

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 31.05.2024 11:46:36  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

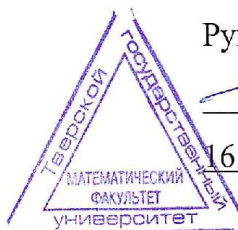
«Утверждаю»

Руководитель ООП



А.А. Голубев

16.03.2024г.



**Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)**

**Теория вероятностей и  
математическая статистика**

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Преподавание математики и информатики**

Для студентов 3 курса

Форма обучения очная

**Тверь, 2024**

# I. Аннотация

## 1. Цель и задачи дисциплины

Фундаментальная подготовка в области теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов, необходимая для решения практических задач. В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студенты должны владеть основными математическими понятиями курса; уметь использовать теоретико-вероятностный и статистический аппарат для решения теоретических и прикладных задач, уметь решать типовые задачи, иметь навыки работы со специальной математической литературой.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 учебного плана – к дисциплинам, формирующим универсальные и общепрофессиональные компетенции, является продолжением курсов «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ» и некоторых других математических курсов. Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате изучения этих дисциплин.

Дисциплина изучается на 3 курсе (5, 6 семестры).

## 3. Объем дисциплины: 8 зачетных единиц, 288 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 51 час, практические занятия 68 часов;

**самостоятельная работа:** 169 часов, в том числе курсовая работа 10 часов, контроль 27 часов.

## 4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Осуществляет отбор теоретического и практического материала ОПК-1.2 Решает типовые задачи в рамках профессиональной деятельности ОПК-1.3 Использует различные методы и приемы решения задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Способен разрабатывать,	ОПК-2.1 Строит типовые математические модели,

анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	<p>применяя стандартные приемы и методы</p> <p>ОПК-2.2 Исследует новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p> <p>ОПК-2.3 Отбирает репрезентативные методы внедрения математических моделей</p>
--	---

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения**  
зачет (5 семестр), курсовая работа (6 семестр), экзамен (6 семестр).

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа		Самостоятель- ная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия	
1. Предмет теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями.	4	1	1	2
2. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.	4	1	1	2
3. Основные принципы комбинаторики. Комбинаторные формулы.	6	1	2	3
4. Применение комбинаторики к подсчёту вероятностей.	6	1	2	3
5. Геометрические вероятности.	5	1	2	2
6. Статистическая оценка неизвестной вероятности.	5	1	2	2
7. Система аксиом Колмогорова.	8	2	2	4
8. Независимые и зависимые события. Условные вероятности.	8	2	2	4
9. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.	5	1	2	2
10. Независимые испытания, формулы Бернулли.	8	2	2	4
11. Локальная теорема Муавра-Лапласа.	8	2	2	4
12. Интегральная теорема Лапласа. Теорема Бернулли, теорема Пуассона.	8	2	2	4

13. Дискретные случайные величины, ряд распределения. Биномиальный закон распределения, закон Пуассона, геометрическое распределение, закон Паскаля	8	2	2	4
14. Математическое ожидание, дисперсия и ковариация.	5	1	2	2
15. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Критерий независимости.	7	1	2	4
16. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Сходимость по вероятности	4	1	1	2
17. Общее понятие случайной величины. Функция распределения вероятностей. Абсолютно непрерывные распределения.	7	1	2	4
18. Многомерные случайные величины. Функции от случайных величин.	5	1	1	3
19. Интеграл Лебега. Числовые характеристики случайных величин.	5	1	1	3
20. Характеристические и производящие функции. Формулы обращения. Теорема непрерывности.	4	1	1	2
21. Теорема Ляпунова. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин.	4	1	1	2

22. Статистические модели и основные задачи статистического анализа. Примеры	4	1	1	2
23. Порядковые статистики и вариационный ряд выборки. Эмпирическая функция распределения. Предельные теоремы для эмпирической функции распределения. Интервальный ряд. Гистограмма и полигон частот.	5	1	1	3
24. Выборочные моменты, моменты выборочного среднего и дисперсии, асимптотическое поведение выборочных моментов	5	1	1	3
25. Статистическое оценивание, методы оценивания. Несмещенные оценки, оптимальные оценки.	5	1	2	2
26. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера и эффективные оценки. Оценки максимального правдоподобия, асимптотические свойства оценок.	5	1	2	2
27. Интервальное оценивание, доверительные интервалы, построение доверительного интервала с использованием распределения точечной оценки параметра.	5	1	2	2

