

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 11.06.2025 13:39:35
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ООП

С.М. Дудаков
«31» октября 2024 г.

Рабочая программа дисциплины
Сложность алгоритмов и случайность

Направление подготовки
01.04.02 — ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Направленность (профиль)
СИСТЕМНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

для студентов 2 курса
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ — очная

Составитель(и):

- д.ф.-м.н. доц. Дудаков С.М.

Тверь — 2024

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины:

ознакомить обучающихся с интересным разделом теоретической информатики – теорией алгоритмической сложности, называемой также Колмогоровской сложностью. Эта теория объединяет идеи теории информации Шеннона с идеями теории алгоритмов и имеет ряд приложений в различных областях информатики.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина входит в раздел «Элективные дисциплины» части, формируемой участниками образовательных отношений, блока 1.

Предварительные знания и навыки. Знания в объеме стандартных курсов по дискретной математике, информатике, математической логике, теории алгоритмов, (вычислимость, сложность вычислений, алгоритм, рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества) и теории вероятностей.

Дальнейшее использование. Полученные знания могут использоваться при подготовке магистерских диссертаций, а также при продолжении образования в аспирантуре.

3. Объем дисциплины: 4 зач. ед., 144 акад. ч., в том числе:

контактная аудиторная работа лекций 30 ч., практических занятий 15 ч.,
контактная внеаудиторная работа контроль самостоятельной работы 0 ч., в том числе курсовая (расчетно-графическая) работа 0 ч.;
самостоятельная работа 99 ч., в том числе контроль 36 ч.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1, Способен проводить научные исследования с целью получения новых результатов	ПК-1.2, Решает научные задачи фундаментального и прикладного характера

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:

Экзамен.

6. Язык преподавания:

русский

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Учебная программа — наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)					Сам. раб., в т.ч. контроль (час.)
		Лекции		Практ. занятия / Лаб. работы		Контроль сам. раб., в т.ч. курсовая работа	
		Всего	В т.ч. практ. подг.	Всего	В т.ч. практ. подг.		
1	2	3	4	5	6	7	8
Геделевские нумерации алгоритмов — абстрактные языки программирования	8	4		2/0		0	2
Критерии сложности программ	18	4		2/0		0	12
Сложности конструктивных объектов по Колмогорову-Маркову-Чейтину	31	4		2/0		0	25
Максимально сложные (случайные) слова	17	4		2/0		0	11
Сложность бесконечных последовательностей	23	6		3/0		0	14
Приложения понятий алгоритмической сложности и случайности	23	4		2/0		0	17
Сложность последовательностей при ограничениях на вычисления	24	4		2/0		0	18
Итого	144	30	0	15/0	0/0	0	99

Учебная программа дисциплины

1. Геделевские нумерации алгоритмов — абстрактные языки программирования

- Теорема об итерации
- Теорема об универсальной функции
- Теорема Клини о неподвижной точке

2. Критерии сложности программ

- Аксиоматическое определение критериев сложности программ
- Минимальные программы и их свойства
- Минимальные программы для ограниченных языков программирования

3. Сложности конструктивных объектов по Колмогорову-Маркову-Чейтину
 - Оптимальные нумерации. Колмогоровская и Марковская сложности строк (слов)
 - Алгоритмические свойства мер сложности
 - Априорная вероятность и префиксная сложность по Чейтину-Левину
 - Соотношения между разными мерами сложности
 - Алгоритмическая информация
4. Максимально сложные (случайные) слова
 - Сжимаемые (простые) и случайные (сложные) слова
 - Статистические свойства
 - Расширения случайных слов
 - Зависимость сложности от выбора кодирования
5. Сложность бесконечных последовательностей
 - Сложность рекурсивных и рекурсивно перечислимых последовательностей
 - Случайные последовательности по Мартин-Лефу
 - Свойства случайных последовательностей
 - Случайность и сложность
 - Омега-число Чейтина
6. Приложения понятий алгоритмической сложности и случайности
 - Бесконечность простых чисел
 - Неразрешимость проблемы остановки
 - Вероятностные алгоритмы
7. Сложность последовательностей при ограничениях на вычисления
 - Сложность последовательностей при автоматном ограничении
 - Ограниченная сложность рекурсивных и рекурсивно перечислимых последовательностей
 - Сложностные спектры рекурсивных проблем
 - Аппроксимируемость трудных проблем

