1SB Мультимедийный проектор BenQ MP 624 (1024x768.3000 :1,2500ANSI,2,5Kг) с потолочным креплением Доска интерактивная SMART Board 660 (диагональ 64"/162,6см) Компьютер iRU Corp 510 15-2400/4096/500/DVD-RW Компьютер iRU Corp 510 15 Компьютер iRU Corp 510 15 D-Link DES-1016D Коммутатор 16-port ИБП IPPON BACK Power Pro ИБП IPPON BACK Power Pro</p>	
Учебная аудитория № 212 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска	-
Учебная аудитория № 214 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска, стационарный проектор с экраном; информационные стенды	-
Кабинет информационных технологий в таможенном деле и в юриспруденции и специализированный компьютерный класс для анализа и обработки данных по электронному декларированию товаров, таможенной статистике, управлению_№ 219 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	<p>Лазерный принтер SAMSUNGML-2850D Принтер HPDJ 7350 Принтер лазерный HP LJ 1200 Видеокамера цифровая Canon-MV 15501 Копировальный аппарат Sharp SF 2530 (с дуплексом и податчиком А3 30 коп/мин 20000 коп/мес) Сканер EPSON Perfection V30 Брошюровщик lbimatic(25 листов/500 листов) Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR2*256Mb/16 Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG Компьютер AS S 775 P4 D915-2.80 GHz/DDR2*256Mb/SATAII 16Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG Компьютер Ramec Storm Custom W Intel Core i5-650/2*2048Mb/DVD RW/клав/мышь/Монитор ViewSonic TFT 21.5" VA2238W-LED Компьютер P4 524 Box/Asus P5LD2-SE/C/2*512DDRII/80SATA II ASUS X300SE/CDRW LG/FDD/TS 082 350W/OkI 323M/lppjn Comfo 600Pro/HP 2400Beng 71G+</p>	<p>Google Chrome Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows Альта-ГТД СПС ГАРАНТ аэро Заполнитель Такса Таможенные документы СПС КонсультантПлюс: версия Проф. Statistica Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО</p>

	<p>Ноутбук Dell Isplron 1300 (1.7 GHz) 15.4WXGA. 512MB. 80GB</p> <p>Ноутбук Packard Bell TX86-JO-501RU 15,6" Ci5 480M/4G/500G/GT450M 1Gb/DVDRW/WiFi/BT/cam/W7HP/мышь/сумка CC01</p> <p>Монитор LG 15" L1511S</p> <p>Проектор LGRD-JT90, DLP ,2 200 ANSI Lm</p> <p>ИБП Back-UPS ES 700 VA/405W 230V</p> <p>ИБП Back-UPS ES 700 VA/405W 230V</p> <p>ИБП Back-UPS ES 700 VA/405W 230V</p> <p>Компьютер iRUCorp 510 I5-2400/4096/500/G210-512/DVD-RW/W7S/монитор E-Machines E220HQVB 21.5"</p> <p>Мультимедийный комплект учебного класса (вариант №2) Проектор Casio XJ-M140, настенный проекц. экран Lumien180*180.ноутбук Dell N4050. сумка 15,6",мышь</p> <p>Проектор PanasonicPT-VW340ZE с потолочным креплением и экраном</p> <p>Принтер формата A3 Kyocera FS-6970DN</p> <p>Компьютер в составе: системный блок HP 260 G1 Desktop Mini Pen 3558 V 4GB 500 7200 Ubuntu linex 3уб</p> <p>Компьютер в составе: системный блок HP260</p>	
--	---	--



Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)		
Лекционная аудитория, учебная аудитория № 109 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска	
Компьютерный класс, учебная аудитория и кабинет самостоятельной работы студентов № 407 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска; Компьютеры – 25 штук	Google Chrome Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО СПС ГАРАНТ аэро
Учебная аудитория № 309 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 24)	Столы, стулья, кафедра, доска	-
Лекционная аудитория № 310 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 24)	Столы, стулья, кафедра, доска	-
Лекционная аудитория № 315 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска, проекционный экран	-

## VIII. СВЕДЕНИЯ ОБ ОБНОВЛЕНИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дис- циплины (или модуля)	Описание внесенных изме- нений	Дата и прото- кол заседания кафедры, утвердившего изменения