28. Модель линейной регрессии. Оценивание неизвестных параметров модели. Метод наименьших квадратов. Простая регрессия, параболическая регрессия. Статистическая регрессия и корреляция. Условное математическое ожидание, оптимальный предиктор, прогнозирование в случае линейной функции регрессии	11	1	2	8
29. Проверка статистических гипотез, статистические гипотезы, критерии согласия и их основные характеристики. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия хи-квадрат К.Пирсона.	11	2	2	7
30. Понятие случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Теорема Колмогорова	12	2	2	8
31. Случайные блуждания на прямой. Определение конечномерных распределений и построение траекторий процесса случайных блужданий	11	1	2	8
32. Дифференциальное уравнение диффузии. Процесс Винера. Процессы с независимыми приращениями.	10	1	2	7

33. Процесс Пуассона, время между появлениями двух последовательных событий, построение траекторий процесса Пуассона. Вероятности появления нескольких событий, примеры	9	1	2	6
34. Цепи Маркова, матрица перехода, уравнение Маркова. Примеры. Теорема Маркова о финальных вероятностях	12	2	2	8
35. Математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция. Свойства ковариационной функции.	9	1	4	4
36. Гауссовские случайные процессы. Определение гауссовского процесса моментами первого и второго порядков. Стационарные нормальные процессы. процессы.	13	2	2	9
37. Процессы гибели и размножения. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Примеры.	14	3	2	9
38. Задача о телефонных линиях. Системы массового обслуживания с отказами.	13	2	2	9
Курсовая работа	10			10
<b>ИТОГО:</b>	<b>288</b>	<b>51</b>	<b>68</b>	<b>169</b>

### **III. Образовательные технологии**

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются



ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

#### ***Образовательные технологии***

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

#### ***Современные методы обучения***

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

#### ***1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации***

Текущий контроль успеваемости проводится в виде устных опросов, проверки выполнения домашних заданий, выполнения письменных аудиторных и домашних контрольных работ, написания рефератов, решения задач.

#### **Темы курсовых работ**

1. Бином Ньютона.
2. Треугольник Паскаля.
3. Практическое применение комбинаторных формул.
4. Асимптотические формулы.
5. Парадоксы в теории вероятностей
6. Понятие о случайном процессе.
7. Процессы с независимым приращением.
8. Пуассоновский процесс.
9. Гауссовские случайные процессы.
10. Моделирование случайных величин методом Монте-Карло
11. Простейший поток.
12. История развития математической статистики.
13. Оценки параметров некоторых распределений различными методами.
14. Основные этапы проверки гипотезы. Различие двух гипотез: мощность и размер статистического критерия.
15. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения.

16. Общая теория проверки статистических гипотез.
17. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями.
18. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями.
19. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений.
20. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события.
21. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей.
22. Проверка гипотезы о модели закона распределения
23. Дискретный вариационный ряд.
24. Непрерывная модель.
25. Выравнивание статистических рядов.
26. Интервальные оценки параметров.
27. Статистическая регрессия и корреляция.
28. Подбор параметров функциональных зависимостей по результатам измерений.
29. Критерий согласия Пирсона.
30. Критерий согласия Колмогорова.

## ***2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации***

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
<p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p> <p><i>ОПК-1.1 Осуществляет отбор теоретического и практического материала</i></p> <p><i>ОПК-1.2 Решает типовые задачи в рамках профессиональной деятельности</i></p>	<p><b>№ 1.</b> 1) В урне 3 белых и 5 черных шаров. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что шары не одного цвета.</p> <p>2) 70% деталей, поступающих на сборку, изготовлены автоматами, дающими 2% брака, а 30% - автоматами, дающими 5% брака. Наугад взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена первым автоматом?</p> <p>3) Игральная кость подброшена 300 раз. Найти вероятность того, что цифра 5 выпадет от 40 до 50 раз.</p> <p><b>№ 2.</b> 1) Из урны, содержащей 3 белых и 5 черных шаров, наугад извлекают 3 шара. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала – 15 – 20 баллов</i></li> <li>• <i>Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 10 – 14 балла</i></li> <li>• <i>Ответ дан в основном правильно, но недостаточно</i></li> </ul>

