

Документ подписан электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 22.07.2024 16:05:28  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Утверждаю:



Руководитель ООП

Б.Б.Педько

«21» мая 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

**МАТЕМАТИКА**  
**Методы математической физики**

- Закреплена за кафедрой: **Общей физики**
- Направление подготовки: **03.03.02 Физика**
- Направленность (профиль): **Медицинская физика**
- Квалификация: **Бакалавр**
- Форма обучения: **очная**
- Семестр: **5**

Программу составил(и):  
*д-р физ.-мат. наук, проф., Комаров П.В.*

Тверь, 2024

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели освоения дисциплины (модуля):

формирование и развитие у обучающихся компетенций для решения проблем, требующих применения фундаментальных знаний в области радиофизики – наблюдающихся в природе физических явлений и объектов, обладающих волновой или колебательной природой.

### Задачи:

освоение студентами теорий и моделей связанных с основными классами уравнений физики; выработка умений классификации и приведения к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных; формирование навыков постановки основных видов краевых задач, вывода и решения отвечающих им уравнений.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О.11Б1.О

### Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

1. теоретическое и практическое знание дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, теории функций комплексного переменного и др. (т.е. фактическое знание и умения в рамках всех математических курсов).
2. теоретические знания из физических курсов (механика, электричество, термодинамика и др.).
3. знания и умения, полученные в рамках курса информатика (работа с прикладными программами, знание основных численных методов и алгоритмов).

Изучаемая дисциплина логически и содержательно-методически взаимосвязана со следующими дисциплинами:

Математический анализ  
Аналитическая геометрия и линейная алгебра  
Дифференциальные уравнения  
Теория функций комплексного переменного

**Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

Квантовая механика  
Теоретическая механика  
Электродинамика  
Научно-исследовательская работа  
Преддипломная практика

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>Общая трудоемкость</b>	5 ЗЕТ
Часов по учебному плану	180
<b>в том числе:</b>	
аудиторные занятия	68
самостоятельная работа	55
часов на контроль	27

#### 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1.1: Анализирует физические объекты и процессы с применением базовых знаний в области физико-математических наук

ОПК-1.2: Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности

ОПК-2.2: Решает теоретические задачи и проводит моделирование физических объектов, систем и процессов в рамках научного исследования

ОПК-2.3: Обрабатывает теоретические и экспериментальные данные по результатам научного исследования физических объектов, систем и процессов

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

#### 5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля в семестрах:	
экзамены	5

#### 6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

#### 7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занят.	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Источники	Примечание
	Раздел 1. 1. Уравнения с частными производными второго порядка. Понятия характеристики квазилинейного уравнения первого порядка. Интегрирование линейных уравнений первого порядка. Интегрирование квазилинейных уравнений первого порядка. Задача Коши для квазилинейного уравнения первого порядка.					
1.1	Уравнения с частными производными второго порядка.	Лек	5	2	Л1.1 Л1.2	
1.2	Уравнения с частными производными второго порядка.	Пр	5	2		
1.3	Уравнения с частными производными второго порядка.	Ср	5	4		

	Раздел 2. 2. Уравнения с частными производными второго порядка. Понятие характеристической формы и классификация линейных уравнений второго порядка. Классификация нелинейных уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.					
2.1	Уравнения с частными производными второго порядка	Лек	5	2		
2.2	Уравнения с частными производными второго порядка	Пр	5	2		
2.3	Уравнения с частными производными второго порядка	Ср	5	4		
	Раздел 3. 3. Приведение к каноническому виду линейного уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Задача Коши для линейного уравнения второго порядка гиперболического типа. Задача Коши для линейного уравнения второго порядка с аналитическими данными. Формулировка теоремы Коши Ковалевской. Понятие корректности задачи математической физики. Пример Адамара.					
3.1	Приведение к каноническому виду линейного уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными.	Лек	5	2		
3.2	Приведение к каноническому виду линейного уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными.	Пр	5	2		
3.3	Приведение к каноническому виду линейного уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными.	Ср	5	4		
	Раздел 4. 4. Вывод основных уравнений математической физики. Уравнение колебаний струны. Уравнение колебаний мембраны. Уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле. Уравнения, описывающие стационарные процессы распространения тепла.					

4.1	Вывод основных уравнений математической физики	Лек	5	2		
4.2	Вывод основных уравнений математической физики	Пр	5	2		
4.3	Вывод основных уравнений математической физики	Ср	5	4		
	Раздел 5. 5. Уравнения гиперболического типа. Однородное волновое уравнение. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Задача с начальными условиями для волнового уравнения с тремя пространственными переменными. Формула Киргофа. Задача Коши для волнового уравнения с двумя пространственными переменными. Метод спуска. Формула Пуасона. Анализ решения. Понятия области зависимости, области влияния и области определения.					
5.1	Уравнения гиперболического типа	Лек	5	2		
5.2	Уравнения гиперболического типа	Пр	5	2		
5.3	Уравнения гиперболического типа	Ср	5	4		
	Раздел 6. 6. Неоднородное волновое уравнение. Случай одной пространственной переменной. Случай трех пространственных переменных. Запаздывающий потенциал. Случай двух пространственных переменных.					
6.1	Неоднородное волновое уравнение.	Лек	5	4		
6.2	Неоднородное волновое уравнение.	Пр	5	4		
6.3	Неоднородное волновое уравнение.	Ср	5	4		
	Раздел 7. 7. Корректно поставленные задачи для гиперболических уравнений. Единственность решения задачи Коши. Общая постановка задачи Коши. Задача Гурса, характеристическая задача.					

