

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Павлова Людмила Станиславовна  
Должность: и.о. проректора по образовательной деятельности  
Дата подписания: 21.11.2025 14:44:19  
Уникальный программный ключ:  
d1b168d67b4d7601372f8158b54869a0a60b0a21

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Тверской государственный университет»**

Рассмотрено и рекомендовано

на заседании Ученого совета

факультета прикладной математики

и кибернетики протокол №\_3\_ от 30.10.2025

«УТВЕРЖДАЮ»:

Руководитель ООП

 /С.М.Дудаков /

«30» октября 2025 года



**Программа государственной итоговой аттестации**

Аттестационное испытание

**«Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена»**

Направление подготовки

01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Направленность (профиль)

Системный анализ

Тверь 2025 г.

## II. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Экзамен является междисциплинарным, проводится в соответствии с графиком учебного процесса. Цель экзамена – проверка овладения выпускником основных компетенций, требуемых в профессиональной деятельности.

Экзамен включает задания по следующим дисциплинам:

1. Алгебра и геометрия.
2. Математический анализ.
3. Теория вероятностей и математическая статистика
4. Теория игр и исследование операций/ Анализ временных рядов.
5. Методы оптимизации и исследование операций.
6. Методы программирования.

Экзамен проводится в письменной форме.

При необходимости допускается проведение государственного экзамена с применением ЭО и ДОТ в соответствии с «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по основным образовательным программам бакалавриата, магистратуры, специалитета в ТвГУ».

Экзаменационные задания составлены в соответствии с перечнем необходимых компетенций. На экзамен выносятся по 2 задания по каждой дисциплине, включенной в итоговый экзамен. Время проведения экзамена – 4 часа.

Оценка результатов итогового государственного экзамена проводится на основе Положения, утвержденного деканом факультета.

Для объективной оценки уровня освоения компетенций выпускника тематика экзаменационных вопросов и заданий является комплексной и соответствует разделам учебных циклов.

**Компетенции, уровень сформированности которых будет оцениваться на экзамене:**

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Индикаторы достижения компетенции в соответствии с учебным планом</b>
<b>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в</b>	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук  ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности

<b>профессиональной деятельности</b>	ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности
<b>ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</b>	<p>ОПК-2.1 Знает существующие математические методы и системы программирования</p> <p>ОПК-2.2 Использует существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</p> <p>ОПК-2.3 Разрабатывает и реализует алгоритмы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>
<b>ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.</b>	<p>ОПК-5.1 Демонстрирует знания основных положений и концепций в области программирования.</p> <p>ОПК-5.2 Знает архитектуру языков программирования.</p> <p>ОПК-5.3 Составляет программы.</p> <p>ОПК-5.4 Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем.</p>

### **Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания**

В качестве решённых задач по желанию обучающегося могут быть зачтены результаты участия в Федеральном интернет-экзамене в сфере профессионального образования (ФЭПО) или Федеральном интернет-экзамене выпускников бакалавриата (ФИЭБ) согласно следующим критериям:

- золотой сертификат — четыре полностью решённые задачи;
- серебряный сертификат — три полностью решённые задачи;
- бронзовый сертификат — две полностью решённые задачи;
- сертификат участника — одна полностью решённая задача.

Чтобы зачесть результаты участия, до начала процедуры сдачи государственного экзамена обучающийся должен подать заявление в

письменной форме на имя руководителя основной образовательной программы с приложением копии сертификата.

Результат решения каждой задачи оценивается баллами в диапазоне от 0 до 1 с дискретизацией в 0.1 балла. Максимально возможная оценка в 1 балла выставляется, если при решении задачи получен правильный ответ, решение изложено полно и правильно, в необходимой логической последовательности, точно используется профессиональная терминология. За каждую неточность оценка снижается на 0.1 балла. Если решение отсутствует или материал излагается непоследовательно, изложение решения демонстрирует непонимание сущности задачи, то выставляется 0 баллов.

Баллы за решение задач суммируются, и итоговая оценка выставляется в зависимости от суммы набранных баллов:

менее 3 баллов – неудовлетворительно;  
от 3.0 до 5.0 баллов – удовлетворительно;  
от 5.1 до 8.0 баллов – хорошо;  
от 8.1 до 12.0 баллов – отлично.