<p><i>ОПК-1.3 Использует различные методы и приемы решения задач профессиональной деятельности</i></p>	<p>квадратическое отклонение числа вынутых черных шаров.</p> <p>2) Система <math>(\xi, \eta)</math> равномерно распределена в прямоугольнике, ограниченном прямыми <math>x = -4</math>, <math>x = 2</math>, <math>y = -3</math>, <math>y = 1</math>. Найти:</p> <p>а) <math>f(x, y)</math>, <math>f_1(x)</math>, <math>f_2(y)</math>, б) <math>F(x, y)</math>, <math>F_1(x)</math>, <math>F_2(y)</math>, в) <math>M\xi</math>, <math>M\eta</math>, <math>D\xi</math>, <math>D\eta</math>.</p> <p><b>№ 3.</b> 1) Найти математическое ожидание, дисперсию и ковариационную функцию случайного процесса</p> $\xi(\omega, t) = 2u(\omega) \sin \lambda t + 3v(\omega)t^2 + 5,$ <p><math>t \in T</math>, где <math>\lambda</math> - постоянная, а <math>u(\omega)</math> и <math>v(\omega)</math> - скалярные случайные величины, для которых</p> $Mu(\omega) = 1, Mv(\omega) = 2,$ $Du(\omega) = 0,1, Dv(\omega) = 0,9,$ $\text{cov}(u(\omega), v(\omega)) = -0,3.$ <p>Является ли процесс стационарным?</p> <p>2) Матрица перехода цепи Маркова за один шаг имеет вид</p> $P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}.$ <p>Вычислить финальные вероятности. С помощью уравнения Маркова вычислить вероятности состояний системы после двух шагов, считая, что в начальный момент система находилась в 1-м состоянии.</p> <p>3) <math>X</math> – рост человека. Получена выборка: 180, 177, 175, 178, 168, 174, 166, 175, 173, 174, 174, 185, 169, 180, 174, 174, 171, 182, 172, 171, 173, 180, 167, 184, 168, 169, 175, 172, 181, 171. Построить статистический и вариационный ряд, гистограмму. Найти числовые характеристики выборки.</p>	<p><i>аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры</i></p> <p>– 5 – 9 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Даны неверные ответы на поставленные вопросы</i></li> <li>– 0 - 4 баллов</li> </ul>
<p><i>ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические</i></p>	<p><b>№ 1.</b> 1) Игральный кубик бросается два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков кратна 3.</p> <p>2) В круг радиуса 1 вписан</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент</i></li> </ul>

модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении  
**ОПК-2.1 Строит типовые математические модели, применяя стандартные приемы и методы**  
**ОПК-2.2 Исследует новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении**  
**ОПК-2.3 Отбирает репрезентативные методы внедрения математических моделей**

правильный шестиугольник. В круг наугад бросают точку. Найти вероятность ее попадания в шестиугольник.

3) Найти вероятность того, что событие А появится три раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

**№ 2.** 1) Совместное распределение величин  $\xi$  и  $\eta$  задано таблицей:

$\xi \backslash \eta$	1	2	3
1	39/210	57/210	13/210
2	45/210	22/210	34/210

Найти: а) распределения величин  $\xi$  и  $\eta$  в отдельности; б) распределение величины  $\zeta = \xi + \eta$ ; в)  $M\eta$  и  $D\eta$ .

Зависимы ли  $\xi$  и  $\eta$ ?

2) Случайная величина  $\xi$  распределена по закону Пуассона  $f(x) = 2e^{-2x}$ ,  $x \geq 0$ . Найти  $M\xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma\xi$ .

**№ 3.** 1) Случайный процесс  $\xi(\omega, t)$  определен формулой  $\xi(\omega, t) = 2\theta(\omega) + t$ ,  $t \in [0;1]$ , где случайная величина  $\theta(\omega)$  равномерно распределена на отрезке  $[0; 2\pi]$ .

