

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Лельчицкий Игорь Давыдович  
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности  
Дата подписания: 17.06.2026 11:50:28  
Уникальный программный ключ:  
aa5b5ee17d97a2e4d84e98e995329af04f047ce2

УП: 44.03.03 СДО  
Логопедия ЗФО  
2026.plx

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ  
Руководитель ООП

Гонина О.О.



15 мая 2026 г.

Рабочая программа дисциплины

**Основы математической статистики в специальном  
образовании**

Закреплена за кафедрой:	<b>Математического и естественнонаучного образования</b>
Направление подготовки:	<b>44.03.03 Специальное (дефектологическое) образование</b>
Направленность (профиль):	<b>Логопедия</b>
Квалификация:	<b>Бакалавр</b>
Форма обучения:	<b>заочная</b>
Семестр:	<b>4</b>

Программу составил(и):

*без уч. степ., старший преподаватель, Демурчян Г.А.*

Тверь, 2026

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели освоения дисциплины (модуля):

Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является: сформировать у студентов необходимый объём теоретических знаний, практических умений и навыков математического и компьютерного моделирования в процессе решения задач образовательной и профессиональной деятельности в среде пакета программ IBM SPSS Statistics v.22., в среде R Commander.

### Задачи :

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучить основные идеи выборочного метода.
- освоить основные виды статистического анализа данных,
- уметь проверять основные статистические гипотезы в среде SPSS, в среде R Commander. Уметь применять их на практике, в том числе и в задачах, связанных с будущей специальностью.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О

### Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Обучающиеся должны иметь представление об основных понятиях теории вероятностей и математической статистики на уровне курса средней школы, владеть навыками работы с компьютером и табличным процессором на уровне курса информатики средней школы.

Введение в профессиональную деятельность

Введение в методологию научного исследования

**Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

Преддипломная практика

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>Общая трудоемкость</b>	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
<b>в том числе:</b>	
самостоятельная работа	96
часов на контроль	4

## 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-8.3: Применяет специальные научные знания для анализа эффективности своей педагогической деятельности

ОПК-9.1: Приводит объяснение принципов работы современных информационных технологий

ОПК-9.2: выбирает современные информационные технологии, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

ОПК-9.3: Применяет современные информационные технологии в процессе педагогической деятельности

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

УК-1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи

УК-2.2: Предлагает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; оценивает предложенные способы с точки зрения соответствия цели проекта

## 5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля на курсах:	
зачеты	4

## 6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

## 7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Сем.	Часов	Примечание
	Раздел 1. методические основы планирования исследования.				
1.1	Математические основы планирования исследования Предмет математической статистики. Основная задача и основной метод статистики. Основные понятия математической статистики, генеральная совокупность, выборка, объем выборки. Виды выборок.	Ср	4	10	
	Раздел 2. Методы обработки одномерных данных.				
2.1	Числовые характеристики статистических рядов: меры центральной тенденции и меры изменчивости	Лек	4	1	
2.2	Числовые характеристики статистических рядов: меры центральной тенденции и меры изменчивости: средние, мода, медиана, выборочная дисперсия, среднее квадратичное отклонение. Интервальные ряды, интервальные оценки.	Пр	4	1	
2.3	Числовые характеристики статистических рядов: меры центральной тенденции и меры изменчивости: средние, мода, медиана, выборочная дисперсия, среднее квадратичное отклонение. Интервальные ряды, интервальные оценки.	Ср	4	10	
	Раздел 3. Графическое представление статистической информации				

