МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждаю:

Руководитель ООП

_____________ Б.Б.Педько

« 21 » _______ мая _______ 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория функций комплексного переменного

Закреплена за кафедрой:	**Физики конденсированного состояния**
Направление подготовки:	**03.03.02 Физика**
Направленность (профиль):	**Физика, технологии и компьютерное моделирование функциональных материалов**
Квалификация:	**Бакалавр**
Форма обучения:	**очная**
Семестр:	**3**

Программу составил(и):

канд. физ.-мат. наук, доц., Кислова Инна Леонидовна

Тверь, 2024

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины является:

изучение основ теории аналитических функций комплексного переменного и ее приложение к физическим и техническим задачам.

Задачи:

Задачами освоения дисциплины являются:

- знакомство с комплексными числами, их свойствами и операциями над комплексными числами;
- изучение основ работы с функциями комплексного переменного;
- описание основных физических представлений, связанных с теорией функций комплексного переменного;
- приобретение студентами навыков решения физических задач с использованием теории функций комплексного переменного.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ОП: Б1.О

Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Уровень начальной подготовки обучающегося для успешного освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного»: успешное освоение дисциплины обучающихся основывается на их знаниях в области математического анализа, аналитической геометрии, умения определять вид кривой по ее уравнению, находить производную и первообразную функции действительного переменного, вычислять определенные и криволинейные интегралы, раскладывать функцию в ряд Тейлора, знать основные свойства рядов.

Математический анализ

Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Векторный и тензорный анализ

Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Квантовая механика

Интегральные уравнения

Методы математической физики

Электродинамика

Теоретическая механика

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе:	
аудиторные занятия	34
самостоятельная работа	44

4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1.1: Анализирует физические объекты и процессы с применением базовых знаний в области физико-математичекских наук

Уровень 1	знать физические объекты и процессы применения теории функций комплексного переменного

Уровень 1 Применять правильные математические методы решения для решения прикладных задач

Уровень 1 базовыми методами решения физико-математических задач с применением комплексных функций

ОПК-1.2: Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности

Уровень 1 Методы и модели для решения физико-математических задач

УК-1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

Уровень 1 Знать: понятие комплексного числа, свойства комплексных чисел и основы теории функций комплексного переменного (ТФКП).

Уровень 1 Уметь: применять изученные математические методы ТФКП при решении профессиональных задач и задач с практическим содержанием.

Уровень 1 Владеть: математическим аппаратом, изученным в данном курсе и необходимым для освоения математи-ческого аппарата других курсов, а также для даль-нейшего совершенствования и развития профессио-нальной деятельности.

УК-1.5: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

Уровень 1 Знать варианты решения поставленной задачи

Уровень 1 Применять грамотные методы для решения поставленных задач

Уровень 1 Владеть математическим аппаратом по решению задач

5. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Виды контроля в семестрах:	
зачеты	3

6. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Язык преподавания: русский.

7. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занят.	Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр / Курс	Часов	Источ-ники	Примечан-ие
	Раздел 1. Комплексные числа					
1.1	Понятие комплексного числа, его модуль и аргу-мент. Векторное, алгебраическое, тригонометри-ческое и показательное представления комплекс-ного числа. Арифметические операции над ком-плексными числами. Возведение в степень и из-влечение корня комплексного числа, формула Муавра.	Лек	3	3	Л1.2Л2.4 Л2.5	

1.2	Понятие комплексного числа, его модуль и аргу-мент. Векторное, алгебраическое, тригонометри-ческое и показательное представления комплекс-ного числа. Арифметические операции над ком-плексными числами. Возведение в степень и из-влечение корня комплексного числа, формула Муавра.	Пр	3	3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3	
1.3	Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах	Ср	3	6		
	Раздел 2. Функции комплексного переменного. Конформные отображения.					
2.1	Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного перемен-ного. Непрерывность в сферической метрике. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в обла-сти. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Моногенные и голо-морфные функции (определения, примеры). Условия Коши-Римана. Производная голоморф-ной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Определение конформного отображения в точке и области. Достаточные условия конформности отображения. Основные принципы теории кон-формных отображений, теорема Римана о кон-формных отображениях.	Лек	3	4		