А) Найдите закон распределения сечения  $\xi(\omega, t_0)$  при  $t_0 = 1$ .

Б) Постройте график траектории  $\xi(\omega_0, t)$ , если  $\theta(\omega_0) = \frac{1}{4}$ .

2) Матрица перехода цепи Маркова за один шаг имеет вид

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}. \text{ Построить}$$

орграф и найти матрицу перехода цепи Маркова за три шага.

3) Составьте уравнение линейной

*показывает понимание излагаемого материала – 15 – 20 баллов*

- *Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 10 – 14 балла*
- *Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры – 5 – 9 баллов*
- *Даны неверные ответы на поставленные вопросы – 0 - 4 баллов*

	регрессии $Y$ на $X$ – продолжительность жизни в городе и в деревне, если $X$ 64 63 63 62 64 64 63 62 59 57 $Y$ 63 61 58 59 61 62 61 60 57 56	
--	---	--

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 289 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/18865. - ISBN 978-5-16-018751-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2053975>
2. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 289 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/18865. - ISBN 978-5-16-018751-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2053975>

#### б) Дополнительная литература:

1. Кузнецов, А. В. Высшая математика. Математическое программирование : учебник / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 352 с. — ISBN 978-5-8114-1056-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211070>
2. Свешников, А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учебное пособие / А. А. Свешников. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0708-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211169>

### 2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

3) *Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	<a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>
2	ЭБС «ЮРАИТ»	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС IPR SMART	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
5	ЭБС «ЛАНЬ»	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
6	ЭБС ТвГУ	<a href="http://megapro.tversu.ru/megapro/Web">http://megapro.tversu.ru/megapro/Web</a>
7	Репозиторий ТвГУ	<a href="http://eprints.tversu.ru">http://eprints.tversu.ru</a>
8	Ресурсы издательства Springer Nature	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

**VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

**Учебная программа курса**

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями.
2. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.
3. Основные принципы комбинаторики. Комбинаторные формулы.
4. Геометрические вероятности. Статистическая оценка неизвестной вероятности.
5. Система аксиом Колмогорова.
6. Независимые и зависимые события. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
7. Независимые испытания, формулы Бернулли.
8. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
9. Интегральная теорема Лапласа. Теорема Бернулли, теорема Пуассона.
10. Дискретные случайные величины, ряд распределения. Биномиальный закон распределения, закон Пуассона, геометрическое распределение, закон Паскаля.
11. Математическое ожидание и дисперсия дискретных случайных величин.
12. Независимые случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.
13. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Сходимость по вероятности.

14. Функция распределения вероятностей. Непрерывные случайные величины. Многомерные случайные величины. Функции от случайных величин.
15. Интеграл Лебега. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
17. Характеристические и производящие функции. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Теорема Ляпунова.
18. Статистические модели и основные задачи статистического анализа. Примеры.
19. Порядковые статистики и вариационный ряд выборки. Эмпирическая функция распределения. Предельные теоремы для эмпирической функции распределения. Гистограмма и полигон частот.
20. Выборочные моменты, моменты выборочного среднего и дисперсии, асимптотическое поведение выборочных моментов.
21. Статистическое оценивание, методы оценивания. Несмещенные оценки, состоятельные оценки, оптимальные оценки.
22. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера и эффективные оценки.
23. Оценки максимального правдоподобия, принцип инвариантности для оценок максимального правдоподобия, асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.
24. Интервальное оценивание, доверительные интервалы, построение доверительного интервала с использованием распределения точечной оценки параметра.
25. Модель линейной регрессии. Оценивание неизвестных параметров модели. Метод наименьших квадратов. Простая регрессия, параболическая регрессия. Статистическая регрессия и корреляция. Условное математическое ожидание, оптимальный предиктор, прогнозирование в случае линейной функции регрессии.
26. Проверка статистических гипотез, статистические гипотезы, критерии согласия и их основные характеристики. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия хи-квадрат К.Пирсона.
27. Задачи, приводящие к понятию случайного процесса: случайные блуждания по прямой, задача о диффузии. Дискретные цепи Маркова, матрица перехода, уравнение Маркова, эргодическая теорема.
28. Определение случайного процесса, конечномерные распределения, выборочные функции. Аналитические свойства выборочных функций. Классификация случайных процессов, процессы с независимыми значениями, процессы с независимыми приращениями, марковские процессы, гауссовские процессы, процесс Винера.
29. Процессы с конечными моментами второго порядка, средние значения и корреляционные функции, сходимости, непрерывность и дифференцируемость в