При оценке уровня сформированности компетенций:

Пороговый – соответствует оценке «удовлетворительно»  
Достаточный – соответствует оценке «хорошо»  
Продвинутый – соответствует оценке «отлично».

### **Перечень вопросов и образцы заданий.**

**Перечень рекомендуемой литературы для подготовки к государственному экзамену**

## **АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ**

1. Определение абсолютного линейного  $n$ -мерного пространства, подпространства, их базисы.

Арифметическое вещественное  $n$ -мерное линейное пространство, подпространство их базисы. Линейные оболочки, их базисы (размерность).

Изоморфизм  $n$ -мерных линейных пространств.

Связь между координатами одного и того же вектора в различных базисах линейного пространства (подпространства).

**Задачи: 1277 -1281.**

2. Линейные преобразования. Ядро и образ линейного преобразования. Сопряженные, самосопряженные, ортогональные преобразования, операторы.

Матрица линейного преобразования при переходе от одного базиса к другому.  
**Задачи 1452 а), б), 1454 - 1446.**

3. Сумма, пересечение линейных подпространств (оболочек) их базисы (размерности).

**Задачи 1320 - 1322.**

4. Пространство решений линейной однородной системы уравнений.

**Задачи 1312, 1313.**

5. Совместность (несовместность) линейной неоднородной системы уравнений, ее решение в аффинном арифметическом вещественном пространстве.

**Задачи 689 - 703.**

6. Евклидово и метрическое вещественное пространства. Ортогональное дополнение линейных подпространств. Ортогональная составляющая и проекция вектора на подпространство.

**Задачи: 1366, 1367, 1370 - 1374, 1377.**

7. Квадратичные формы, их матрицы. Приведение кв. форм к каноническому виду.

**Задачи: 1175 -1178.**

8. Приведение квадратичных форм к каноническому виду, ортогональным преобразованиям.

**Задачи: 1248 -1262.**

Номера задач см. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/529>.

### **Основная литература:**

1. Огнева Э. Н. Математика: Раздел 1. Алгебра и геометрия: учебное пособие / Э. Н. Огнева. - Кемерово: КемГУКИ, 2011. - 227 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=227759>

2. Шуман, Г. И. Алгебра и геометрия : учебное пособие / Г. И. Шуман, О. А. Волгина, Н. Ю. Голодная. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. - 160 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-369-01708-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1002027>

3. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/183752>

### **Дополнительная литература:**

1. Кирсанов, М. Н. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple: учебное пособие / М. Н. Кирсанов, О. С. Кузнецова. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 272 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/20873. - ISBN 978-5-16-012325-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1907684>

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

1. Предел функции, 0-символика.  
[4] №650, №651, №1318-1370, №1398-1406.
2. Дифференцирование.  
[4] №1039-1046, №1111-1120, №3371-3381, №3383-3388, №3400-3419.
3. Формула Тейлора.  
[4] №1377-1387, №3593-3600.
4. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.  
[4] №3717-3720.
5. Интегрирование.  
[4] №1628-1680, №2239-2250, №4107-4110, №4258-4274, №4298-4301, №4367, №4368, №4376-4380.
6. Сходимость числовых рядов.  
[4] №2555-2565, №2573-2583.
7. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.  
[4] №2646-2648, №2716-2723, №2774.
8. Степенные ряды.  
[4] №2812-2830, №2906-2915.

### **Основная литература:**

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82814>

2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818>
3. Шершнева, В. Г. Математический анализ : учебное пособие / В. Г. Шершнева. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 288 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005488-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1911157>
4. Пантелеев, А. В. Математический анализ : учебное пособие / А.В. Пантелеев, Н.И. Савостьянова, Н.М. Федорова. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 502 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1077332. - ISBN 978-5-16-016008-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1219350>
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт.  
Том 1. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2016. — 608 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71768> (ЭБС «Лань»).
- Том 2. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2017. — 800 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/91898> (ЭБС «Лань»).
- Том 3. [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 656 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/409> (ЭБС «Лань»).

#### **Дополнительная литература:**

1. Гурьянова, К. Н. Математический анализ : учебное пособие / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 332 с. — ISBN 978-5-7996-1340-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/66542.html>
2. Шипачев, В. С. Математический анализ. Теория и практика : учебное пособие / В. С. Шипачев. — 3-е изд. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 351 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/989800>
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. [Электронный ресурс]: учеб. пособие — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2017. — 624 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/92629> (ЭБС «Лань»).

