

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 09.07.2025 15:27:18  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Рабочая программа дисциплины  
**Математическое моделирование процессов и систем**

Направление подготовки  
09.03.03 – «Прикладная информатика»

Профиль подготовки  
Прикладная информатика в экономике

Для студентов 2 курса  
очная форма обучения

Составитель:  
к.ф.-м.н. Малышкин Ю.А.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цели и задачи дисциплины:**

Целью освоения дисциплины является:

освоение методов математического моделирования.

Задачами освоения дисциплины являются:

изучение теоретических аспектов некоторых классов математических моделей и их применение для решения практических задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Данная дисциплина относится к разделу «Дисциплины профиля подготовки» части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1.

Для успешного усвоения курса необходимы знания математических дисциплин «Математический анализ», «Дискретная математика», «Численные методы», а также знание основных понятий из дисциплин «Алгебра и геометрия», «Методы программирования», «Теоретические основы информатики», «Технология программирования».

Полученные в ходе изучения дисциплины знания могут быть востребованы во время обучения в магистратуре, научной и практической деятельности.

### **3. Объем дисциплины: 3 зачетных единицы, 108 академических часов,**

**в том числе контактная работа:** лекции -, практические занятия 64 часа, в т.ч. практическая подготовка 32 часа;

**самостоятельная работа:** 44 часа.

### **4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

| <b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b>                         | <b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ПК-1</b><br>способен применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач | ПК-1.1 Имеет общее представление о существующих математических моделях и областях их применения<br>ПК-1.2 Формулирует задачу в терминах, соответствующих предполагаемым методам решения<br>ПК-1.3 Оценивает возможность использования существующих моделей и |

|                                                                                        |                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                        | методов для решения задачи, выбирает метод решения задачи и использует его для решения задачи<br>ПК-1.4 Грамотно оформляет решение поставленной задачи                                                     |
| <b>ПК-5</b><br>Способен моделировать прикладные (бизнес) процессы и предметную область | ПК-5.1 Применяет известные математические модели для решения конкретных практических задач<br>ПК-5.2 При необходимости видоизменяет известные математические модели для лучшего решения поставленных задач |

**5. Форма промежуточного контроля:** зачёт.

**6. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

| Учебная программа –<br>наименование разделов и тем                                                                                                                                                                                                                             | Всего<br>(час.) | Контактная работа (час.) |                                |                      |                                | Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.) |                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------------|----------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                |                 | Лекции                   |                                | Практические занятия |                                |                                                     | Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа) |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                |                 | всего                    | в т.ч. практическая подготовка | всего                | в т.ч. практическая подготовка |                                                     |                                                               |
| <b>Основы теории вероятностей</b><br>Дискретные пространства элементарных событий, вероятности в дискретных пространствах элементарных событий, элементы комбинаторного анализа, выборки, биномиальные коэффициенты, формула Стирлинга. Понятие дискретной случайной величины. | 16              |                          |                                | 10                   | 6                              |                                                     | 6                                                             |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |  |  |    |   |  |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|--|--|----|---|--|---|
| <b>Случайные блуждание и задачи о разорении</b><br>Простейшее случайное блуждание и игра с бросанием монеты. Первый закон арксинуса, число возвращений в начало координат. Испытания Бернулли, биномиальные распределения, закон больших чисел, распределение Пуассона. Нормальное распределение, большие отклонения. Классическая задача о разорении. Задача о времени первого достижения, средняя продолжительность игры. | 22 |  |  | 14 | 6 |  | 8 |
| <b>Марковские цепи и простейшие задачи обслуживания</b><br>Понятие цепи Маркова, вероятности перехода. Эргодическое свойство, стационарные распределения, невозвратные состояния. Простейшие стохастические процессы с непрерывным временем. Распределение Пуассона. Процесс чистого размножения, процесс размножения и гибели. Очереди и задачи обслуживания.                                                              | 20 |  |  | 12 | 4 |  | 8 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |            |          |  |           |           |  |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----------|--|-----------|-----------|--|-----------|
| <b>Основы теории случайных графов. Моделирование сложных сетей.</b><br>Общее понятие графа, его основные характеристики.<br>Понятие случайного графа.<br>Статические и динамические модели случайных графов.<br>Основы программирования на языке R. Библиотеки для моделирования случайных графов.<br>Модель Эрдеша-Реньи.<br>Распределение степеней, связность и существования гигантской компоненты.<br>Понятие сложных сетей, основные характеристики.<br>Модели предпочтительного присоединения и их основные свойства. | 50         |          |  | 28        | 16        |  | 22        |
| <b>ИТОГО</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>108</b> | <b>-</b> |  | <b>64</b> | <b>32</b> |  | <b>44</b> |