2.2	Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного перемен-ного. Непрерывность в сферической метрике. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в обла-сти. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Моногенные и голо-морфные функции (определения, примеры). Условия Коши-Римана. Производная голоморф-ной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Определение конформного отображения в точке и области. Достаточные условия конформности отображения. Основные принципы теории кон-формных отображений, теорема Римана о кон-формных отображениях.	Пр	3	6		
2.3	Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в обла-сти. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Восстановление функции комплексного переменного (теорема Коши-Римана)	Ср	3	6		
	Раздел 3. Интегралы от функций комплексного переменного					

3.1	Криволинейные интегралы в теории функций комплексного переменного. Определение, свой-ства, примеры, связь с криволинейными инте-гралами 1-го и 2-го рода из курса действительно-го анализа. Переход к пределу под знаком инте-грала. Интегральная теорема Коши и её обобще-ние на многосвязные области. Интегральная формула Коши. Существование производных всех порядков у голоморфных функций. Формулы Коши для производных. Первообразная от функции комплексного переменного. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.	Лек	3	3		
3.2	Криволинейные интегралы в теории функций комплексного переменного. Определение, свой-ства, примеры, связь с криволинейными инте-гралами 1-го и 2-го рода из курса действительно-го анализа. Переход к пределу под знаком инте-грала. Интегральная теорема Коши и её обобще-ние на многосвязные области. Интегральная формула Коши. Существование производных всех порядков у голоморфных функций. Формулы Коши для производных. Первообразная от функции комплексного пере-менного. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.	Пр	3	4		
3.3	Криволинейные интегралы функций комплексного переменного. Интегралы по замкнутому контуру. Теорема Коши.	Ср	3	10		
	Раздел 4. Ряды Тейлора и Лорана					

4.1	Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о кру-ге сходимости, формула Коши – Адамара. Ло-кально равномерная сходимость степенного ряда. Действия со степенными рядами, почленное ин-тегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов. Теорема о представлении голоморфной функции степенным рядом, оценка радиуса сходимости. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда. Ряды Лорана, структура области сходимости. Теорема о представлении голоморфной функции рядом Лорана. Неравенства Коши для коэффици-ентов ряда Лорана. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.	Лек	3	3		

4.2	Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о кру-ге сходимости, формула Коши – Адамара. Ло-кально равномерная сходимость степенного ряда. Действия со степенными рядами, почленное ин-тегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов. Теорема о представлении голоморфной функции степенным рядом, оценка радиуса сходимости. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда. Ряды Лорана, структура области сходимости. Теорема о представлении голоморфной функции рядом Лорана. Неравенства Коши для коэффици-ентов ряда Лорана. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.	Пр	3	2		
4.3	Степенные ряды. Ряды Лорана. Правильная и главная части рядов Лорана. Разложений функций в степенные ряды Лорана.	Ср	3	15		
	Раздел 5. Изолированные особые точки и вычеты					
5.1	Классификация и критерии изолированной осо-бой точки на бесконечности. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вы-числение вычета на бесконечности. Теорема Ко-ши о вычетах. Теорема о сумме вычетов.	Лек	3	4		
5.2	Классификация и критерии изолированной осо-бой точки на бесконечности. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вы-числение вычета на бесконечности. Теорема Ко-ши о вычетах. Теорема о сумме вычетов.	Пр	3	2		

5.3	Классификация и критерии изолированной осо-бой точки на бесконечности. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вы-числение вычета на бесконечности. Теорема Ко-ши о вычетах. Теорема о сумме вычетов.	Ср	3	7		

Образовательные технологии

Лекции с применением мультимедийной техники.

Список образовательных технологий

1	Активное слушание
2	Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.)
3	Занятия с применением затрудняющих условий

8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

См. Приложение 1

8.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

См. Приложение

8.3. Требования к рейтинг-контролю

Рейтинг за семестр

Первая контрольная точка. Содержание модуля 1: Темы 1, 2.

Всего за модуль – 40 баллов, из них 15 – текущая работа студентов, 20 – рубежная контрольная работа, 5 – посещаемость студентами лекций и ла-бораторных занятий.

Вторая контрольная точка. Содержание модуля 2: Темы 3 – 5.

Всего за модуль – 60 баллов, из них 20 – текущая работа студентов, 30 – рубежная контрольная работа, 10 – посещаемость студентами лекций и лабораторных занятий.

Программой предусматривается выполнение письменных контрольных работ в качестве форм рубежного контроля в конце каждого модуля. Для подготовки к рубежному контролю предполагается выполнение домашних заданий по каждой пройденной в течение модуля теме и использование банка контрольных вопросов и заданий УМК.

