

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 11.06.2025 13:39:35
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ООП

С.М. Дудаков
«31» октября 2024 г.

Рабочая программа дисциплины Рекурсивные функции

Направление подготовки
01.04.02 — ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Направленность (профиль)
СИСТЕМНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

для студентов 2 курса
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ — очная

Составитель(и):

- д.ф.-м.н. доц. Дудаков С.М.

Тверь — 2024

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины:

ознакомить обучающихся с современным состоянием теории рекурсивных функций и связанными с ней вопросами теории алгоритмов.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина входит в раздел «Элективные дисциплины» части, формируемой участниками образовательных отношений, блока 1.

Предварительные знания и навыки. знание математической логики, теории алгоритмов, теории множеств.

Дальнейшее использование. Полученные знания могут применяться при выполнении научно-исследовательской работы, при прохождении научно-исследовательской практики, при написании магистерской диссертации.

3. Объем дисциплины: 5 зач. ед., 180 акад. ч., в том числе:

контактная аудиторная работа практических занятий 45 ч.,

контактная внеаудиторная работа контроль самостоятельной работы 0 ч., в том числе курсовая (расчетно-графическая) работа 0 ч.;

самостоятельная работа 135 ч., в том числе контроль 36 ч.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-2, Способен использовать математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения научных проблем и задач	ПК-2.2, Анализирует системное и прикладное программное обеспечение на предмет их применимости к решаемой задаче

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:

Экзамен в 3 семестре.

6. Язык преподавания:

русский

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа — наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)					Сам. раб., в т.ч. контроль (час.)
		Лекции		Практ. занятия / Лаб. работы		Контроль сам. раб., в т.ч. курсовая работа	
		Всего	В т.ч. практ. подг.	Всего	В т.ч. практ. подг.		
1	2	3	4	5	6	7	8
Формализации и нумерации	25	0		6/0		0	19
Рекурсивность и рекурсивная перечислимость	39	0		10/0		0	29
Сводимости, полные множества	51	0		14/0		0	37
Рекурсия в высших типах	26	0		6/0		0	20
Иерархии	39	0		9/0		0	30
Итого	180	0	0	45/0	0/0	0	135

Учебная программа дисциплины

1. Формализации и нумерации

- Формализации понятия алгоритм: машины Тьюринга, частично рекурсивные функции, алгорифмы Маркова, λ -исчисление, счетчиковые машины
- Нумерация алгоритмов, универсальные функции

2. Рекурсивность и рекурсивная перечислимость

- Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества, их связь
- Рекурсивность и нерекурсивность теоретико-множественных операций
- Перечисления с особыми свойствами: однозначные, возрастающие

3. Сводимости, полные множества

- Формы сводимости: 1, m , tt и T -сводимости
- Теорема о рекурсии, продуктивные, креативные множества, цилиндры, 1-полнота, m -полнота
- Иммунные множества, простые множества, tt -полнота
- Гипериммунные и гиперпростые множества, T -полнота

- Проблема Поста, решение Фридберга — Мучника
- Решетки классов неразрешимости

4. Рекурсия в высших типах

- Рекурсивные операторы и функционалы
- Сводимость перечислением
- Теорема о рекурсии
- Рекурсивные ординалы

5. Иерархии

- Арифметическая иерархия, определения, связь с арифметикой
- Примеры задач разных уровней неразрешимости
- Неарифметичность множества истинных арифметических формул
- Аналитическая иерархия
- Примеры задач класса Π_1^1