III. Образовательные технологии

Учебная программа — наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Геделевские нумерации алгоритмов — абстрактные языки программирования	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Критерии сложности программ	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Сложности конструктивных объектов по Колмогорову-Маркову-Чейтину	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Максимально сложные (случайные) слова	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Сложность бесконечных последовательностей	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Приложения понятий алгоритмической сложности и случайности	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач
Сложность последовательностей при ограничениях на вычисления	лекции, практические занятия	изложение теоретического материала, решение задач

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки индикатора ПК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знать основные понятия теории алгоритмической сложности	Примеры вопросов к экзамену • Оптимальные геделевы нумерации • Сложность по Маркову • Сложность по Колмогорову • Самоограниченные языки, сложность по Чейтину-Левину • Соотношения между различными определениями алгоритмической сложности • Асимптотическая сложность последовательностей • Сложность рекурсивных и рекурсивно перечислимых последовательностей	оценка 3 — знает базовые определения алгоритмической сложности, оценка 4 — знает основные определения и свойства, оценка 5 — кроме того, умеет доказывать указанные теоремы
Знать возможности применения алгоритмической сложности для задач теоретической информатики	Примеры вопросов к экзамену • Количество информации и энтропия • Вероятность остановки • Случайные последовательности • Полувывчислимые тесты	оценка 3 — знает базовые определения теории информации и случайности, оценка 4 — знает основные определения и свойства, связывающие количество инфор-

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
	Случайность и полнота	магии и случайность с алгоритмической сложностью, оценка 5 — кроме того, умеет доказывать указанные теоремы
Уметь использовать аппарат алгоритмической сложности для решения задач	Примеры задач для контрольных работ - Докажите соотношение $H(x, y) \leq_c H(x) + H(y x)$. - Пусть $l_i = \lceil \log_2(i/2 + 1) \rceil$. Показать, что следующая функция удовлетворяет неравенству Крафта-Чейтина при $a > 1$: $\phi(i) = l_i + a \lceil \log_2 l_i \rceil + \log_2[(2^a - 1)/(2^a - 2)]$ - Показать, что последовательность x, все начальные отрезки которой принадлежат языку $\{10 + 11 + 01\}^*$ не является случайной. - Пусть слово x длины n является c-несжимаемым, т.е. $K(x) \geq n - c$. Докажите, что всякое подслово v слова x достаточно сложно: $K(v) \geq v - O(\log n)$. - Показать, что последовательность x, все начальные отрезки которой принадлежат языку $\{100 + 111\}^*$ не является случайной. - Пусть $\{\psi_i\}$ — стандартная нумерация машин Тьюринга (м.т.) с фиксированным алфавитом, а критерий сложности $\sigma(i)$ равен числу состояний i-ой машины. Пусть g и f — неограниченные рекурсивные функции (g растет «медленно», а f — «быстро»). Доказать, что в последовательности $g(0), g(1), \dots$ можно эффективно выделить подпоследовательность $g(i_0), g(i_1), \dots$, для которой для каждого k имеют место неравенства $\sigma(g(i_{k+1})) > f(\sigma(g(i_k))) > f(k)$.	оценка 3 — умеет решать простейшие задачи, оценка 4 — умеет решать основные типы задач, оценка 5 — кроме того, умеет проводить анализ последовательностей на случайность, получать оценки их алгоритмической сложности
Владеть базовыми навыками самостоятельного исследования	Возможные темы для самостоятельного изучения - Применение алгоритмической сложности в теории чисел и теории вероятностей - Различные подходы к определению случайности	оценка 3 — способен самостоятельно изучить научные результаты, оценка 4 — кроме того, способен проинтерпретировать различные аспекты полученной информации, оценка 5 — кроме того, способен применить полученные знания для решения конкретных задач