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

9.1. Рекомендуемая литература

9.1.1. Основная литература

Шифр	Литература
Л1.1	Эйдерман, Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление, Москва: Юрайт, 2024, ISBN: 978-5-534-05498-9, URL: https://urait.ru/bcode/538317

Л1.2	Ганичева А. В., Основы теории функции комплексной переменной. Операционное исчисление, Санкт-Петербург: Лань, 2023, ISBN: 978-5-507-47283-3, URL: https://e.lanbook.com/book/353696

9.1.2. Дополнительная литература

Шифр	Литература
Л2.1	Рубашкина, Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа, Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2016, ISBN: 978-5-16-011858-1, URL: https://znanium.com/catalog/document?id=17915
Л2.2	Гарипов Д. С., Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Интегральное исчисление функций одной переменной. Комплексные числа, Самара: СамГУПС, 2022, ISBN: , URL: https://e.lanbook.com/book/379319
Л2.3	Волков Ю. В., Ермолаева Н. Н., Козынченко В. А., Курбатова Г. И., Практические занятия по алгебре. Комплексные числа, многочлены, Санкт-Петербург: Лань, 2022, ISBN: 978-5-8114-1743-8, URL: https://e.lanbook.com/book/211694
Л2.4	Данилкина О. Ю., Шур В. Л., Сеницкий А. Ю., Теория функций комплексной переменной, Самара: СамГУПС, 2011, ISBN: , URL: https://e.lanbook.com/book/130275
Л2.5	Казунина Г. А., Чередниченко А. В., Липина Г. А., Специальные главы математики, Кемерово: КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2016, ISBN: 978-5-906888-35-8, URL: https://e.lanbook.com/book/105433

9.3.1 Перечень программного обеспечения

1	Adobe Acrobat Reader

9.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1	ЭБС «Лань»
2	ЭБС ТвГУ
3	ЭБС «ЮРАИТ»

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Аудит-я	Оборудование
3-226	комплект учебной мебели, Микшерный пульт, Аудиокомплект, Интерактивная система, проектор, Телекоммуникационные шкафы, экран, компьютер
3-228	комплект учебной мебели, переносной ноутбук, проектор, экран

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Самостоятельная работа студентов предполагает:

–обязательное выполнение заданий, предусмотренных в рамках проведения лекций и практических занятий;

–углубленное изучение литературы по пройденным темам и по вопросам, дополнительно указанным преподавателем;

–использование материалов УМК для систематизации знаний и подготовке к занятиям и контрольным работам.

Типовые задания для проверки текущей работы

1. Дать определение модуля, аргумента комплексного числа.
2. Дать определение алгебраического корня из комплексного числа
3. Дать определение открытого и замкнутого множеств, предельных и граничных точек, границы, замыкания, связности множества, области, компакта, континуума.
4. Дать определение непрерывности ф.к.п. в евклидовой и сферической метриках.
5. Дать определение моногенной и голоморфной функции.
6. Сформулировать условия Коши-Римана в действительной и комплексной формах.
7. Сформулировать геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции.
8. Сформулировать групповое свойство мебиусовых преобразований.
9. Сформулировать круговое свойство мёбиусовых преобразований
10. Сформулировать теорему о существовании и единственности мёбиусова преобразования, нормированного соответствием трёх пар точек.
11. Сформулировать определение экспоненты, её аналитические свойства.
12. Дать определение логарифма.
13. Сформулировать теорему Римана о конформных отображениях, основные принципы конформных отображений.
14. Сформулировать интегральную теорему Коши-Гурса.
15. Сформулировать интегральную формулу Коши.
16. Сформулировать теорему Морера.
17. Привести формулы Коши для производных голоморфной функции.
18. Сформулировать теоремы Вейерштрасса о рядах голоморфных функций.
19. Сформулировать теорему Абеля о степенных рядах.
20. Сформулировать теорему о представлении голоморфной функции степенным рядом.