7.1	Корректно поставленные задачи для гиперболических уравнений	Лек	5	2		
7.2	Корректно поставленные задачи для гиперболических уравнений	Пр	5	2		
7.3	Корректно поставленные задачи для гиперболических уравнений	Ср	5	4		
	Раздел 8. 8. Уравнения параболического типа. Принцип максимума. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Постановка задачи Коши и доказательство существования ее решения. Гладкость решений. Неоднородное уравнение теплопроводности.					
8.1	Уравнения параболического типа	Лек	5	4		
8.2	Уравнения параболического типа	Пр	5	4		
8.3	Уравнения параболического типа	Ср	5	4		
	Раздел 9. 9. Уравнение эллиптического типа. Основные свойства гармонических функций. Интегральное представление гармонических функций. Теорема о среднем. Принцип. Экстремума и его следствия.					
9.1	Уравнение эллиптического типа	Лек	5	4		
9.2	Уравнение эллиптического типа	Пр	5	4		
9.3	Уравнение эллиптического типа	Ср	5	4		
	Раздел 10. 10. Функция Грина. Решение задачи Дирихле для шара и полупространства. Понятие функции Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для шара. Формула Пуассона. Решение задачи Дирихле для полупространства. Некоторые следствия, вытекающие из формулы Пуассона. Теоремы Лиувилля и Гарнака.					
10.1	Функция Грина	Лек	5	2		

10.2	Функция Грина	Пр	5	2		
10.3	Функция Грина	Ср	5	4		
	Раздел 11. 11. Метод Фурье (метод разделения переменных). Решение смешанных задач для уравнений гиперболического типа методом разделения переменных. Решение смешанных задач для уравнений параболического типа методом разделения переменных. Решение краевых задач для уравнений эллиптического типа методом разделения переменных. Построение решений краевых задач в прямоугольных областях. Построение решений краевых задач в круговых областях.					
11.1	Метод Фурье (метод разделения переменных).	Лек	5	4		
11.2	Метод Фурье (метод разделения переменных).	Пр	5	4		
11.3	Метод Фурье (метод разделения переменных).	Ср	5	7		
	Раздел 12. 12. Основы математического моделирования в физике. Точность, сходимость и устойчивость разностных схем. Роль математической физики в моделировании сложных физических явлений. Использование системы MAPLE для анализа и решения уравнений физики.					
12.1	Основы математического моделирования в физике	Лек	5	4		
12.2	Основы математического моделирования в физике	Пр	5	4		
12.3	Основы математического моделирования в физике	Ср	5	8		
	Раздел 13. экзамен					
13.1	экзамен	Экзамен	5	27		

## Образовательные технологии

Активное слушание. Групповое решение задач. Дистанционные образовательные технологии

### Список образовательных технологий

1	Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.)
2	Информационные (цифровые) технологии
3	Активное слушание

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

Задание:

1. Найти и сформулировать специфику решения задачи для колебаний ограниченной струны с жестко закрепленными концами.
2. Сформулировать решение уравнений параболического типа методом Фурье в случае неоднородных краевых условий.
3. Выполнить поиск решения уравнений Лапласа в сферической и цилиндрической системах координат с помощью функций Грина
4. Найти и описать как можно выполнить асимптотическое моделирование теплопроводности в тонком стержне.

### 8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания:

1. Проведите классификацию уравнений:

$$U_t = U_{xx} + 2U_x + U$$

$$U_t = U_{xx} + \exp(-t)$$

$$U_{xx} + 3U_{xy} + U_{yy} = \cos x$$

$$U_{tt} = U U_{xxx} + 2U_x + \sin x$$

По следующим признакам:

- 1) линейность, нелинейность
- 2) порядок
- 3) вид коэффициентов (постоянные, переменные)
- 4) однородность (для линейных уравнений)
- 5) тип (для линейных уравнений)

2. Какие физические законы лежат в основе моделирования физических процессов распространения волн и тепла?

Сколько существует решений уравнения  $U_t = U_{xx}$ ?

3. Решить задачу: Привести к каноническому виду уравнение

$$U_{xx} + 2U_{xy} + 2U_{yy} + 4U_{yz} + 5U_{zz} + U_x + U_y = 0$$

4. Проинтерпретировать для какой физической системы поставлена следующая задача?

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t), \quad x > 0, \quad t > 0,$$

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad u_t|_{t=0} = u_1(x), \quad x > 0,$$

$$(\alpha u + \beta u_x)|_{x=0} = \phi(t), \quad t > 0.$$

Как решается задача?