среднем квадратическом. Стохастический интеграл. Гауссовские случайные процессы, многомерное нормальное распределение, определение гауссовского случайного процесса моментами первого и второго порядков, стационарные гауссовские процессы.

30. Процесс Пуассона, условия, определяющие процесс Пуассона, вычисление вероятностей появления  $k$  событий, конечномерные распределения, примеры.

31. Цепи Маркова с непрерывным временем, уравнение Колмогорова-Чэпмена, дифференциальные уравнения Колмогорова, эргодическая теорема. Диффузионные процессы, уравнение Фоккера-Планка.

32. Процессы гибели и размножения; условия, определяющие процесс, система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний процесса. Процессы чистого размножения, формулы для вычисления вероятностей состояний, примеры.

33. Стационарные процессы, спектральное представление и преобразование Фурье, линейные преобразования, примеры.

### **Методические указания и вопросы для самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью изучения дисциплины. Кроме того, в темах, изучаемых при контактной работе со студентами, есть отдельные учебные вопросы, которые студенты должны изучить самостоятельно. Контроль знаний при самостоятельном изучении тем и вопросов дисциплины осуществляется при проведении текущего контроля в виде устных опросов, письменных контрольных работ и тестирования во время рейтинг-контроля. Вопросы для самостоятельной работы также включаются в темы рефератов, которые студенты защищают на семинарских занятиях, и в перечень вопросов для зачета.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к зачету и экзамену. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить логические связи между его элементами, в ряде случаев показать их графически, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя. При работе над текстом лекции студенту необходимо обратить особое внимание на проблемные вопросы, поставленные преподавателем при чтении лекции, а также на его задания и рекомендации. Работая над текстом лекции, необходимо иметь под рукой



справочные издания: словарь-справочник, энциклопедический экономический словарь, в которых можно найти объяснение многим встречающимся в тексте терминам, содержание которых студент представляет себе весьма туманно, хотя они ему и знакомы.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы.

### **Вопросы для зачёта**

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями.
2. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.
3. Основные принципы комбинаторики. Комбинаторные формулы.
4. Геометрические вероятности. Статистическая оценка неизвестной вероятности.
5. Система аксиом Колмогорова.
6. Независимые и зависимые события. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
7. Независимые испытания, формулы Бернулли.
8. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
9. Интегральная теорема Лапласа. Теорема Бернулли, теорема Пуассона.
10. Дискретные случайные величины, ряд распределения. Биномиальный закон распределения, закон Пуассона, геометрическое распределение, закон Паскаля.
11. Математическое ожидание и дисперсия дискретных случайных величин.
12. Независимые случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.
13. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Сходимость по вероятности.
14. Функция распределения вероятностей. Непрерывные случайные величины. Многомерные случайные величины. Функции от случайных величин.
15. Интеграл Лебега. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
16. Характеристические и производящие функции. Центральная предельная теорема для одинаково распределённых случайных величин. Теорема Ляпунова.