21. Привести разложения основных элементарных функций в ряды Тейлора.
22. Сформулировать теорему Лиувилля.
23. Сформулировать теорему Лорана.
24. Привести неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана.
25. Сформулировать внутреннюю теорему единственности.
26. Дать определение изолированной особой точки голоморфной функции, привести их классификацию.
27. Дать определение вычета и привести формулы для вычисления вычетов.
28. Сформулировать теорему Коши о вычетах.
29. Сформулировать теорему о сумме всех вычетов.
30. Сформулировать принцип аргумента.
31. Найти $z=(-1-i)^{12}$
32. $\frac{i}{(4+3i)^2}$
33. Изобразить на комплексной плоскости: $|z-3i|=3 \quad \mathrm{Im}(z)\geq 3$
34. $\frac{\left(Cos64^0+iSin64^0\right)\left(Cos46^0+iSin46^0\right)}{Cos20^0-iSin20^0}$
35. $z^5+1=0$
36. Найти множество точек, в которых функция $\upsilon(x,\,y)=y^2-x^2-2$ является гармонической. Выяснить, существует ли аналитическая функция $f(z)$ ($z = x + iy$) в некоторой области D, для которой $\mathrm{Im}\, f = \upsilon$. Если такая функция $f(z)$ существует, найти ее.
37. Вычислить интеграл

$\int\limits_l z|z|\,dz$, где l — дуга окружности $|z| = 1$ от точки $z_1 = 1$ до точки $z_2 = e^{2\pi i}$.

38. Вычислить интеграл по замкнутой кривой

$$\oint\limits_l \frac{\sin z}{(z^2+\pi^2)^2}\,dz.$$

а) $l\colon |z| = 1$; **б)** $l\colon |z-\pi i| = 1$;
в) $l\colon |z+\pi i| = 1$.

39. Найти изображение $\frac{Sin\,t}{t}$
40. Найти свертку оригиналов и изображение свертки: t, Sint
41. Найти разложение функции в ряд Лорана в точке z_0 по степеням $z - z_0$. Указать главную и правильную части ряда и его область сходимости.

$\frac{1}{z}\cos z$,
а) $z_0 = 0$;

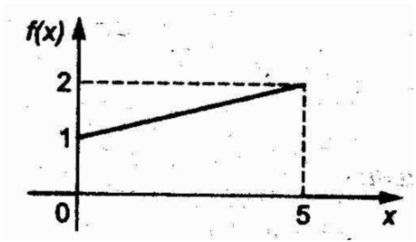
Пример типового задания для проведения промежуточной аттестации.

1. $\dfrac{\left(Cos64^0 + iSin64^0\right)\left(Cos46^0 + iSin46^0\right)}{Cos20^0 - iSin20^0}$
2. $z^5 + 1 = 0$
3. Найти множество точек, в которых функция $u(x, y) = e^x \cdot \mathrm{ch}\, y$ является гармонической. Выяснить, существует ли аналитическая функция $f(z)$ ($z = x + iy$) в некоторой области D, для которой $\mathrm{Re}\, f = u$. Если такая функция $f(z)$ существует, найти ее.
4. Вычислить интеграл:

   $\int\limits_l (z^2 - z)\, dz$, где l — отрезок прямой от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = i$.
5. Вычислить интеграл по замкнутой кривой

   $$\oint\limits_l \frac{z\, dz}{(z-1)^2}.$$

   а) $l\colon |z| = \frac{1}{2}$; **б)** $l\colon |z| = 2$.
6. Найти все особые точки функции и вычеты во всех особых точках $\dfrac{z}{z^2 - 1} e^{\frac{1}{z+1}}$.
7. Найти изображение $-\dfrac{2t}{3^t} + Sin^2 t$
8. Найти оригинал $F(p) = \dfrac{2p - 3}{p^3 + p^2 - 12p}$
9. Найти изображение



1. Комплексно сопряженное число $\bar{z}$ для числа $z = 2 + 5i$ имеет вид…
а) $\bar{z} = -2 - 5i$ б) $\bar{z} = 2 - 5i$ в) $\bar{z} = 5 - 2i$ г) $\bar{z} = -3 - 2i$

2. Комплексно сопряженное число $\bar{z}$ для числа z=i+3 имеет вид…
а) $\bar{z}$=3-i б) $\bar{z}$= i-3 в) $\bar{z}$ =-i-3 г) $\bar{z}$=3

3. Число $z = -7 + 3i$ изображается на плоскости точкой с координатами…
а) $(-7;3)$ б) $(7;3)$ в) $(-7;-3)$ г) $(-7;3i)$

4. Модуль числа $z = 4 - 3i$ равен…
а) 5 б) 4 в) 1 г) 25

5. Модуль числа $z = 4 + 3i$ равен…
а) 5 б) 4 в) 1 г) 25
6. Модуль числа $z = 1 - i$ равен…