### 8.3. Требования к рейтинг-контролю

Форма проведения экзамена: студенты, освоившие программу курса «Методы математической физики» могут получить оценку по итогам семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положению о рейтинговой системе обучения ТвГУ» (протокол №8 от 30 апреля 2020 г.).

Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то экзамен сдается согласно «Положению о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) обучающихся по программам высшего образования ТвГУ» (протокол №11 от 28 апреля 2021 г.)

В течение семестра два раза (на модульных неделях) необходимо:

1. сдать преподавателю решения домашних задач, полученных из указанных сборников задач,
2. ответить на теоретические вопросы.

Примеры вопросов:

1. Классификация уравнений 2-го порядка.
2. характеристическое уравнение (характеристики).
3. Основные дифференциальные операции над скалярными и векторными полями.
4. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского.
5. Вид уравнений Лапласа, Пуассона, Гельмгольца, теплопроводности, колебаний.
6. Постановка основных задач МФ (краевые и начальные условия, установившийся режим, задача Коши).
7. Корректность задач МФ.
8. Формула Д'Аламбера.
9. Задача Штурма-Лиувилля (СЗ и СФ задачи).
10. Теорема Стеклова.
11. Норма, ортогональность.
12. Полнота, замкнутость системы функций.
13. Цилиндрические функции (их асимптотика и поведение в нуле).
14. Ортогональные полиномы.
15. Полиномы Лежандра (основные свойства).
16. Обобщенный ряд Фурье.
17. Основные криволинейные ортогональные системы координат.
18. Гамма функция.
19. Понятие обобщенных функций, функция Дирака, Хевисайда.
20. Идея метода функций Грина и метода потенциалов.
21. Фундаментальные решения уравнений теплопроводности, Лапласа, Гельмгольца.
23. Метод конечных разностей (записать разностное уравнение), дать понятие сходимости, точности, устойчивости разностных схем.
24. Примеры нелинейных уравнений (уравнение КДФ, Навье-Стокса).

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 9.1. Рекомендуемая литература

### 9.1.1. Основная литература

Шифр	Литература
Л1.1	Жислин Г. М., Лекции по уравнениям математической физики. часть 1, Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2023, ISBN: , URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/344912">https://e.lanbook.com/book/344912</a>
Л1.2	Карчевский М. М., Лекции по уравнениям математической физики, Санкт-Петербург: Лань, 2023, ISBN: 978-5-507-46827-0, URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/321200">https://e.lanbook.com/book/321200</a>

### 9.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	: <a href="http://www.math.ru">www.math.ru</a>
----	--

### 9.3.1 Перечень программного обеспечения

1	Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows
2	Adobe Acrobat Reader
3	Google Chrome
4	WinDjView
5	OpenOffice
6	Mozilla Firefox
7	Многофункциональный редактор ONLYOFFICE

### 9.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	ЭБС «ZNANIUM.COM»
2	ЭБС «ЮРАИТ»
3	ЭБС «Лань»
4	ЭБС BOOK.ru
5	ЭБС ТвГУ
6	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы)

### 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудит-я	Оборудование
3-2026	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, переносной мультимедийный проектор, экран
3-228	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран

### 11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

- планы практических (семинарских) занятий
- 1. Повторение основных дифференциальных операторов и интегральных тождеств.
- 2. Запись основных дифференциальных операций в произвольных координатных системах
- 3. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка в частных производных

4. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка в частных производных (Продолжение)

5. Общий интеграл уравнений в частных производных

6. Постановка краевых задач приводящих к уравнениям гиперболического типа

7. Постановка краевых задач приводящих к уравнениям параболического типа

8. Постановка краевых задач приводящих к уравнениям эллиптического типа

9. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных

10. Решение уравнения теплопроводности методом разделения переменных

11. Коллоквиум

12. Специальные функции

13. Гармонические функции и их свойства

14. Виды интегральных преобразований

15. Использование интегральных преобразований для решения уравнений в частных производных

16. Метод функций Грина решения задачи Коши для уравнений параболического типа.

17. Исследование нелинейных уравнений физики

18. Повторение основных методов исследования уравнений математической физики

– сборники задач:

1. Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов Сборник задач по математической физике М.Физмалит 2003

– методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов:

1. Изучить рекомендуемую литературу.

2. Просмотреть задачи, разобранные на аудиторных занятиях.

3. Разобрать задачи, рекомендованные преподавателем для самостоятельного решения, используя, при необходимости, примеры решения аналогичных задач.

4. Обсудить проблемы, возникшие при решении задач с преподавателем.

– темы рефератов:

1) Использование системы MAPLE для решения задач математической физики

2) Уравнения в частных производных и фундаментальные законы природы

3) Почему основные уравнения физики не содержат производных выше второго порядка?

4) Принцип Дюамеля для дифференциальных уравнений с частными производными

5) Численные методы решения уравнений в частных производных