**Замечание.** Можно воспользоваться любым стереотипным изданием учебников, указанных авторов, независимо от года издания.

## **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

1. Дискретное вероятностное пространство. Вероятность события. Свойства вероятности. Теорема сложения.
2. Классическое определение вероятности.
3. Условная вероятность. Теорема умножения. Независимость событий.
4. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
5. Последовательность испытаний Бернулли. Полиномиальное распределение.
6. Теорема Пуассона. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Дискретная случайная величина. Примеры дискретных распределений. Независимость случайных величин.
8. Функция распределения и плотность распределения случайной величины. Примеры непрерывных распределений
9. Функциональные преобразования случайных величин.
10. Случайные вектора.
11. Функциональные преобразования случайных векторов. Свертка распределений
12. Числовые характеристики случайных величин и векторов.
13. Коэффициент корреляции и его свойства.
14. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Интегральная теорема Муавра -Лапласа.
15. Цепи Маркова.
16. Предмет и задачи математической статистики. Простой случайный выбор.
17. Точечное оценивание. Несмещенность, состоятельность, эффективность.
18. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
19. Эмпирическая функция распределения.
20. Достаточные условия состоятельности оценок.
21. Метод моментов и метод максимального правдоподобия.
22. Интервальное оценивание. Доверительный интервал для математического ожидания случайной величины с известной дисперсией. Доверительный интервал для вероятности события. Доверительные оценки параметров нормального распределения.
23. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.
24. Хи-квадрат критерии независимости и однородности.
25. Выбор из двух простых гипотез. Критерий Неймана-Пирсона.

### **Основная литература:**



1. Вылегжанин И. А., Пожидаев А. В. Теория вероятностей. Сибирский государственный университет путей сообщения. Год: 2023. Страниц: 134. ISBN 978-5-00148-287-1.  
<https://e.lanbook.com/book/356264>
2. Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Н. Калинина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 472 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02471-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468770>
2. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина ; под ред. В. А. Колемаева. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юнити-Дана, 2017. — 352 с. : табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=692063>

#### **Дополнительная литература:**

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468331>
2. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. - 2-е изд. доп. - Ставрополь: Агрус, 2013. - 257 с.: схем., табл.; То же [Электронный ресурс]. - Режим доступа : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492>

#### **Сборники задач:**

1. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач : учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8599-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513227> (дата обращения: 15.11.2023).

#### **Примеры задач к квалификационному экзамену Формула полной вероятности и формула Байеса**

Есть два типа сигналов, которые передаются с помощью светового передатчика. Оба типа сигналов передаются одинаково часто. Сигнал первого типа фиксируется с вероятностью 0.9, второго типа – с вероятностью 0.8. Зафиксирована передача некоторого сигнала. Какова вероятность того, что это сигнал первого типа?

### Функциональные преобразования

- 1) Известно, что возраст дедушки равен квадрату возраста внука, делённому на 8. Найти распределение возраста дедушки, если возраст внука равномерно распределен на отрезке  $[25, 30]$ .
- 2) Некоторый человек тестируется на время реакции  $\tau_1$  и  $\tau_2$  на два разных воздействия. В качестве обобщенного показателя берется величина  $\eta = \tau_1 / \tau_2$ . Найти плотность распределения с.в.  $\eta$ , если  $\tau_1$  и  $\tau_2$  независимы и имеют равномерные распределения на отрезках  $[0, 0.5]$  и  $[0, 1]$  соответственно.

### Коэффициент корреляции

Закон распределения дискретного случайного вектора  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$  задан в таблице ниже:

$\xi_2 \backslash \xi_1$	-1	0	1
1	0.1	0.3	0.3
2	0.2	0.1	0.0

Вычислить коэффициент корреляции случайных величин  $\xi_1$  и  $\xi_2$ .

### ЦПТ

На 3 курсе некоторого факультета обучается 500 студентов. По опыту прошлых лет было замечено, что 25% студентов этого факультета неспособны сдать экзамены с первого раза. Какое минимальное число студентов, сдавших экзамены с первой попытки, можно гарантировать с вероятностью 0.99 в этих условиях.