3.1	. Графическое представление статистической информации: полигон частот, круговая диаграмма, гистограмма. Обработка в пакетах программ.	Ср	4	16	
3.2	Нормальный закон распределения и его применение	Лек	4	1	
3.3	Проверка нормальности распределения	Пр	4	1	
3.4	Нормальный закон распределения и его применение. Проверка нормальности распределения	Ср	4	10	
3.5	Элементы корреляционного анализа. Ранговая корреляция.	Ср	4	10	
	Раздел 4. Проверка статистических гипотез				
4.1	Статистическая проверка статистических гипотез: основные понятия. Статистические гипотезы (нулевая и альтернативная).	Лек	4	1	
4.2	Общие принципы проверки статистических гипотез.	Пр	4	1	
4.3	Статистическая проверка статистических гипотез: основные понятия. Статистические гипотезы (нулевая и альтернативная). Общие принципы проверки статистических гипотез.	Ср	4	12	
4.4	Проверка статистических гипотез о равенстве средних.	Лек	4	1	
4.5	Однофакторный дисперсионный анализ	Пр	4	1	
4.6	Проверка статистических гипотез о равенстве средних. Однофакторный дисперсионный анализ	Ср	4	16	
4.7	Элементы регрессионного анализа.	Ср	4	12	
4.8	Зачет, подготовка к зачету	Зачёт	4	4	

### **Образовательные технологии**

Проблемная лекция, лабораторные занятия, подготовка презентаций работ в среде программ.

Экспресс-опрос в конце занятия на проверку степени усвоения нового метода решения задач (самостоятельная работа)

### **Список образовательных технологий**

1	Информационные (цифровые) технологии
2	Технологии развития критического мышления
3	Проектная технология

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации**

Пример задания: Дана выборка по двум признакам X - возраст детей (лет), Y – время выполнения математического задания в мин):

1. Создать файл OnlyOffice с исходными данными. Использовать метки переменных.
2. Вычислить описательные статистики /средние, дисперсии, стандартные отклонения/ обеих переменных и объяснить их практический смысл.
3. Построить график двумерного рассеивания. Сделать вывод о наличии линейной связи между переменными.
4. Вычислить коэффициент корреляции Пирсона и сформулировать полный вывод.
5. Построить линию тренда / прямую линию регрессии/.
6. Сохранить файл OnlyOffice.

Возможные темы рефератов

1. Критерий Стьюдента
2. Критерий Вилкоксона
3. Критерий Мак-Немара
4. Угловое преобразование Фишера
5. U-критерий Манна-Уитни
6. Критерий согласия Пирсона
7. Коэффициент корреляции Пирсона
8. Классификация задач и методов их статистического решения
9. Параметрические и непараметрические критерии
10. Возможности и ограничения параметрических и непараметрических критериев
11. История возникновения и развития математической статистики

## 8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Примерные вопросы теста по теме1. (УК 1, УК 2)

Что такое выборка и генеральная совокупность (выберите правильные высказывания, относящиеся к этим понятиям)?

- а. выборка – это часть людей, отобранная из значительно большей по численности группы, которая называется генеральной совокупностью;
- б. генеральная совокупность – это часть людей, отобранная из значительно большей по численности группы, которая называется выборка;
- в. конечной целью социологического исследования является распространение выводов, полученных на выборке, на всю изучаемую генеральную совокупность;
- г. конечной целью статистического исследования является распространение выводов, полученных на генеральной совокупности, на всю изучаемую выборку;
- д. выборки бывают независимыми и зависимыми;
- е. генеральная совокупность должна удовлетворять требованию репрезентативности.

Итоговый тест (УК 1, УК 2, ОПК 8, ОПК 9)

Вопросы сформулированы в виде теста с выборочным ответом среди предложенных вариантов только один правильный. Укажите его.

Часть I

1. Найдите размах ряда 11, 12, 14, 14, 14, 15, 17, 18

6 7 8

1. Статистическое распределение имеет вид

$x_i$  3 7 8 9

$n_i$  2 4 6 10.

Объем выборки равен

3. Мода ряда 3, 4, 6, 6, 7, 10, 11, 12 равна

6,7      6,5

4. В результате измерения некоторой величины получены результаты

4,5; 5,5; 6,5.