## 2. Структура дисциплины для студентов заочной формы обучения

Не предусмотрено.

### III. Образовательные технологии

| Учебная программа – наименование разделов и тем <i>(в строгом соответствии с разделом II РПД)</i> | Вид занятия                  | Образовательные технологии                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Основы теории вероятностей                                                                        | Лекции, практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач                                       |
| Случайные блуждания и задачи о разорении                                                          | Лекции, практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач                                       |
| Марковские цепи и простейшие задачи обслуживания                                                  | Лекции, практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач                                       |
| Основы теории случайных графов. Моделирование сложных сетей.                                      | Лекции, практические занятия | 1. Изложение теоретического материала<br>2. Решение задач<br>3. Построение компьютерных моделей |

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий, занятий в компьютерных классах и различных форм

самостоятельной работы студентов. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лекции, практические занятия в диалоговом режиме, занятия в компьютерном классе, выполнение индивидуальных заданий в рамках самостоятельной работы.

Дисциплина предусматривает выполнение контрольных работ, письменных домашних заданий, практических заданий, связанных с реализацией моделей.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

Для проведения текущей аттестации

Примеры заданий для практических занятий:

Группа из  $2N$  мальчиков и  $2N$  девочек делится на две равные части. Найти вероятность того, что в каждой части число мальчиков и девочек одинаково. Вычислить эту вероятность, используя формулу Стирлинга.

Найти вероятность того, что в пятикарточном покере получится следующий набор: две пары карт одинакового значения, в том числе одна пара тузов королей или дам, плюс одна другая карта.

Сколько нужно взять случайных цифр, чтобы вероятность появления среди них цифры 7 была не меньше  $9/10$ ?

Частица при каждом шаге (одномерного случайного блуждания) перемещается на две единицы налево или на единицу направо, причем соответствующие вероятности равны  $p$  и  $q$ . Если движение начинается из точки  $z > 0$ , то какова вероятность того, что частица когда-либо достигнет начала координат.

Цепь Маркова с состояниями  $1, 2, \dots, a$  имеет матрицу вероятностей перехода, первая и последняя строчки которой равны  $(q, p, 0, \dots, 0)$  и  $(0, \dots, 0, q, p)$  соответственно. В оставшихся строках  $p(k, k+1) = p$  и  $p(k, k-1) = q$ . найти стационарное распределение.

Для проведения промежуточной аттестации:

#### **ПК-1**

способен применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач

ПК-1.1 Имеет общее представление о существующих математических моделях и областях их применения

ПК-1.2 Формулирует задачу в терминах, соответствующих предполагаемым методам решения

ПК-1.3 Оценивает возможность использования существующих моделей и методов для решения задачи, выбирает метод решения задачи и использует его для решения задачи

ПК-1.4 Грамотно оформляет решение поставленной задачи

Пример заданий:

1. В автопарк, рассчитанный на  $N$  мест, прибывает пуассоновский поток машин с интенсивностью  $b$  до тех пор, пока имеются свободные места. Найти дифференциальные уравнения для вероятностей того, что ровно  $n$  мест заняты.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 8 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 6 балла;

Решение содержит грубые ошибки или имеются неточности при выборе модели - 4 балла.

Решение содержит грубые ошибки, имеются неточности при выборе модели - 2 балла.

2. Реализовать модель графа Эрдеша-Реньи для  $n=2000$ ,  $p=0.005$ , построить полученный граф и вычислить для него размер гигантской компоненты.