### **Вопросы для экзамена**

1. Статистические модели и основные задачи статистического анализа. Примеры.
2. Порядковые статистики и вариационный ряд выборки. Эмпирическая функция распределения. Предельные теоремы для эмпирической функции распределения. Гистограмма и полигон частот.
3. Выборочные моменты, моменты выборочного среднего и дисперсии, асимптотическое поведение выборочных моментов.
4. Статистическое оценивание, методы оценивания. Несмещенные оценки, состоятельные оценки, оптимальные оценки.
5. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера и эффективные оценки.
6. Оценки максимального правдоподобия, принцип инвариантности для оценок максимального правдоподобия, асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.
7. Интервальное оценивание, доверительные интервалы, построение доверительного интервала с использованием распределения точечной оценки параметра.
8. Модель линейной регрессии. Оценивание неизвестных параметров модели. Метод наименьших квадратов. Простая регрессия, параболическая регрессия. Статистическая регрессия и корреляция. Условное математическое ожидание, оптимальный предиктор, прогнозирование в случае линейной функции регрессии.
9. Проверка статистических гипотез, статистические гипотезы, критерии согласия и их основные характеристики. Критерий согласия Колмогорова. Критерий согласия хи-квадрат К.Пирсона.
10. Задачи, приводящие к понятию случайного процесса: случайные блуждания по прямой, задача о диффузии. Дискретные цепи Маркова, матрица перехода, уравнение Маркова, эргодическая теорема.
11. Определение случайного процесса, конечномерные распределения, выборочные функции. Аналитические свойства выборочных функций. Классификация случайных процессов, процессы с независимыми значениями, процессы с независимыми приращениями, марковские процессы, гауссовские процессы, процесс Винера.
12. Процессы с конечными моментами второго порядка, средние значения и корреляционные функции, сходимости, непрерывность и дифференцируемость в среднем квадратическом. Стохастический интеграл. Гауссовские случайные процессы, многомерное нормальное распределение, определение гауссовского случайного процесса моментами первого и второго порядков, стационарные гауссовские процессы.

13. Процесс Пуассона, условия, определяющие процесс Пуассона, вычисление вероятностей появления  $k$  событий, конечномерные распределения, примеры.
14. Цепи Маркова с непрерывным временем, уравнение Колмогорова-Чэпмена, дифференциальные уравнения Колмогорова, эргодическая теорема. Диффузионные процессы, уравнение Фоккера-Планка.
15. Процессы гибели и размножения; условия, определяющие процесс, система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний процесса. Процессы чистого размножения, формулы для вычисления вероятностей состояний, примеры.
16. Стационарные процессы, спектральное представление и преобразование Фурье, линейные преобразования, примеры.

### **Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

**1. Работа с учебными пособиями.** Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

**2. Самостоятельное изучение тем.** Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить

изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

**3. Подготовка к практическим занятиям.** При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

**4. Составление глоссария.** В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

**5. Составление конспектов.** В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

**6. Подготовка к зачету и экзамену.** При подготовке к зачету и экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой

ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов – 1-й модуль и 50 баллов – 2-й модуль).

Студенту, набравший 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студенту, набравшему до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## **VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

<b>Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</b>
---	---	---

	<b>работы</b>	
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,  <i>учебная аудитория: № 213 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</i></p>	<p>Комплект учебной мебели, компьютер (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) 10 шт., коммутатор, мультимедийный комплект учебного класса, экран настенный.</p>	<p>Adobe Acrobat Reader DC - Russian – бесплатно  Cadence SPB/OrCAD 16.6 –  Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009  Git version 2.5.2.2 – бесплатно  Google Chrome – бесплатно  Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022  Lazarus 1.4.0 – бесплатно  Mathcad 15 M010 – Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011;  MATLAB R2012b – Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012;  Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно  ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно  Microsoft Web Deploy 3.5 – бесплатно  MiKTeX 2.9 – бесплатно  MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK – бесплатно  MySQL Workbench 6.3 CE – бесплатно  NetBeans IDE 8.0.2 – бесплатно  Notepad++ – бесплатно  Origin 8.1 Sr2 – договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»;  PostgreSQL 9.6 – бесплатно  Python 3.4.3 – бесплатно  Visual Studio 2010 Prerequisites - English – Акт на передачу прав №785 от 06.08.2021 г.  WCF RIA Services V1.0 SP2 – бесплатно  WinDjView 2.1 – бесплатно  WinPcap 4.1.3 – бесплатно  Wireshark 2.0.0 (64-bit) – бесплатно  R studio – бесплатно</p>

<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 208 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p><i>Комплект учебной мебели, CD-магнитола, компьютер: (системный блок + монитор), многофункциональный лазер. копир/принтер/сканер, видеоплеер, телевизор, DVD плеер.</i></p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>
--	--	---

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

<b>№ п.п.</b>	<b>Обновленный раздел рабочей программы дисциплины</b>	<b>Описание внесенных изменений</b>	<b>Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения</b>
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)