### Цепи Маркова

Семен Семенович принимает два решения «Разрешить» и «Отказать». Если предыдущим решением было «Разрешить», то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.6. Если предыдущим решением было «Отказать», то следующим решением будет «Разрешить» с вероятностью 0.2. Первоначально Семен Семенович собирался «Разрешить». Найти вероятность того, что три раза будет принято решение «Разрешить». Найти вероятность положительного решения после длительного периода обращений.

### Оценки и их свойства

- 1) Имеется выборка  $X = (X_1, \dots, X_N)$  из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} \theta^{-1} \cdot e^{-(x-\theta)/\theta}, & x \in [\theta, \infty) \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases}, \quad \text{где } \theta > 0 - \text{неизвестный параметр.}$$

Построить оценку для параметра  $\theta$  по методу моментов и проверить ее на несмещенность и состоятельность.

- 2) Имеется выборка  $X = (X_1, \dots, X_N)$  из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} (\theta - 1) \cdot x^{-\theta}, & y \in [1, \infty) \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases}, \quad \text{где } \theta > 0 - \text{неизвестный параметр.}$$

Построить оценку для параметра  $\theta$  по методу наибольшего правдоподобия.

### Доверительные интервалы

Имеются данные о числе граждан из стран отдалённого зарубежья, въехавших на территорию РФ, за несколько лет: 42, 21, 55, 48, 37, 48, 16, 25, 34, 87. Предполагая, что исследуемые данные получены из нормального распределения построить доверительные интервалы уровня  $\gamma = 0.95$  для параметров  $a$  и  $\sigma^2$ .

### Гипотеза о виде распределения

Имеются данные о числе сданных студентами экзаменов. Можно ли считать на уровне значимости  $\alpha = 0.05$ , что число сданных экзаменов распределено по биномиальному закону. Для проверки воспользоваться  $\chi^2$ -критерием согласия.

Число экзаменов $x_i$	0	1	2	3	
Число студентов $n_i$	5	10	15	10	$\sum n_i = 40$

### Гипотеза независимости

В таблице ниже приведены 818 случаев, классифицированных по двум признакам: наличию прививки против холеры и отсутствию заболевания.

Прививка \ Заболевание	Нет	Есть
Есть	260	19
Нет	473	66

Проверить гипотезу об эффективности вакцинации (независимость признаков) на уровне значимости  $\alpha = 0.01$ .

### Гипотеза однородности

В таблице приведены данные о распределении доходов (в тыс. крон) заводских мастеров Швеции в 1930 г. для возрастных групп 40-50 лет и 50-60 лет:

Возрастная группа	Доходы		
	0-2	2-4	$\geq 4$
40-50 лет	501	2681	1334
50-60 лет	378	2096	1015

Можно ли считать на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , что потоки являются однородными по уровню доходов?

## **ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ**

1. Общие сведения о моделях и основных принципах исследования операций

1.1. Определение и обобщенная схема операции. Оперирующая сторона. Контролируемые и неконтролируемые факторы. Математическая модель операции. Примеры моделей.

1.2. Цели операции. Критерии эффективности. Векторные критерии эффективности.

2. Оценка эффективности стратегий (решений)

2.1. Оценка эффективности при наличии неконтролируемых факторов. Сравнение эффективности стратегий. Примеры оценки эффективности стратегий.

2.2. Оценка эффективности при наличии случайных факторов.

3. Игровые модели анализа операций.

3.1. Конечные антагонистические (матричные) игры. Принцип оптимальности. Смешанное расширение матричных игр. Теорема о минимаксе. Методы решения матричных игр. Примеры приложений матричных игр.

3.2. Бесконечные антагонистические игры (основные понятия). Решение бесконечных антагонистических игр. Примеры приложений.

3.3. Бескоалиционные игры  $n$  лиц. Примеры приложений теории бескоалиционных игр.

3.4. Кооперативные игры. Арбитражные схемы. Классические кооперативные игры. Примеры приложений теории кооперативных игр.

3.5. Основные понятия моделей многошаговых игр и их приложения.