Способ проведения – реализация программы в компьютерном классе.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 8 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 6 балла;

Решение содержит грубые ошибки или имеются неточности при выборе модели - 4 балла.

Решение содержит грубые ошибки, имеются неточности при выборе модели - 2 балла.

## **ПК-5**

Способен моделировать прикладные (бизнес) процессы и предметную область

ПК-5.1 Применяет известные математические модели для решения конкретных практических задач

ПК-5.2 При необходимости видоизменяет известные математические модели для лучшего решения поставленных задач

1. Страховая компания страхует события A, B, C и D. Страховые выплаты по ним постоянные и составляют соответственно 100, 50, 120, 320 рублей.

Ежемесячные взносы по страховке составляют 3 рубля. Какова вероятность разорения компании (для каждой страховки события наступают независимо и не более одного раза в месяц), если ее начальный капитал равен 3000 рублей, а ежемесячные вероятности наступления событий А, В, С и D равны 0.005, 0.012, 0.0045, 0.0025.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 8 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 6 балла;

Решение содержит грубые ошибки или имеются неточности при выборе модели - 4 балла.

Решение содержит грубые ошибки, имеются неточности при выборе модели - 2 балла.

2. Реализовать модель графа предпочтительного присоединения с весовой функцией  $f(x)=x-x^{0.9}+1$ , построить полученный граф для  $n=1000$  вершин, логарифмический график распределения степеней вершин для  $n=100000$  и вычислить кластерный коэффициент для  $n=100000$ .

Способ проведения – реализация программы в компьютерном классе.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 8 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 6 балла;

Решение содержит грубые ошибки или имеются неточности при выборе модели - 4 балла.

Решение содержит грубые ошибки, имеются неточности при выборе модели - 2 балла.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **1) Рекомендуемая литература**

#### **а) Основная литература:**

1. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учебное пособие / И.В. Орлова, В.А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 389 с.: [Электронный ресурс]. - Режим доступа:

<http://znanium.com/go.php?id=424033>

2. Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач / Орлова И.В., - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 140 с.: [Электронный ресурс]. - Режим доступа:

<http://znanium.com/go.php?id=546672>

б) Дополнительная литература:

1. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 231 с.: ISBN 978-5-9558-0372-2.

[Электронный ресурс]. - Режим доступа:

<http://znanium.com/go.php?id=459517>

2. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 400 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=504735>

2) Программное обеспечение

а)

| <b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 249<br/>(170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b> |                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Cadence SPB/OrCAD 16.6                                                                                                                      | Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009 |
| FidesysBundle 1.4.43 x64                                                                                                                    | Акт приема передачи по договору №02/12-13 от 16.12.2013                                           |
| Google Chrome                                                                                                                               | бесплатно                                                                                         |
| JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3                                                                                                   | бесплатно                                                                                         |
| Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows                                                                                                  | Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022                                                          |
| Lazarus 1.4.0                                                                                                                               | бесплатно                                                                                         |
| Mathcad 15 M010                                                                                                                             | Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011                                                  |
| MATLAB R2012b                                                                                                                               | Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012                                                  |
| MiKTeX 2.9                                                                                                                                  | бесплатно                                                                                         |
| NetBeans IDE 8.0.2                                                                                                                          | бесплатно                                                                                         |
| Notepad++                                                                                                                                   | бесплатно                                                                                         |
| OpenOffice                                                                                                                                  | бесплатно                                                                                         |
| Origin 8.1 Sr2                                                                                                                              | договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»                                           |
| Python 3.4.3                                                                                                                                | бесплатно                                                                                         |
| Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64 bit)                                                                                                       | бесплатно                                                                                         |
| R for Windows 3.3.2                                                                                                                         | бесплатно                                                                                         |
| STATGRAPHICS Centurion XVI.II                                                                                                               | Акт приема-передачи № Tr024185 от 08.07.2010                                                      |

|                                                       |           |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО | бесплатно |
| ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО                         | бесплатно |

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Интернет-университет <http://www.intuit.ru>

## **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

Сайт поддержки учебного процесса по дисциплине: <http://prog.tversu.ru>,

Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)

Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

Сайт ТвГУ (<http://university.tversu.ru>)

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

### **Если зачет:**

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов - 1-й модуль и 50 баллов - 2-й модуль).