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. Рекомендованная литература

а) Основная литература

[1] Дехтярь М. И. Сложность алгоритмов и случайность [Электронный

ресурс] : учебное пособие / Дехтярь Михаил Иосифович; ФГБОУ ВПО "Твер. гос. ун-т". - Тверь : Тверской государственный университет, 2014. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см. - 100.00. - URL: <http://texts.lib.tversu.ru/texts/09310ucheb.pdf>

- [2] Игошин, В. И. Теория алгоритмов : учебное пособие / В. И. Игошин. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 318 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-005205-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/968714> (дата обращения: 13.12.2024).
- [3] Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 207 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12274-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535807> (дата обращения: 13.12.2024).
- [4] Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 530 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17718-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536528> (дата обращения: 13.12.2024).

б) Дополнительная литература

- [5] Пруцков, А. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник / А. В. Пруцков, Л. Л. Волкова. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2023. — 152 с. - ISBN 978-5-906818-74-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2038241> (дата обращения: 13.12.2024).
- [6] Поднебесова, Г. Б. Теория алгоритмов : практикум / Г. Б. Поднебесова. — Челябинск : Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2017. — 91 с. — ISBN 978-5-906908-75-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/83880.html> (дата обращения: 13.12.2024).

2. Программное обеспечение

Наименование помещений	Программное обеспечение
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Перечень программного обеспечения (со свободными лицензиями): Linux Kubuntu, KDE, TeXLive, TeXStudio, LibreOffice, GIMP, Gwenview, ImageMagick, Okular, Skanlite, Google Chrome, KDE Connect, Konversation, KRDC, KTorrent, Thunderbird, Elisa, VLC media player, PulseAudio, KAppTemplate, KDevelop, pgAdmin4, PostgreSQL, Qt, QtCreator, R, RStudio, Visual Studio Code, Perl, Python, Ruby, clang, clang++, gcc, g++, nasm, flex, bison, Maxima, Octave, Dolphin, HTop, Konsole, KSystemLog, Xterm, Ark, Kate, KCalc, Krusader, Spectacle, Vim.

3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№ п/п	Вид информационного ресурса	Наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1.	Электронно-библиотечная система	«Университетская библиотека онлайн»	https://biblioclub.ru
2.	Электронно-библиотечная система	IPR SMART	https://www.iprbookshop.ru/
3.	Электронно-библиотечная система	«ЮРАЙТ»	https://urait.ru/
4.	Электронно-библиотечная система	«Лань»	http://e.lanbook.com
5.	Электронно-библиотечная система	«Знаниум»	https://znanium.com/
6.	Электронно-библиотечная система	ЭБС ТвГУ	http://megapro.tversu.ru/megapro/V
7.	Научная электронная библиотека	eLIBRARY.RU (подписка на журналы)	https://elibrary.ru/projects/subs
8.	Репозиторий	Репозиторий ТвГУ	http://eprints.tversu.ru

4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

[1] Московский центр непрерывного математического образования,
<http://www.mccme.ru/>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Выставление оценок

Контрольная работа 1. Темы: свойства языков. Пример задания:

Доказать, что множество слов

$$\{uv : u \in A, v \in B\}$$

будет беспрефиксным, если A и B беспрефиксны.

Контрольная работа 2. Темы: колмогоровская сложность. Пример задания:

Доказать, что функция $K(x)$ невычислима ни с какой погрешностью $f(x)$, где f — неубывающая о.р.ф.

Контрольная работа 3. Темы: логика предикатов. Пример задания:

Используя оценку скорости переноса, доказать, что копирование слова машиной Тьюринга занимает не менее чем квадратичное время.

VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 308 (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели, экран проектор.

Для самостоятельной работы

Наименование помещений	Материально-техническое оснащение помещений
Ауд. 201а (компьютерная лаборатория ПМиК) (170002, Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)	Набор учебной мебели, доска маркерная, компьютер, сервер (системный блок), концентратор сетевой.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п/п	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесённых изменений	Дата и протокол за- седания кафедры, утвердившего измене- ния