Тогда несмещенная оценка дисперсии равна

1      5,5      2

5. Дан доверительный интервал (18,44; 19,36). Найдите математическое ожидание  $a$

18      18,9      19

6. Точечная оценка математического ожидания нормально распределенного признака равна 15. Тогда интервальная оценка равна

(14,45; 15,55)      (14,25; 15,55)      (14,6; 15,2)

7. В какой шкале представлено измерение – распределение респондентов по возрасту  
номинальной      порядковой      интервальной

8. Перечислите характеристики кривой нормального распределения

9. Первым этапом принятия статистического решения является

- выдвижение гипотез
- определение объема выборки
- выбор статистического метода

10. Нулевая гипотеза имеет вид « $H_0: a = 12$ ». Альтернативной гипотезой может быть

$H_1: a = 11$        $H_1: a = 12,5$        $H_1: a \leq 12$

11. Левосторонняя критическая область определяется равенством

$P(K \leq 1,55) = 0,05$        $P(K \leq 1,55) = 0,05$        $P(1,5 \leq K \leq 1,55) = 0,05$

Часть 2

Решите задачи

12. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания  $a$  генеральной совокупности по выборочной средней равна  $\delta = 0,3$ , если известно среднее квадратичное отклонение  $\sigma = 1,2$  нормально распределенной генеральной совокупности.

13. Два психолога проранжировали 11 факторов, влияющих на поведение подростков. В итоге были получены две последовательности рангов:

$x_i$   
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

$y_i$   
1 2 3 5 4 9 8 11 6 7 10.

Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить, значима ли ранговая корреляционная связь между последовательностями рангов.

14. Для оценки знаний обучающихся были применены две методики, одна методика содержала 5 вопросов, другая – 4. В итоге были получены следующие результаты:

$x_i$       9,6 10,0 9,8 10,2 10,6

$y_i$       10,4 9,7 10,0 10,3.

Можно ли считать, что обе методики обеспечивают одинаковую точность измерений при уровне значимости  $\alpha = 0,1$ ? В качестве нулевой гипотезы взять  $H_0: D(X) = D(Y)$ , конкурирующей  $H_1: D(X) \neq D(Y)$ . Считать, что результаты измерений распределены нормально.

### 8.3. Требования к рейтинг-контролю

Не предусмотрен.

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Рекомендуемая литература

#### Основная

Шифр	Литература
Л.1.1	Гмурман, Теория вероятностей и математическая статистика, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-00859-3, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/536720">https://urait.ru/bcode/536720</a>
Л.1.2	Гмурман, Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-08569-3, URL: <a href="https://urait.ru/bcode/537071">https://urait.ru/bcode/537071</a>

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Статистические Калькуляторы: сайт. режим доступа: <a href="https://www.calculator.io/ru/статистика/">https://www.calculator.io/ru/статистика/</a> : <a href="https://www.calculator.io/ru/статистика/">https://www.calculator.io/ru/статистика/</a>
Э2	Математические методы обработки данных сайт. режим доступа: <a href="https://www.psychol-ok.ru/lib/statistics.html">https://www.psychol-ok.ru/lib/statistics.html</a> : <a href="https://www.psychol-ok.ru/lib/statistics.html">https://www.psychol-ok.ru/lib/statistics.html</a>

### Перечень программного обеспечения

1	Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows
2	Google Chrome
3	Adobe Acrobat Reader
4	OpenOffice
5	WinDjView
6	RStudio
7	IBM SPSS Amos 19
8	SMART Notebook
9	IBM SPSS Statistics 22
10	ОС Linux Ubuntu
11	Многофункциональный редактор ONLYOFFICE

### Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	Репозиторий ТвГУ
2	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы)
3	ЭБС ТвГУ
4	ЭБС «Лань»
5	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
6	ЭБС «ЮРАИТ»
7	ЭБС «ZNANIUM.COM»

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Аудит-я	Оборудование
9-205	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, скелет человека, весы напольные, ростомер, молоток неврологический, секундомер, пикфлоуметр,

**11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины  
 Конспекты лекций и лабораторных занятий, электронные презентации в LMS.  
 Пример: Лекция/Практическое занятие  
 Статистические оценки параметров распределения

**1. Точечные оценки**

Определение 1. Статистической оценкой неизвестного параметра теоретического распределения случайной величины  $X$  называется функция  $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  от наблюдаемых случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

Т.о., статистическая оценка – это числовая характеристика, полученная на основе выборочных данных, которая позволяет оценить неизвестный параметр распределения. Статистическая оценка является приближенным значением исследуемого параметра и позволяет сделать вывод о генеральной совокупности на основе выборочных данных.