III. Образовательные технологии

Учебная программа — наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Формализации и нумерации	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Рекурсивность и рекурсивная перечислимость	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Сводимости, полные множества	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Рекурсия в высших типах	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Иерархии	практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ПК-2.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать методы классификации алгоритмических проблем, арифметическую и аналитическую иерархию	Примеры вопросов к экзамену • Операция скачка • Иерархия по операции скачка • Классы арифметической иерархии • Классы аналитической иерархии • Элементарная арифметика и элементарный анализ • Неарифметичность множества истинных арифметических формул • Неаналитичность множества истинных аналитических формул	оценка 3 — знает определения классов арифметической и аналитической иерархий, положение в них основных алгоритмических проблем, оценка 4 — кроме того, знает свойства этих иерархий и классов, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
Знать методы переноса методов теории алгоритмов на объекты высших порядков: множества и функции	Примеры вопросов к экзамену • Рекурсивные операторы и функционалы • Сводимость перечислением • Теорема о рекурсии	оценка 3 — знает определения различных формализации рекурсивных действий с объектами высших порядков, оценка 4 — кроме того, знает свойства этих формализаций, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
Знать типы алгоритмической сводимости	Примеры вопросов к экзамену • 1-, m- и tt-сводимости, их свойства • Цилиндры • Связь 1-полноты и m-полноты • Иммунные множества и простые множества • Трудные и полные множества • Релятивизированные вычисления • Сводимость по Тьюрингу • Гипериммунные и гиперпростые множества • Т-полнота, теорема Деккера • Проблема Поста, решение Фридберга-Мучника • Максимальные и сжатые множества	оценка 3 — знает определения различных сводимостей, оценка 4 — кроме того, знает свойства этих сводимостей, оценка 5 — кроме того, знает доказательства указанных утверждений
Уметь применять различные виды алгоритмической сводимости	Примеры задач для контрольных работ • Пусть Φ — произвольная геделева нумерация одноместных частично рекурсивных функций, а множество A задано сле-	оценка 3 — умеет использовать какой-либо вид алгоритмической сводимости, оценка 4 — кроме

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
	дующим образом: $A = \{x \in \omega : \Phi_x \text{ — не линейная}\}.$ Доказать, что множество A m-полно. - Доказать, что в любом бесконечном рекурсивном множестве существует нерекурсивное, но рекурсивно перечислимое подмножество. - Доказать, что множество номеров функций с пустой областью определения не рекурсивно перечислимо.	того, умеет использовать различные модели релятивизации, оценка 5 — кроме того, умеет применять различные виды алгоритмической сводимости
Уметь определять класс неразрешимости проблемы	Примеры задач для контрольных работ - Представить в элементарной арифметике функцию, вычисляющую количество простых делителей числа x. - Записать в элементарном анализе формулу, которая по номеру множества определяет, является ли оно арифметическим. - Доказать, что множество истинных в системе $(\mathbb{R}, N; \times, e^x)$ формул не является аналитическим. - Определить, в каком классе арифметической иерархии лежит следующее множество (Φ — геделева нумерация двухместных ч.р.ф.) $B = \{x \in \omega : \mu\Phi_x \text{ является о.р.ф.}\}.$ - Доказать, что множество номеров конечных рекурсивно перечислимых множеств принадлежит второму уровню арифметической иерархии.	оценка 3 — умеет грубо определять верхнюю границу неразрешимости с помощью алгоритма Куратовского, оценка 4 — умеет определять верхнюю границу неразрешимости с нетривиальных случаях, оценка 5 — кроме того, умеет находить нижнюю границу неразрешимости
Уметь строить рекурсивные операторы и функционалы с использованием различных формализаций	Примеры задач для контрольных работ - Определить рекурсивный оператор, который по входному множеству геделевых номеров одноместных ч.р.ф. выдает его подмножество, состоящее из номеров тех функций, которые определены хотя бы в одной точке. - Доказать, что следующий оператор не является рекурсивным: по входному множеству геделевых номеров одноместных ч.р.ф. выдает его подмножество, состоящее из номеров о.р.ф. - Определить рекурсивный оператор, который по графику функции выдает множество ее значений, принимаемых более чем однажды.	оценка 3 — умеет определять строить простейшие рекурсивные операторы с использованием одной из формализаций, оценка 4 — умеет использовать операторы различной сложности с использованием разных формализаций, оценка 5 — кроме того, умеет устанавливать нерекурсивность операторов
Владеть базовыми навыками самостоятельного исследования	Возможные темы для самостоятельного изучения - Рекурсивный анализ - Конструктивистская логика - Рекурсивные алгебраические системы	оценка 3 — способен самостоятельно изучить научные результаты, оценка 4 — кроме того, способен проинтерпретировать различные аспекты полученной информации, оценка 5 — кроме того, способен применить полученные знания для решения конкретных задач

