

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 01.04.2025 09:10:48
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e075d4e880e74f1c2ad1b35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:

Руководитель ООП:



 Шаров Г.С.
«28» 05 2024 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Функциональный анализ

Направление подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Профиль бакалавриата

Математические основы информатики

Для студентов 3 курса бакалавриата

Форма обучения очная

Составитель: к.ф.-м.н. доцент И.Ш. Могилевский

Тверь, 2024

I. Аннотация

Курс «Функциональный анализ» – традиционная и важная часть образования математика. Функциональный анализ стал языком многих разделов математики во второй половине 20-го столетия, и знакомство с его основными идеями и методами необходимо для формирования профессионала-математика.

1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Функциональный анализ» являются:

- 1) фундаментальная подготовка в области функционального анализа и теории функций вещественного переменного;
- 2) умение применять методы функционального анализа при изучении дифференциальных уравнений в частных производных, численных методов и других математических дисциплин;
- 3) овладение математическим языком, который применяется при описании многих задач математики и физики.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Учебная дисциплина «Функциональный анализ» входит в обязательную часть блока дисциплин, формирующих общепрофессиональные компетенции.

3. Объём дисциплины: _7_ зачетных единиц, _252_ академических часа, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 34 часа, практические занятия 34 часа,

контактная внеаудиторная работа: контроль самостоятельной работы _10_, часов;

самостоятельная работа: _174_ часа, в том числе контроль _27_ часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя её базовые составляющие УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи УК-1.5 Рассматривает и предлагает возможные

	варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Оперирует базовыми знаниями в области основных математических и естественно-научных дисциплин, предусмотренных учебным планом ОПК-1.2 Решает типовые задачи основных математических и естественно-научных дисциплин, применяя стандартные приемы и методы ОПК-1.3 Выбирает различные методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных при изучении основных математических и естественно-научных дисциплин ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ПК-2 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-2.1 Проводит исследования под научным руководством, привлекая математику и информационные технологии ПК-2.2 Работает с научной литературой и другими источниками научно-технической информации ПК-2.3 Применяет современные научные методы исследования для решения конкретной научной задачи

5. Форма промежуточной аттестации экзамен в 6 семестре.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)					Самостоят ельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		Контроль самост. работы (в том числе курсовая работа)	
		всего	в т.ч. практич подгот.	всего	в т.ч. практич подгот.		
1.Взаимнооднозначное соответствие. Мощность множества.	14	2		2			10
2. Счетные множества и их свойства.	11	1		1		1	8
3. Множества мощности континуум.	10	1		1			8
4. Мера открытых множеств на прямой.	15	2		2		1	10
5. Измеримые множества на прямой.	13	2		2		1	8
6. Измеримые по Лебегу функции.	13	2		2		1	8
7. Интеграл Лебега от ограниченных функций.	13	2		2		1	8
8. Интеграл Лебега от неограниченных функций.	12	2		2			8
9. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.	15	2		2		1	10
10. Неравенства Гельдера и Минковского.	13	3		2			8
11. Метрические пространства. Полнота.	12	2		2			8
12. Линейные нормированные пространства.	13	2		2		1	8
13. Линейные ограниченные операторы.	15	2		2		1	10
14. Обратимость линейных операторов.	15	2		2		1	10
15. Теоремы об открытом отображении и замкнутом графике.	14	2		2			10
16. Линейные ограниченные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	14	2		2			10

17. Гильбертовы пространства. Ортонормированные базисы.	15	2		2		1	10
18. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах.	14	2		2			10
ИТОГО	252	34		34		10	174

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем <i>(в строгом соответствии с разделом II РПД)</i>	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Взаимнооднозначное соответствие. Мощность множества.	лекция практическое занятие	активное слушание форум
2. Счетные множества и их свойства.	лекция практическое занятие	традиционная лекция мозговой штурм
3. Множества мощности континуум.	лекция практическое занятие	активное слушание мозговой штурм
4. Мера открытых множеств на прямой.	лекция практическое занятие	традиционная лекция форум
5. Измеримые множества на прямой.	лекция практическое занятие	традиционная лекция мозговой штурм
6. Измеримые по Лебегу функции.	лекция практическое занятие	активное слушание форум
7. Интеграл Лебега от ограниченных функций.	лекция практическое занятие	активное слушание мозговой штурм
8. Интеграл Лебега от неограниченных функций.	лекция практическое занятие	традиционная лекция форум
9. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.	лекция практическое занятие	традиционная лекция мозговой штурм
10. Неравенства Гельдера и Минковского.	лекция практическое занятие	активное слушание форум
11. Метрические пространства. Полнота.	лекция практическое занятие	традиционная лекция мозговой штурм
12. Линейные нормированные пространства.	лекция практическое занятие	активное слушание форум
13. Линейные ограниченные операторы.	лекция практическое занятие	активное слушание информационные технологии

14. Обратимость линейных операторов.	лекция практическое занятие	традиционная лекция мозговой штурм
15. Теоремы об открытом отображении и замкнутом графике.	лекция практическое занятие	активное слушание форум
16. Линейные ограниченные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	лекция практическое занятие	активное слушание информационные технологии
17. Гильбертовы пространства. Ортонормированные базисы.	лекция практическое занятие	традиционная лекция мозговой штурм
18. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах.	лекция практическое занятие	традиционная лекция информационные технологии