### **Литература:**

1. Салмина Н.Ю. Теория игр [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.Ю. Салмина. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,

- Эль Контент, 2015. — 107 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69994.html>
2. Теория игр [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Сапронов И.В., Уточкина Е.О., Раецкая Е.В. - Воронеж:ВГЛУ им. Г.Ф. Морозова, 2013. - 204 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=858524>
  3. Лемешко Б.Ю. Теория игр и исследование операций [Электронный ресурс]: конспект лекций / Б.Ю. Лемешко. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2013. — 167 с. — 978-5-7782-2198-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45446.html>
  4. Костевич Л.С. Исследование операций. Теория игр [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.С. Костевич, А.А. Лапко. — Электрон. текстовые данные. — Минск: Вышэйшая школа, 2008. — 368 с. — 978-985-06-1308-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20076.html>
  5. Колесник Г.В. Лекции по теории игр. – Тверь: ТвГУ, 2009.
  6. Протасов И. Д. Теория игр и исследование операций: учеб. пособие для специальности 010200 "Прикл. математика". – М.: Гелиос АРВ, 2003, 2006

### **АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

1. Классическая нормальная линейная регрессионная модель.
2. Метод наименьших квадратов.
3. Метод наибольшего правдоподобия.
4. Свойства оценок МНК при выполнении предположений классической нормальной линейной модели регрессии.
5. Автокорреляция и ее последствия.
6. Методы выявления автокорреляции.
7. Оценка моделей в присутствии автокорреляции.
8. Временной ряд. Стационарные и нестационарные модели временных рядов.
9. Автокорреляционная и частная автокорреляционная функции. Система уравнений Юла-Уолкера.
10. Процессы AR(p) и их свойства.
11. Процессы MA(q) и их свойства.
12. Процессы ARMA(p,q) и их свойства.
13. Процессы ARMA(p,q): идентификация, оценка, проверка адекватности.
14. Модели с распределенными лагами: полиномиальный и геометрические лаги.
15. Преобразование Койка.
16. Прогнозирование с помощью ARMA(p,q) моделей.
17. Ложная регрессия.

18. Трендово-стационарные и дифференциально-стационарные временные ряды.
19. ARIMA(p,d,q) модели и их свойства.
20. Критерий Дики-Фуллера.
21. Критерий Филиппса-Перрона.
22. Коинтеграция: определение и смысловая интерпретация.
23. Двухшаговая процедура Энгла-Гренжера.
24. Векторная модель авторегрессии: определение, свойства, виды, методы оценки.
25. Функции отклика и функции разложения дисперсии.
26. Причинность.
27. Векторная модель коррекции ошибки. Тест Йохансена.
28. PSS-тест на коинтеграцию.

## Литература.

1. Айвазян, С. А. Методы эконометрики: Учебник / С.А. Айвазян; Московская школа экономики МГУ им. М.В. Ломоносова (МШЭ). - Москва: Магистр: ИНФРА-М, 2020. - 512 с. - ISBN . - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1043084>
2. Девидсон, Р. Дэвидсон, Р. Теория и методы эконометрики: учебник / Рассел Дэвидсон, Джеймс Г. Мак-Киннон ; пер. с англ. под науч. ред. Е. И. Андреевой. - Москва: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2018. - 936 с. - (Академический учебник). - ISBN 978-5-7749-1205-6. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1085554>
3. Сток, Д. Введение в эконометрику / Д. Сток, М. Уотсон; пер. с англ.; под науч. ред. М.Ю. Турунцевой. - Москва: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2015. - 864 с. - (Академический учебник). - ISBN 978-5-7749-0865-3. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1043159>
4. Эконометрика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, Н.А. Брызгалов и др. ; под ред. В.Б. Уткина. - 2-е изд. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 562 с.: ил. - Библиогр: с. 473-477. - ISBN 978-5-394-02145-9; То же [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452991>
5. Айвазян, С. А. Эконометрика - 2: продвинутый курс с приложениями в финансах: Учебник / С.А. Айвазян, Д. Фантаццини; Московская школа экономики МГУ им. М.В. Ломоносова (МШЭ). - Москва : Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 944 с. ISBN 978-5-9776-0333-. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/472607>
6. Интеллектуальный анализ временных рядов [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Н.Г. Ярушкина, Т.В. Афанасьева, И.Г. Перфильева. -

- М.: ИД ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. - 160 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=249314>
7. Тимофеев В.С. Эконометрика [Электронный ресурс] : учебник / В.С. Тимофеев, А.В. Фаддеев, В.Ю. Щеколдин. - Новосибирск: НГТУ, 2014. - 345 с. : табл., граф., схем., ил. - (Учебники НГТУ). - Библиогр.: с. 306-312. - ISBN 978-5-7782-1222-0; То же [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436285>
8. Эконометрика [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Колемаев. - М.: ИНФРА-М, 2017. - 160 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=768143>

## **МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ**

1. Задачи и методы безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия минимума. Численные методы (градиентные, сопряженных градиентов, Ньютона, покоординатного спуска).