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. Рекомендованная литература

а) Основная литература

- [1] Марченков, С. С. Рекурсивные функции : методическое пособие / С. С. Марченков. – Москва : Физматлит, 2007. – 60 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82569> (дата обращения: 13.12.2024).
- [2] Верещагин, Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов : учебное пособие / Н. К. Верещагин, А. Шень. — 3-е изд., стер. — Москва : МЦНМО, [б. г.]. — Часть 3 : Вычислимые функции — 2008. — 192 с. — ISBN 978-5-94057-323-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/9308> (дата обращения: 13.12.2024).
- [3] Тихомирова, А. Н. Практикум по теории алгоритмов : учебное пособие / А. Н. Тихомирова, Н. В. Сафоненко. — Москва : НИЯУ МИФИ, 2011. — 132 с. — ISBN 978-5-7262-1468-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/75837> (дата обращения: 13.12.2024).

б) Дополнительная литература

- [4] Игошин, В. И. Теория алгоритмов : учебное пособие / В. И. Игошин. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 318 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-005205-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/968714> (дата обращения: 13.12.2024).

2. Программное обеспечение

Наименование помещений	Программное обеспечение
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Перечень программного обеспечения (со свободными лицензиями): Linux Kubuntu, KDE, TeXLive, TeXStudio, LibreOffice, GIMP, Gwenview, ImageMagick, Okular, Skanlite, Google Chrome, KDE Connect, Konversation, KRDC, KTorrent, Thunderbird, Elisa, VLC media player, PulseAudio, KAppTemplate, KDevelop, pgAdmin4, PostgreSQL, Qt, QtCreator, R, RStudio, Visual Studio Code, Perl, Python, Ruby, clang, clang++, gcc, g++, nasm, flex, bison, Maxima, Octave, Dolphin, HTop, Konsole, KSystemLog, Xterm, Ark, Kate, KCalc, Krusader, Spectacle, Vim.

3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса	Наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1.	Электронно-библиотечная система	«Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru
2.	Электронно-библиотечная система	IPR SMART	https://www.iprbookshop.ru/
3.	Электронно-библиотечная система	«ЮРАЙТ»	https://urait.ru/
4.	Электронно-библиотечная система	«Лань»	http://e.lanbook.com
5.	Электронно-библиотечная система	«Знаниум»	https://znanium.com/
6.	Электронно-библиотечная система	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/V
7.	Научная электронная библиотека	eLIBRARY.RU (подписка на журналы)	https://elibrary.ru/projects/subs
8.	Репозиторий	Репозиторий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru

4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

[1] Московский центр непрерывного математического образования,
<http://www.mccme.ru/>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Выставление оценок

Контрольная работа 1. Темы: элементарная арифметика. Пример задания:

Представить в элементарной арифметике частичную функцию $f(x)$. Значение $f(x)$ равняется наименьшему основанию системы счисления, в которой запись x не содержит нулей. При $x = 0$ значение функции неопределено.

Контрольная работа 2. Темы: арифметическая иерархия. Пример задания:

Определить, в каком классе арифметической иерархии лежит следующее множество

$B = \{x \in \omega : \text{область определения } \Phi_x \text{ — это в точности множество четных чисел} \}.$

Контрольная работа 3. Темы: рекурсия в высших типах. Пример задания:

Доказать, что существует рекурсивный оператор, который по x перечисляет номера множеств W_i , начальный сегмент которых включает D_x .

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 308 (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели, экран проектор.

Для самостоятельной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 201a (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели, доска маркерная, компьютер, сервер (системный блок), концентратор сетевой.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п/п	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесённых изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения