

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 10.07.2025 12:28:22
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП:
ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКИ
И КИБЕРНЕТИКИ Г.М. Соломаха
2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

Направление подготовки

09.04.03 – "Прикладная информатика"

Профиль

«Прикладная информатика в аналитической экономике»

Для студентов 2 курса

очная форма

Составитель: д.ф.-м.н., профессор А.В. Язенин

Тверь 2023

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины является освоение теории портфельного анализа в рамках вероятностного подхода.

Задачами дисциплины являются:

- изучение методов оптимизации инвестиционного портфеля;
- формирование навыков их практического применения при формировании эффективных инвестиционных портфелей.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Учебная дисциплина относится к разделу «Профессиональный» части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений.

Предварительные знания и умения: для успешного изучения и освоения материала студентам необходимо знать такие дисциплины, как теория вероятностей и возможностей, математическая статистика, исследование операций и методы оптимизации, линейная алгебра, математический анализ.

3. Объем дисциплины: 4 зачетных единицы, 144 академических часов, **в том числе:**

контактная аудиторная работа: лекции 30 часов, практические занятия 15 часов, в т.ч. практическая подготовка 14 часов;

контактная внеаудиторная работа: контроль самостоятельной работы 10 часов, в том числе расчетно-графическая работа 10 часов;

самостоятельная работа: 89 часа, в том числе контроль 36 часов.

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результатами освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1. Способен использовать и развивать методы научных исследований и инструментов в области проектирования и управления информационными системами в экономике	ПК-1.1. Выявляет и формализует требования к информационным системам конкретного назначения, обеспечивающим информатизацию экономических процессов организаций и предприятий различного уровня ПК-1.2. Проводит формальную постановку прикладных задач макро и микроэкономики и задач разработки прикладного алгоритмического обеспечения информационных систем в экономике

	ПК-1.3. Предлагает и реализует метод решения задач в области проектирования и управления информационными системами в экономике ПК-1.4. Осуществляет аттестацию результатов научных исследований с использованием математического моделирования исследуемых задач
ПК-3. Способен адаптировать и развивать современные методы и инструментальные средства прикладной информатики для автоматизации и информатизации решения прикладных задач различных классов и создания ИС	ПК-3.1. Проводит декомпозицию процесса автоматизации и информатизации прикладной задачи ПК-3.2. Решает отдельные подзадачи декомпозированного процесса автоматизации и информатизации ПК-3.3. Проектирует архитектуру программного обеспечения прикладной ИС
ПК-4. Способен принимать эффективные проектные решения в условиях неопределенности и риска	ПК-4.1. Использует вероятностно-статистические модели и модели теории нечетких множеств для описания неопределенности и формализации задач выбора проектных решений ПК-4.2. Предлагает и реализует методы выбора проектных решений в условиях неопределенности и риска

5. Форма промежуточной аттестации экзамен, РГР, 3 семестр.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)						Самост оатель ная работа, в том числе Контро ль (час.)
		Лекции		Практические занятия		Контро ль самост оатель ной работы (в том числе курсов ая работа)		
		всего	в т.ч. прак- тичес- кая подго товка	всего	в т.ч. прак- тическ ая подго товка			
Вероятностная модель рынка. Ожидаемая доходность и риск портфеля	13	2		2	1		9	
Модели допустимых портфелей. Основные модели оптимизации портфеля по Марковицу.	13	2		1			10	

Двумерный портфель. Модели Блеха и Марковица.	15	4		2	2		9
Портфель минимального риска (N-мерный случай). Решение методом множителей Лагранжа. Случаи коррелированных и некоррелированных ценных бумаг. Портфель максимальной эффективности.	17	4		2	2		11
Эффективные портфели. Построение эффективной границы.	19	6		2	4		11
Портфель с безрисковой составляющей. Модель оценки стоимости финансовых активов. Линия рынка капитала. Линия рынка ценных бумаг.	18	6		2	3		10
Касательный портфель. Теорема отделения. Эффективная граница при наличии безрисковой составляющей.	15	2		2	1		11
Свойства модели оценки финансовых активов. Выводы из CAPM.	11	2		1	1		8
Диверсификационное поведение инвестора. Систематический и несистематический риски.	13	2		1			10
РГР						10	
ИТОГО	144	30	0	15	14	10	89

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Вероятностная модель рынка. Ожидаемая доходность и риск портфеля	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Модели допустимых портфелей. Основные модели оптимизации портфеля по Марковицу.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Двумерный портфель. Модели Блеха и Марковица.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Портфель минимального риска (N-мерный случай). Решение методом множителей Лагранжа. Случаи коррелированных и некоррелированных ценных бумаг. Портфель максимальной эффективности.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Эффективные портфели. Построение эффективной границы.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Портфель с безрисковой составляющей. Модель оценки стоимости финансовых активов. Линия рынка капитала. Линия рынка ценных бумаг.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Касательный портфель. Теорема отделения. Эффективная граница при наличии безрисковой составляющей.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Свойства модели оценки финансовых активов. Выводы из CAPM.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Диверсификационное поведение инвестора. Систематический и несистематический риски.	Лекции, практическое занятие	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Изучение дисциплины строится на сочетании лекций, проводимых в интерактивной форме, с компьютерными презентациями и визуализацией материала, практических занятий, контрольных и самостоятельных работы, а также выступлениях студентов с докладами по отдельным темам курса.

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

ПК-1 Способен использовать и развивать методы научных исследований и инструментарий в области проектирования и	ПК-1.1 Выявляет и формализует требования к информационным системам конкретного назначения, обеспечивающим информатизацию экономических процессов организаций и предприятий различного уровня ПК-1.2 Проводит формальную постановку прикладных задач макро и микроэкономики и задач разработки
--	--

управления информационными системами в экономике	прикладного алгоритмического обеспечения информационных систем в экономике ПК-1.3 Предлагает и реализует метод решения задач в области проектирования и управления информационными системами в экономике ПК-1.4 Осуществляет аттестацию результатов научных исследований с использованием математического моделирования исследуемых задач
---	--

Типовые контрольные задания	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
1. Расчет ожидаемой доходности и риска инвестиционного портфеля по Марковицу. 2. Построение моделей портфелей минимального риска и максимальной эффективности по Марковицу. Проведение численных расчетов.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

ПК-3 Способен адаптировать и развивать современные методы и инструментальные средства прикладной информатики для автоматизации и информатизации решения прикладных задач различных классов и создания ИС	ПК-3.1 Проводит декомпозицию процесса автоматизации и информатизации прикладной задачи ПК-3.2 Решает отдельные подзадачи декомпозированного процесса автоматизации и информатизации ПК-3.3 Проектирует архитектуру программного обеспечения прикладной ИС
--	---

1. Построение моделей оценки риска портфеля в контексте стохастического программирования. 2. Построение множества допустимых портфелей в контексте стохастического программирования.	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом
---	--

ПК-4 Способен принимать эффективные проектные решения в условиях неопределенности и риска	ПК-4.1 Использует вероятностно-статистические модели и модели теории нечетких множеств для описания неопределенности и формализации задач выбора проектных решений
---	--

	ПК-4.2 Предлагает и реализует методы выбора проектных решений в условиях неопределенности и риска
--	---

Типовые контрольные задания	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
По заданным временным рядам, характеризующим доходности финансовых активов, построить вектор ожидаемых доходностей портфеля и его ковариационную и корреляционную матрицы	Оценка правильности решения задач осуществляется традиционным способом

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) основная литература:

1. Кочегурова Е.А. Теория и методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е.А. Кочегурова. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2013. — 134 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/34723.html>.

б) дополнительная литература:

1. Язенин А.В. Основные понятия теории возможностей / А.В. Язенин. - Москва: Физматлит, 2016. - 142 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=469649>.

2. Барбаумов В.Е., Гладких В.Е., Чуйко А.С. Финансовые инвестиции. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 543с.

3. Барбаумов В.Е., Гладких В.Е., Чуйко А.С. Сборник задач по финансовым инвестициям. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 349с.

2) Программное обеспечение

Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 251 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022

Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС000000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MPICH2 64-bit	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R studio	бесплатно

Компьютерный класс факультета ПМиК № 251 <i>170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35</i>	Перечень программного обеспечения (со свободными лицензиями): Adobe Acrobat Reader DC, Google Chrome, Kaspersky Endpoint Security для Windows, ONLYOFFICE Desktop Editors 7.1 (x64), R for Windows 3.6.1, Visual Studio Community 2022, VLC media player, Unreal Commander v3.57x64
---	---

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com;
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
Интернет-университет <http://www.intuit.ru>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Примеры решения задач

Модель портфеля минимального риска:

$$\sum_{i,j=1}^n C_{i,j} x_i x_j \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ \sum_{i=1}^n m_i x_i = m_p. \end{cases}$$

Дано:

$$m^T = (1, 2, 3),$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix},$$

$$m_p = 2.$$

Необходимо найти оптимальный портфель x^* и его риск.

При подстановке исходных данных получаем следующую модель:

$$x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 6x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

Оптимальный портфель и его риск могут быть найдены следующим образом.

$$x^* = \frac{[(m^T C^{-1} m) - m_p (e^T C^{-1} m)] C^{-1} e + [m_p (e^T C^{-1} e) - (m^T C^{-1} e)] C^{-1} m}{(e^T C^{-1} e)(m^T C^{-1} m) - (m^T C^{-1} e)^2},$$

$$(\sigma^*)^2 = \frac{m_p^2 (e^T C^{-1} e) - 2m_p (m^T C^{-1} e) + (m^T C^{-1} m)}{(e^T C^{-1} e)(m^T C^{-1} m) - (m^T C^{-1} e)^2}.$$

Найдем C^{-1} :

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} -0.7 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & -0.1 & -0.1 \\ 0.1 & -0.1 & 0.1 \end{pmatrix}.$$

Тогда:

$$x^* = \left(\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7} \right)^T, \text{ при этом риск портфеля } (\sigma^*)^2 = 2 \frac{6}{7}.$$

Практическое занятие осуществляется по следующему плану:

1. проверка выполнения заданий, выданных для домашней работы;
2. обзор пройденного лекционного материала;
3. решение задач по очередной теме;
4. обсуждение результатов решения задачи;
5. выдача задач для домашней работы.

Самостоятельная работа студентов предполагает проведение двух видов работ:

1. самостоятельная подготовка докладов по предлагаемым темам (примерные темы докладов приводятся ниже);
2. самостоятельное решение сложных задач по темам, рассматриваемым на лекциях (примерная задача для самостоятельного решения приводится ниже).

Примерные темы докладов

1. Диверсификация портфеля.
2. Оптимизация портфеля в контексте стохастического программирования.
3. Методы отыскания эффективных портфелей.
4. Построение эффективной границы при допустимости коротких продаж.

Примеры задач для самостоятельной работы

1. По заданным временным рядам, характеризующим доходности финансовых активов, построить вектор ожидаемых доходностей портфеля и его ковариационную и корреляционную матрицы.
2. Разработать макет данных для двумерного портфеля ценных бумаг, построить и исследовать его множество инвестиционных возможностей при различных значениях коэффициента корреляции.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Ожидаемая доходность и риск портфеля. Параметрическая модель рынка
2. Основные модели оптимизации портфеля по Марковицу.
3. Двумерный портфель. Модели Блеха и Марковица.
4. Эффективные портфели. Построение эффективной границы.
5. Портфель минимального риска (N-мерный случай). Нахождение оптимального портфеля методом множителей Лагранжа. Случай коррелированных ценных бумаг.
6. Портфель минимального риска (N-мерный случай). Случай некоррелированных ценных бумаг.
7. Портфель с безрисковой составляющей. Модель оценки стоимости финансовых активов. Линия рынка капитала. Линия рынка ценных бумаг.
8. Касательный портфель. Теорема отделения.
9. Эффективная граница при наличии безрисковой составляющей.
10. Свойства модели оценки финансовых активов. Выводы из CAPM.
11. Диверсификационное поведение инвестора. Систематический и несистематический риски.

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Учебная аудитория № 200 170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, доска, проектор, панель управления, переносной ноутбук.
---	---

Для самостоятельной работы

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.
---	---

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1	3. Объем дисциплины	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
2	II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
3	V. Учебно- методическое и информационное обеспечение, необходимое для проведения практики 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в программное обеспечение	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
4	VII. Материально- техническое обеспечение	Внесены изменения в материально-техни- ческое обеспечение аудиторий	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета

5	VII. Материально-техническое обеспечение	Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий	От 22.08.2023 г., протокол № 1 заседания ученого совета факультета
6	3. Объем дисциплины. II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Изменения в учебные планы и обновление рабочих программ дисциплин в части изменения количества з.е., РГР	От 16.01.2025 г., протокол № 7 заседания ученого совета факультета