[1] 2.9 – 2.17

[2] 16.126, 16.130, 16.151, 16.180 (для 16.151)

2. Задачи и методы условной оптимизации. Метод множителей Лагранжа. Методы штрафных и барьерных функций. Необходимые и достаточные условия для задач с ограничениями различного типа. Численный метод проекции градиента.

[1] 3.1 – 3.5

[2] 16.304, 16.306, 16.308, 16.310, 16.314, 16.318, 16.323, 16.325, 16.332, 16.333, 16.334

3. Линейное программирование. Геометрический метод решения задач линейного программирования. Основные теоремы симплексного метода. Теоремы двойственности и их использование. Транспортная задача линейного программирования (методы минимальной стоимости, северо-западного угла, потенциалов).

**[4] выбрать самостоятельно**

4. Составление моделей операций. Оценка эффективности стратегий. Нахождение минимаксных стратегий. Оптимальные решения при различных вариантах информированности.

[5] 1.1-1.48

[6] 1.1-1.9

**Основная литература:**

○ Гладких Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики: учебное пособие / Б.А. Гладких. - Томск: Издательство "НТЛ", 2009. - Ч. 1. Введение в исследование операций. Линейное программирование. - 200 с. - ISBN 978-5-89503-410-1; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200774>

2. Токарев В. В. Модели и решения: исследование операций для экономистов, политологов и менеджеров: учебное пособие / В.В. Токарев. - Москва: Физматлит, 2013. - 408 с.: схем., ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1451-6; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275573>

3. Ловянников Д. Г. Исследование операций: учебное пособие / Д.Г. Ловянников, И.Ю. Глазкова. - Ставрополь: СКФУ, 2017. - 110 с.: ил. - Библиогр. в кн.; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467012>

#### **Дополнительная литература:**

1. Лемешко Б.Ю. Теория игр и исследование операций / Б.Ю. Лемешко. - Новосибирск: НГТУ, 2013. - 167 с. - ISBN 978-5-7782-2198-7; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228871>

2. Казанская О.В. Модели и методы оптимизации: практикум: учебное пособие / О.В. Казанская, С.Г. Юн, О.К. Альсова. - Новосибирск: НГТУ, 2012. - 204 с. - ISBN 978-5-7782-1983-0; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228848>

## **МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

### **1. Общие вопросы программирования**

- стили разработки
- оптимизация программ
- основы параллельного программирования: использование OpenMP



## **2. Работа с текстом**

- методы кодирования символов. Кодировки ASCII, ANSI, OEM, UTF, Unicode
- указатели, действия с указателями. Работа с массивами при помощи указателей
- простейшие алгоритмы: определение длины, копирование, конкатенация
- поиск и замена текста. Работа с различными элементами текста: символами, словами, строками

## **3. Сортировка и поиск**

- задача хранения информации. Линейный поиск. максимальные и средние оценки времени для линейного поиска
- двоичный поиск и его разновидности. Оценки времени для двоичного поиска. Поиск методом Фибоначчи, золотого сечения.
- интерполяционный поиск и его обобщения.
- задача сортировки. Сортировка пузырьком. Временные оценки пузырьковой сортировки.
- сортировка при помощи поиска максимального элемента. Временные оценки.
- сортировка вставками. Оценки времени.
- сортировка почти упорядоченных массивов. Модификации методов.
- сортировки Шелла. Задача выбора последовательности шагов. Оценки для различных последовательностей.
- слияние упорядоченных массивов. Модификации алгоритма для нахождения пересечения, объединения и разности множеств.
- сортировка слиянием. Временные оценки.
- быстрая сортировка Хоара. Оценки времени.

## **4. Динамические структуры данных**

- операции динамического распределения памяти. Временные оценки операций.
- динамические структуры данных.
- линейные списки. Односвязные и двусвязные списки.
- основные операции со списками: добавление и удаление элемента.
- сцепление и расцепление списков.
- кольцевые списки.
- двумерные списки. Представление матриц двумерными списками
- представление графов.
- деревья. Двоичные деревья поиска.
- операции над двоичными деревьями поиска: вставка и удаление элемента, поиск.
- сбалансированные деревья. Методы балансировки.
- хеш-таблицы. Основная концепция, выбор хеш-функции.
- методы разрешения коллизий: метод цепочек, линейного опробования,

двойного хеширования.