Определение 2. Точечной оценкой называется статистическая оценка, которая выражается одним числом, равным значению функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – наблюдаемые значения количественного признака  $X$  на выборке.

Точечная оценка представляет собой одно число, которое считается наиболее вероятным значением исследуемого параметра.

**Примеры статистических оценок**

Среднее значение – это наиболее распространенная точечная оценка. Среднее значение является оценкой центральной тенденции и дает представление о типичном значении в выборке.

Дисперсия – это мера разброса данных вокруг среднего значения.

Коэффициент корреляции является мерой силы и направления линейной связи между двумя переменными. Его значения меняются от -1 до 1. Коэффициент корреляции позволяет оценить, насколько две переменные связаны друг с другом.

Доверительный интервал – это диапазон значений, в котором с определенной вероятностью находится истинное значение параметра.

**Свойства статистических оценок****1) Несмещенность**

Определение 3. Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Несмещенная оценка не содержит систематической ошибки и в среднем дает правильное значение параметра.

Точечная оценка называется смещенной, если ее математическое ожидание не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя.

Смещенной оценкой генеральной дисперсии является выборочная дисперсия.

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия. Исправленная выборочная дисперсия вычисляется по формуле

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D(X),$$

где  $D(X)$  – выборочная дисперсия.

**2) Состоятельность**

Определение 4. Статистическую оценку называют состоятельной, если при увеличении объема выборки она стремится (сходится) к истинному значению параметра, т.е. при увеличении объема выборки оценка становится все более точной.

### 3)Эффективность

Определение 5. Статистическую оценку называют эффективной, если она имеет наименьшую дисперсию среди всех несмещенных оценок, т.е. является наиболее точной среди всех несмещенных оценок.

Методы оценивания параметра распределения

- Метод моментов
- Метод максимального правдоподобия
- Байесовский подход и др.

Каждый метод имеет свои преимущества и недостатки. Выбор того или иного метода зависит от конкретной задачи и доступных данных.

## 2. Интервальные оценки

Определение 6. Интервальной называют статистическую оценку, которая определяется двумя числами, концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Определение 7. Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью  $\gamma$  (вероятностью) покрывает исследуемый параметр.

Пусть исследуемый количественный параметр  $X$  распределен нормально, пусть далее  $n$  – объем выборки и  $\bar{x}_{cp}$  – средняя выборочная и известно квадратическое (стандартное) отклонение  $\sigma$ .

Тогда интервальной оценкой математического ожидания  $a$  нормально распределенного количественного параметра  $X$  по выборочной средней  $\bar{x}_{cp}$  при известном квадратическом отклонении  $\sigma$  с надежностью  $\gamma$  служит доверительный интервал

$$\bar{x}_{cp} - t \cdot (\sigma/\sqrt{n}) < a < \bar{x}_{cp} + t \cdot (\sigma/\sqrt{n}) ,$$

где  $t(\sigma/\sqrt{n}) = \delta$  – точность оценки,  $t$  – аргумент функции Лапласа  $\Phi(t)$ , при котором  $\Phi(t) = \gamma/2$ .

Таблица значений функции Лапласа приведена в Приложении.