а) 0 б) 0 в) 1 г) $\sqrt{2}$

7. Аргумент числа $z = 1 - i\sqrt{3}$ …
а) $\arg z = \frac{2\pi}{3}$ б) $\arg z = -\frac{\pi}{3}$ в) $\arg z = \frac{\pi}{3}$ г) $\arg z = -\frac{2\pi}{3}$
8. Аргумент числа $z = 1 + i\sqrt{3}$ …
а) $\arg z = \frac{2\pi}{3}$ б) $\arg z = -\frac{\pi}{3}$ в) $\arg z = \frac{\pi}{3}$ г) $\arg z = -\frac{2\pi}{3}$
9. Аргумент числа $z = -5 - 5i$ …
а) $\arg z = \frac{\pi}{4}$ б) $\arg z = -\frac{3\pi}{4}$ в) $\arg z = \frac{\pi}{4}$ г) $\arg z = -\frac{2\pi}{4}$

10. Даны числа $z_1 = 2\left(\cos 36^0 + i\sin 36^0\right)$ и $z_2 = 4\left(\cos 126^0 + i\sin 126^0\right)$. Тогда $\frac{z_1}{z_2}$ равно …
а) $-2i$ б) $2i$ в) $0,5i$ г) $-0,5i$

11. Даны числа $z_1 = \sqrt{3}\left(\cos 24^0 + i\sin 24^0\right)$ и $z_2 = 2\left(\cos 36^0 + i\sin 36^0\right)$. Тогда $z_1 \cdot z_2$ равно …
а) $6i$ б) $3 + i\sqrt{3}$ в) $\sqrt{3} + 3i$ г) $-6i$

12. Даны числа $z_1 = e^{\frac{\pi}{2}i}$ и $z_2 = e^{\frac{\pi}{4}i}$. Тогда $\frac{z_1}{z_2}$ равно …
а) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ $6i$ б) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ в) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ $\sqrt{3} + 3i$ г) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ $-6i$

13. Дано число $z = 1 - i$, тогда z^8 равно…
а) $116i$ б) -160 в) 16 г) $-i$

14. Дано число $z = 1 + i$, тогда z^8 равно…
а) $116i$ б) -160 в) 16 г) $-i$

15. Дано число $z = i$, тогда z^{10} равно…
а) -1 б) $-\frac{1}{64}$ в) $\frac{1}{64}$ г) $\frac{i}{64}$

16. Дано число $z = -3 - 3i$, тогда корни $\sqrt{z}$ имеют вид…
а) $z_1 = \sqrt[4]{8}\left(cos\frac{\pi}{8} + i\,sin\frac{\pi}{8}\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{9\pi}{8} + i\,sin\frac{9\pi}{8}\right)$
б) $z_1 = \sqrt[4]{28}\left(cos\frac{3\pi}{8} + i\,sin\frac{3\pi}{8}\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{11\pi}{8} + i\,sin\frac{11\pi}{8}\right)$
в) $z_1 = \sqrt[4]{2}\left(cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) + i\,sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{7\pi}{8} + i\,sin\frac{7\pi}{8}\right)$
г) $z_1 = \sqrt[4]{18}\left(cos\left(-\frac{3\pi}{8}\right) + i\,sin\left(-\frac{3\pi}{8}\right)\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{5\pi}{8} + i\,sin\frac{5\pi}{8}\right)$

17. Дано число $z = 3 + 3i$, тогда корни $\sqrt{z}$ имеют вид…
а) $z_1 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{\pi}{8} + i\,sin\frac{\pi}{8}\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{9\pi}{8} + i\,sin\frac{9\pi}{8}\right)$
б) $z_1 = \sqrt[4]{28}\left(cos\frac{3\pi}{8} + i\,sin\frac{3\pi}{8}\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{11\pi}{8} + i\,sin\frac{11\pi}{8}\right)$
в) $z_1 = \sqrt[4]{2}\left(cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) + i\,sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{7\pi}{8} + i\,sin\frac{7\pi}{8}\right)$
г) $z_1 = \sqrt[4]{18}\left(cos\left(-\frac{3\pi}{8}\right) + i\,sin\left(-\frac{3\pi}{8}\right)\right), \quad z_2 = \sqrt[4]{18}\left(cos\frac{5\pi}{8} + i\,sin\frac{5\pi}{8}\right)$