- общая задача хранения и поиска информации. Сравнение различных типов контейнеров, выбор оптимального решения.

### **Основная литература:**

1. Тюкачев, Н. А. С#. Алгоритмы и структуры данных: учебное пособие для вузов / Н. А. Тюкачев, В. Г. Хлебостроев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 232 с. — ISBN 978-5-8114-8247-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/172708>

2. Маер, А. В. Введение в структуры и алгоритмы обработки данных: учебное пособие / А. В. Маер, О. С. Черепанов. — Курган: КГУ, 2021. — 107 с. — ISBN 978-5-4217-0576-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/177907>

3. Вирт, Никлаус Алгоритмы и структуры данных / Никлаус Вирт; перевод Ф. В. Ткачева. — 2-е изд. — Саратов: Профобразование, 2019. — 272 с. — ISBN 978-5-4488-0101-3. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/88753.html>

### **Дополнительная литература:**

1. Кауфман, В. Ш. Языки программирования. Концепции и принципы / В. Ш. Кауфман. — 2-е изд. — Саратов: Профобразование, 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-4488-0137-2. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/88014.html>

2. Страуструп, Б. Язык программирования C++ для профессионалов: учебник / Б. Страуструп. — 3-е изд. — Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 670 с. — ISBN 978-5-4497-0922-6. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/102077.html>

3. Самуйлов, С. В. Алгоритмы и структуры обработки данных: учебное пособие / С. В. Самуйлов. — Саратов: Вузовское образование, 2016. — 132 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/47275.html>

4. Синюк В.Г. Алгоритмы и структуры данных [Электронный ресурс]: лабораторный практикум. Учебное пособие/ Синюк В.Г., Рязанов Ю.Д. — Электрон. текстовые данные. — Белгород: Белгородский государственный

### Пример билета к Государственному экзамену

#### Задание 1 (алгебра и геометрия)

Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$x_2 + x_3 = -3,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -6;$$

$$x_1 + x_2 = -5.$$

#### Задание 2 (алгебра и геометрия)

Используя один из известных Вам критериев, выясните, является ли следующая квадратичная форма положительно определённой:

$$x_1^2 + 8x_1x_2 + 12x_2^2 - 6x_2x_3 - 5x_3^2.$$

#### Задание 3 (математический анализ)

Найти частные производные первого порядка  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции  $z = z(x, y)$ , заданной неявно уравнением

$$e^{-(x+y^2+z^3)} - x - y^2 - z^3 = 0.$$

#### Задание 4 (математический анализ)

Найти интеграл  $\int \frac{dx}{x^4 + 3x^3 + 2}$  и проверить полученный результат дифференцированием.

#### Задание 5 (теория вероятностей и математическая статистика)

Две фабрики выпускают продукцию двух типов –  $A$  и  $B$ . На первой фабрике продукция типа  $A$  составляет 40%, на второй – 50%. Первоначально вы предполагаете, что обе фабрики одинаково представлены на рынке. Затем случайно отбираете три изделия. Среди них оказалось два изделия типа  $B$  и

одно изделие типа  $A$ . Какова теперь ваша оценка о доле продукции каждого типа?

### Задание 6 (теория вероятностей и математическая статистика)

Имеется выборка  $X = (X_1, \dots, X_N)$  из генеральной совокупности с плотностью распределения

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{3}{4\theta} \cdot [e^{-x/\theta} + e^{-3x/\theta}] & x > 0, \\ 0, & \text{в пр. сл.} \end{cases},$$

где  $\theta > 0$  есть неизвестный параметр. По методу моментов найти оценку параметра  $\theta$  проверить её на несмещённость.