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1. Привести примеры функций, интегрируемых по Лебегу и не интегрируемых по Риману и дать обоснование. 2. Привести примеры линейных ограниченных операторов и вычислить их нормы.	Приведено несколько примеров и дано логически верное обоснование – 3 балла. Приведены примеры с неполным обоснованием – 2 балла. Приведен один пример без обоснования – 1 балл. Примеров не приведено — 0 баллов.
ПК-2 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	1. Вычислить интеграл Лебега от неограниченной функции. 2. Разложить элемент гильбертова пространства по ортонормированной системе.	Вычисления проведены правильно и рационально – 3 балла. Результат вычислений правильный, но проведены они громоздко – 2 балла. Вычисления проведены

		с ошибками и не проявлено понимание существа дела --1 балл. Отсутствует понимание того, как проводить вычисления – 0 баллов.
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1. Привести примеры ортонормированных базисов в гильбертовых пространствах. 2. Привести примеры последовательностей функций, для которых возможен предельный переход под знаком интеграла Лебега, и примеры последовательностей, для которых такой переход невозможен.	Приведены примеры и дано верное обоснование – 2 балла. Примеры приведены. Но обоснование отсутствует – 1 балл. Примеры не приведены – 0 баллов.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - Москва : Лань, 2021. : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=245
2. Крепкогорский В. Л. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Л. Крепкогорский. - Казань : КНИТУ, 2019. - 116 с. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428727>

б) дополнительная литература

1. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной [Электронный ресурс] : учебник / И. П. Натансон. - М.: Лань, 2008. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=284

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

- Kaspersky Endpoint Security 10 (акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022)

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

- Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО
- ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО
- OpenOffice Бесплатное ПО, лицензионное соглашение: <https://wiki.openoffice.org/wiki/RU/license/lgpl>
- Google Chrome бесплатное ПО
- Яндекс Браузер бесплатное ПО
- Octave Бесплатное ПО
- MiKTeX Бесплатное ПО, лицензионное соглашение: <https://miktex.org/>

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com ;
2. ЭБС «ЮРАИТ» www.biblio-online.ru ;
3. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/> ;
4. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>;
5. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
6. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru/>
7. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
8. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp? ;
9. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

<http://www.libraru.tversu.ru> – научная библиотека ТвГУ,
<http://www.biblioclub.ru/> - университетская библиотека ONLINE:
<http://lib.mexmat.ru/> – научная библиотека МГУ.

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Планы практических занятий

1. Мера множества на прямой. Мера интервала и отрезка. Аддитивность меры. Мера канторова множества. Неограниченные множества бесконечной меры, конечной положительной меры, меры ноль. Измеримые множества.

2. Интеграл Лебега. Функции, интегрируемые по Лебегу, но не интегрируемые по Риману. Аддитивность интеграла Лебега. Интеграл Лебега от неограниченных функций. Неинтегрируемые по Лебегу функции. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

3. Гильбертовы пространства. Теорема Пифагора. Тожество параллелограмма. Пространства со скалярным произведением, не являющиеся гильбертовыми. Ортогональные базисы. Процедура ортогонализации Грамма-Шмидта.

4. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Разложение функций в ряд Фурье по тригонометрической системе. Разложение последовательностей в ряд. Равенство Парсеваля.

5. Линейные функционалы в гильбертовых пространствах. Вычисление нормы линейного функционала. Последовательности линейных функционалов.

6. Линейные ограниченные операторы. Вычисление нормы линейного оператора. Различные типы сходимостей последовательностей линейных операторов. Ядро и множество значений линейного оператора.

Перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Мера Лебега линейных множеств.
2. Аддитивность меры Лебега.
3. Кольцо измеримых множеств.
4. Измеримые функции и их свойства.
5. Сходимость последовательностей измеримых функций.
6. Теоремы Лузина и Егорова.
7. Интеграл Лебега. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана.
8. Интеграл Лебега от неограниченных функций. Суммируемые функции.
9. Пространства интегрируемых функций.

10. Неравенства Гельдера и Минковского.
11. Метрические пространства.
12. Линейные нормированные пространства.
13. Линейные ограниченные операторы.
14. Обратимость линейных операторов.
15. Линейные ограниченные функционалы.
16. Теорема Хана-Банаха.
17. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы.
18. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Неравенство Бесселя.
18. Линейные ограниченные функционалы в гильбертовых пространствах.
19. Теорема Ф.Рисса о представлении линейного непрерывного функционала над гильбертовым пространством.

Требования к рейтинг-контролю

I рейтинг-контроль успеваемости проводится на 32-33 учебной неделе по графику учебного процесса – 25 баллов, в том числе: контрольные работы – 15 баллов, выполнение домашних заданий – 5 баллов, работа на занятиях – 5 баллов.

II рейтинг-контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса. – 35 баллов, в том числе: контрольные работы – 15 баллов, выполнение домашних заданий – 10 баллов, работа на занятиях – 10 баллов.

Экзамен – 40 баллов.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

VII. Материально-техническое обеспечение

Учебные аудитории, оснащенные средствами мультимедиа.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1	Основные разделы	Приведение в соответствие новым требованиям	02.07.2022 протокол № 8

2	Разделы III. IV, V	Обновление содержания, списка литературы	26.06.2023 протокол № 7