Задачи для решения на занятии

№1 (№450) Задан статистический закон распределения количественного признака (параметра)  $X$ :

$x_i$  2 5 7 10

$n_i$  16 12 8 14

Найти несмещенную оценку генеральной средней. Ответ 5,76

№2 (№455) По выборке объема  $n = 41$  найдена выборочная дисперсия  $D = 3$ . Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности. Ответ. 3,075

№3 (№501) Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания  $a$  нормально распределенного количественного признака (параметра)  $X$  генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  равно 5, выборочная средняя  $\bar{x}_{cp}$  равна 14 и объем выборки равен 25. Ответ. (12,04; 15,96)

№4 (№506) Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания  $a$  генеральной совокупности по выборочной средней  $\bar{x}_{cp}$  равна 0,3, если известно среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 1,2$  нормально распределенной генеральной совокупности. Ответ. 81

Задания для самостоятельного решения

№1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания  $a$  нормально распределенного признака  $X$  генеральной совокупности, если даны генеральное среднее квадратичное отклонение  $\sigma = 4$ , выборочная средняя  $\bar{x}_{cp} = 10,2$  и объем выборки  $n = 16$ . Ответ. (7,63; 12,77).

№2. Одним и тем же прибором со средним квадратичным отклонением случайных ошибок измерений  $\sigma = 40$  м. произведено 5 равноточных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния  $a$  до цели с

надежностью  $\gamma = 0,95$ , зная среднее арифметическое результатов измерений  $x_{\text{ср}} = 2000\text{м}$ .  
Ответ. (1960,8; 2039,2).

№3. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000 часов. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности, а горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратичное отклонение продолжительности горения лампы  $\sigma = 40$  часов. Ответ. (992,16; 1007,84).

№4. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания  $\mu$  нормально распределенного признака  $X$  генеральной совокупности, если даны генеральное среднее квадратичное отклонение  $\sigma = 5$ , выборочная средняя  $x_{\text{ср}} = 16,8$  и объем выборки  $n = 25$ . Ответ. (14,23; 19,37).

№5. По данным 9 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений  $x_{\text{ср}} = 30,1$  и исправленное среднее квадратичное отклонение  $s = 6$ . Оценить истинное значение измеряемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью  $\gamma = 0,99$ . Ответ. (23,38; 36,82).

№6. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания  $\mu$  генеральной совокупности по выборочной средней будет равна  $\delta = 0,2$ , если известно среднее квадратичное отклонение  $\sigma = 1,5$  нормально распределенной генеральной совокупности. Ответ. 179.

№7. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 12$ :

-0,5 -0,4 -0,2 0 0,2 0,6 0,8 1 1,2 1,5

1 2 1 1 1 1 1 2 1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание  $\mu$  нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала. Ответ. (-0,04; 0,88).

№8. Станок-автомат штампует валики. По выборке объема  $n = 100$  вычислена выборочная средняя диаметров изготовленных валиков. Найти с надежностью 0,95 точность  $\delta$ , с которой выборочная средняя оценивает математическое ожидание диаметров, изготавливаемых валиков, зная, что их среднее квадратичное отклонение  $\sigma = 2$  мм. Ответ. 0,392 мм.

№9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 10$ :

варианта -2 1 2 3 4 5

частота 2 1 2 2 2 1.

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание  $\mu$  нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала. Ответ. (0,3; 3,7).

Вопросы к зачету

1. Основные задачи и метод математической статистики.
2. Основные понятия математической статистики.
3. Выборка. Способы задания выборки. Типы выборок. Понятие репрезентативной выборки
4. Числовые характеристики статистических рядов: средние значения, мода, медиана, размах ряда, дисперсия, квадратичное отклонение.
5. Интервальные оценки. Доверительный интервал.
6. Нормальное распределение. Асимметрия и эксцесс
7. Графическое представление статистической информации: полигон частот, круговая диаграмма, гистограмма
8. Элементы корреляционного анализа. Ранговая корреляция Спирмена и Кендалла.
9. Проверка статистических гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Ошибки I и II рода.
10. Параметрические и непараметрические критерии проверки статистических

Гипотез