18. Найти действительную часть функции $f(z) = e^z + z$.
а) $e^x \cos y + x$ б) $e^x \sin y + x$ в) $e^x \sin y + y$ г) $-e^x \sin y + y$;

19. Найти действительную часть функции $f(z) = e^z - z$.
а) $e^x \cos y - x$ б) $e^x \sin y + x$ в) $e^x \sin y + y$ г) $e^x \cos y + y$;

20. Найти мнимую часть функции $f(z) = e^z + iz$.
а) $e^x \cos y - y$ б) $e^x \sin y + x$ в) $e^x \sin y + y$ г) $-e^x \sin y + y$;

21. Найти действительную часть функции $f(z) = e^z - i z$.
а) $e^x \cos y + x$ б) $e^x \sin y + x$ в) $e^x \sin y + y$ г) $e^x \cos y + y$;

22. Указать тип особой точки $z_0 = 2$ для функции $f(z) = sin\frac{1}{z-2}$
а) устранимая особая точка б) существенно особая в)полюс первого порядка г) полюс второго порядка

23. Указать тип особой точки $z_0 = 0$ для функции $f(z) = \frac{\sin(z)}{z}$
а) устранимая особая точка б) существенно особая в)полюс первого порядка г) полюс второго порядка

24. Указать тип особой точки $z_0 = 0$ для функции $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2}$
а) устранимая особая точка б) существенно особая в)полюс первого порядка г) полюс второго порядка

25. Указать тип особой точки $z_0 = 2$ для функции $f(z) = \frac{z^2-4}{z-2}$
а) устранимая особая точка б) существенно особая в)полюс первого порядка г) полюс второго порядка

26. Найти вычет функции $f(z) = \frac{3}{z-2}$ в особой точке $z_0 = 2$
а) 3   б)-3 в)0 г)0

27. Найти вычет функции в точке $z_0 = 0$ для функции $f(z) = \frac{\sin(z)}{z}$
а) 1 б)0   в)-1   г)∞

28. Найти вычет функции в точке $z_0 = 0$ для функции $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2}$
а) 1 б) 0   в)-1   г)∞

29. Найти вычет функции в точке $z_0 = 0$ для функции $f(z) = \frac{z}{\sin(z)}$
а) 1 б)0   в)-1   г)∞

30. Найти вычет функции в точке $z_0 = 0$ для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$
а) 1 б)0   в)-1   г)∞

31. Сколько слагаемых содержит главная часть ряда Лорана для функции $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2}$ в особой точке $z_0 = 0$
а) бесконечное число слагаемых; б) не содержит главной части; в) одно слагаемое; г) три слагаемых

32. Сколько слагаемых содержит главная часть ряда Лорана для функции $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2}$ в особой точке $z_0 = \infty$
а) бесконечное число слагаемых; б) не содержит главной части; в) одно слагаемое; г) три слагаемых

33. Сколько слагаемых содержит главная часть ряда Лорана для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ в особой точке $z_0 = 0$
а) бесконечное число слагаемых; б) не содержит главной части; в) одно слагаемое; г) три слагаемых

34. Сколько слагаемых содержит главная часть ряда Лорана для функции $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ в особой точке $z_0 = \infty$

а) бесконечное число слагаемых; б) не содержит главной части; в) одно слагаемое; г) три слагаемых

35. Найти вычеты заданных функций в ее и.о.т., включая точку $z=\infty$:

$$(а)\ \frac{\operatorname{tg} z - z}{(1-\cos z)^2}; \quad (б)\ \frac{z}{\operatorname{ch} z - 1};$$

$$(с)\ z^3 \sin\frac{\pi}{z}; \quad (д)\ \sin z \cdot \sin\frac{1}{z}.$$

36. Вычислить с помощью теоремы о вычетах интегралы:

$$(а)\ \oint\limits_{|z|=4} \frac{z}{z+3} e^{1/3z}\, dz; \qquad (б)\ \oint\limits_{|z+1|=2} \frac{dz}{z\sin z};$$

$$(в)\ \oint\limits_{|z|=2} z\sin\frac{z+1}{z-1}\, dz; \qquad (г)\ \oint\limits_{|z|=1/2} \frac{dz}{(2+\sqrt{z-1})\sin z}, \quad \left(\sqrt{z-1}\Big|_{z=0} = i\right).$$