Студенту, набравшему 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

### **Если экзамен:**

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой

ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

В итоге проводятся 3 контрольных мероприятия, распределение баллов между которыми составляет 20/35/35. Распределение баллов между модулями первый модуль – 25 баллов, второй модуль – 75 баллов. Также 10 баллов распределяются на выполнение домашнего задания. Контрольные работы проводятся в письменной форме. Примеры заданий приведены в пункте IV.

## VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы.

|                                                                                                      |                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Учебная аудитория № 308 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)                     | Набор учебной мебели, Экран, проектор.     |
| Компьютерный класс №2 факультета ПМиК № 249 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35) | Набор учебной мебели, компьютер, проектор. |

Для самостоятельной работы.

|                                                                                                      |                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Компьютерный класс №2 факультета ПМиК № 249 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35) | Набор учебной мебели, компьютер, проектор. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|

## VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

| № п.п. | Обновленный раздел рабочей программы дисциплины | Описание внесенных изменений | Дата и протокол заседания |
|--------|-------------------------------------------------|------------------------------|---------------------------|
|--------|-------------------------------------------------|------------------------------|---------------------------|

|    |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                           |                                                                                     |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                           | кафедры,<br>утвердившего<br>изменения                                               |
| 1. | 3. Объем дисциплины                                                                                                                                                                                    | Выделение часов<br>на практическую<br>подготовку                                                                                                                                                          | От 29.10.2020<br>года, протокол № 3<br>ученого совета<br>факультета                 |
| 2. | II. Содержание<br>дисциплины,<br>структурированное по<br>темам (разделам) с<br>указанием отведенного<br>на них количества<br>академических часов и<br>видов учебных занятий                            | Выделение часов<br>на практическую<br>подготовку                                                                                                                                                          | От 29.10.2020<br>года, протокол № 3<br>ученого совета<br>факультета                 |
| 3. | 3. Объем<br>дисциплины.<br>II. Содержание<br>дисциплины,<br>структурированное по<br>темам (разделам) с<br>указанием отведенного<br>на них количества<br>академических часов и<br>видов учебных занятий | Изменения в<br>учебные планы и<br>обновление рабочих<br>программ практик,<br>рабочих программ<br>дисциплин в части<br>включения часов<br>практической<br>подготовки.                                      | Решение<br>научно-<br>методического<br>совета (протокол<br>№1 от 09.09.2020<br>г.). |
| 4. | 4. Планируемые<br>результаты обучения по<br>дисциплине,<br>соотнесенные с<br>планируемыми<br>результатами освоения<br>образовательной<br>программы                                                     | Изменения в<br>учебные планы и в<br>рабочие программы<br>дисциплин,<br>формирующих<br>новые/измененные<br>компетенции в<br>соответствии с<br>приказом<br>Минобрнауки России<br>от 26.11.2020 г.<br>№1456. | Решение<br>научно-<br>методического<br>совета (протокол<br>№6 от 02.06.2021 г.)     |
| 5  | I. Аннотация. IV.<br>Оценочные материалы<br>для проведения текущей<br>и промежуточной<br>аттестации                                                                                                    | Изменения в<br>учебные планы и в<br>рабочие программы<br>дисциплин,<br>формирующих<br>новые/ измененные<br>компетенции в<br>соответствии с                                                                | Протокол № 7<br>заседания ученого<br>совета от 30.12.2021<br>года                   |

|   |                                                                                                                        |                                                                   |                                                                    |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                                                                        | приказом<br>Минобрнауки России<br>от 26.11.2020 г. №<br>1456      |                                                                    |
| 6 | V. Учебно-методическое и информационное обеспечение, необходимое для проведения практики<br>2) Программное обеспечение | Внесены изменения в программное обеспечение                       | От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета         |
| 7 | VII. Материально-техническое обеспечение                                                                               | Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий | От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета         |
| 8 | VII. Материально-техническое обеспечение                                                                               | Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий | От 22.08.2023 г., протокол № 1 заседания ученого совета факультета |