### Задание 7 (теория игр и исследование операций)

**Дано:** - матричная игра с числом чистых стратегий  $m = 3$  и  $n = 3$  у первого и второго игроков соответственно и матрицей выигрышей

$$H = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

- спектр оптимальной стратегии  $\alpha^*$  первого игрока равен  $Sp(\alpha^*) = \{1, 2\}$ ,

спектр оптимальной стратегии  $\beta^*$  второго игрока равен  $Sp(\beta^*) = \{2, 3\}$

**Найти** решение игры (ход решения задачи сопровождать пояснениями).

### Задание 8 (теория игр и исследование операций)

2. **Дано:** - конечное множество  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$  стратегий оперирующей стороны;

- множество  $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$  условий реализации стратегий, содержащее четыре возможных варианта;

- оценки  $f_{ij} = f(x_i, s_j)$ ,  $i = \overline{1, 5}$ ;  $j = \overline{1, 4}$  эффективности стратегий по учитываемому критерию, представленные матрицей последствий

$$F = \begin{pmatrix} 50 & 70 & 100 & 37 \\ 40 & 93 & 110 & 50 \\ 55 & 90 & 120 & 30 \\ 45 & 75 & 95 & 40 \\ 34 & 89 & 100 & 60 \end{pmatrix}.$$

**Найти:** предпочтительные стратегии оперирующей стороны с использованием модели чрезмерного пессимизма (Вальда); предварительно дать определение правила выбора по Вальду.

### Задание 9 (методы оптимизации и исследование операций)

Найти методом множителей Лагранжа условный экстремум функции  $f(x, z) = x^2 + z$  при условии  $2x - 3z = 12$ . Указать тип экстремума.

### Задание 10 (методы оптимизации и исследование операций)

Решить задачу линейного параметрического программирования:

$$\begin{aligned} L(x, y) &= 2x + 4y \rightarrow \max \\ \begin{cases} 3x - 2y \leq 6 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq a \\ y \geq -2 \end{cases} \end{aligned} \quad , \text{ где } a \in R$$

### Задание 11 (методы программирования)

Напишите программу, которая находит сумму всех чётных чисел на отрезке  $[x, y)$ . Для каждого цикла укажите инвариант и ограничитель при этом инварианте. Докажите правильность инвариантов и покажите, что из них следует корректность программы. Разрешается использовать  $s$  – прибавление единицы,  $<$ ,  $=$ ,  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $\%$ .

### Задание 12 (методы программирования)

Входной файл содержит несколько слов. Напишите программу на C++, которая в каждом слове находит самый короткий префикс, содержащий более одной буквы и являющийся палиндромом, и сохраняет результат в другой файл. Например, для слова «abbabbbab» таким префиксом является «abba». Если

нужного префикса нет, то результатом является пустая строка. Запрещено использовать стандартные библиотеки кроме библиотек ввода/вывода.

#### Сведения об обновлении программы государственного экзамена

№ п.п.	Обновленный раздел программы	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания ученого совета, утвердившего изменения
1	Пояснительная записка	При необходимости допускается проведение государственного экзамена с применением ЭО и ДОТ в соответствии с «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по основным образовательным программам бакалавриата, магистратуры, специалитета в ТвГУ»	от 29.10.2020 протокол №3 ученого совета факультета ПМиК
2.	I. 4. Планируемые результаты обучения по дисциплине.  IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации	Изменения в учебные планы и в рабочие программы дисциплин, формирующих новые/измененные компетенции в соответствии с приказом Минобрнауки России от 26.11.2020 г. №1456.	Решение научно-методического совета (протокол №6 от 02.06.2021 г.)
3.	Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания	Изменение критериев оценивания результатов ГЭ	От 26.10.2023 протокол №3 ученого совета факультета
4.	Обновление литературы	Обновление ссылок на литературу по дисциплинам ГЭ	От 26.10.2023 протокол №3 ученого совета факультета

## Оценочный лист

уровня сформированности компетенций, продемонстрированных  
студентом(ой) Ф.О.И.  
на государственном экзамене  
по направлению 01.03.02 - Прикладная математика и информатика,  
профиль – системный анализ

Код	Перечень проверяемых компетенций	Уровень сформированности		
		пороговый	достаточный	продвинуто
		удовлетворительно	хорошо	отлично
<b>ОПК-1</b>	<b>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</b>			
<b>ОПК-2</b>	<b>Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.</b>			
<b>ОПК-5</b>	<b>Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.</b>			
<b>Итоговая оценка: Уровень сформированности компетенций:</b>				

Председатель ГЭК:

Ф.И.О. (ученое звание, степень) \_\_\_\_\_  
(подпись)

Члены ГЭК:

Ф.И.О. (ученое звание, степень) \_\_\_\_\_  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_

202\_ г.